

ПРИМЕНЕНИЕ ИНДЕКСА ТЕЙЛА ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ВЛИЯНИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА УРОВЕНЬ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЫ

А. А. Дорошкевич¹⁾, Т. В. Маковецкая²⁾

¹⁾ студент, Белорусский государственный университет,
г. Минск, Республика Беларусь, doroshkevichanna2004@gmail.com

²⁾ кандидат физико-математических наук, доцент,
Белорусский государственный университет,
г. Минск, Республика Беларусь, maktatsiana@gmail.com

В настоящей работе рассматривается возможность использования индекса Тейла в качестве инструмента, позволяющего дать количественную оценку степени влияния различных факторов на величину межрегиональной дифференциации уровня заработной платы. Описываются шаги построения показателя, определяющего степень влияния группировочного признака-фактора на результативный признак, – номинальную начисленную среднемесячную заработную плату в регионе. В качестве примера проводится оценка влияния на величину пространственной дифференциации заработной платы важного социально-экономического фактора регионального развития – объема инвестиций в основной капитал.

Ключевые слова: заработная плата; межрегиональное неравенство; индекс Тейла; декомпозиция индекса Тейла; инвестиции в основной капитал.

APPLICATION OF THE THEIL INDEX IN STUDYING THE IMPACT OF SOCIO-ECONOMIC FACTORS ON THE LEVEL OF INTERREGIONAL WAGE DIFFERENTIATION

A. A. Doroshkevich¹⁾, T. V. Makovetskaya²⁾

¹⁾ student, Belarusian State University,
Minsk, Republic of Belarus, doroshkevichanna2004@gmail.com

²⁾ PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Belarusian State University,
Minsk, Republic of Belarus, maktatsiana@gmail.com

This study examines the use of the Theil index as a tool to quantify the impact of various factors on interregional wage differentiation. It outlines the process of constructing the indicator, which measures the influence of a grouping factor on the nominal average monthly wage in a region. As an example, the paper analyzes how investments in fixed assets, one of key socio-economic factors of regional development, contribute to spatial wage disparities.

Keywords: wages; interregional inequality; Theil index; Theil index decomposition; investments in fixed assets.

Одним из важных аспектов гармоничного развития любого государства является равномерное развитие его территориальных пространств. Исторически различия в природно-ресурсных условиях способствовали заселению и процветанию наиболее привлекательных с этой позиции регионов. С течением времени нарастание различий в развитии регионов спо-

собствовало увеличению концентрации населения на территориях с лучшими условиями жизни.

Для многих людей важным вопросом, определяющим выбор места проживания, является наличие возможности получения дохода, обеспечивающего удовлетворение материальных и духовных потребностей индивида. Заработная плата, являясь для большинства основной компонентой дохода, представляет собой мощный инструмент, способный влиять на миграционные процессы внутри государства и стимулировать приток населения в нужных направлениях.

Территория Республики Беларусь разделена на 129 административно-территориальных единиц (далее АТЕ) базового уровня: 118 районов, 10 городов областного подчинения и г. Минск. В период с 2015 – 2023 гг. коэффициент межрегиональной дифференциации номинально начисленной среднемесячной заработной платы находился в диапазоне от 2,09 (2023 г.) до 2,44 (2017 г.) единиц, уверенно снижаясь с началом пандемии COVID-19 [1]. Таким образом, несмотря на положительную динамику последних лет, в целом разрыв в уровне заработной платы остается ощутимым. Значит, использование инструмента, позволяющего представить количественную оценку величины пространственной дифференциации уровня заработной платы, может дать возможность государственным органам своевременно отреагировать на наблюдаемые отрицательные тенденции. По мнению авторов одним из наиболее удачных таких инструментов, является индекс Тейла. Кроме важных математических свойств, присущих показателям, измеряющим степень дифференциации значений признака, этот индекс также обладает весьма важной особенностью – возможностью проведения декомпозиции. Индекс Тейла можно разложить на две компоненты, одна из которых представляет количественную оценку колеблемости значений, возникающую под воздействием заданного группировочного фактора, что естественным образом приводит к идее построения показателя, определяющего степень влияния этого фактора на результативный признак.

Таким образом, цель исследования – описать механизм, позволяющий представить количественную оценку влияния отдельных факторов на размер пространственной дифференциации заработной платы. Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи: дано определение индекса Тейла и приведена экономическая интерпретация его важных математических свойств; используя свойство декомпозиции индекса Тейла, описаны шаги построения показателя, определяющего влияние группировочного фактора на величину межрегионального неравенства уровня заработной платы; в качестве примера представлена оценка влияния уровня инвестирования в основной капитал в регионе на величину межрегиональной дифференциации заработной платы в Республике Беларусь в 2023 г.

В рамках проведенного исследования для оценки межрегионального диспаритета уровня заработной платы использовался показатель, относящийся к классу показателей общей энтропии – индекс Тейла [2]:

$$IT = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\bar{y}} \cdot \ln \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right), \quad (1)$$

где n – общее число значений, y_i – i -тое значение показателя, $\bar{y}$ – среднее значение показателя.

Индекс Тейла является одним из показателей, позволяющих оценить вариацию значений изучаемого количественного признака. Диапазон возможных значений определяется интервалом от 0 до $\ln(n)$. Близость результата вычисления к 0 говорит о невысокой степени колеблемости изучаемого признака.

С позиции изучения неравномерности распределения доходов населения и его компонент важными являются некоторые свойства, определяющие привлекательность использования меры неравенства Тейла. Например, индекс удовлетворяет слабому и сильному принци-

пу трансфертов, которые описывают закономерности изменения величины показателя при перераспределении доходов от более обеспеченных к менее обеспеченным слоям населения. Кроме того, при дублировании наблюдений или при пропорциональном изменении всех значений совокупности, значение индекса Тейла не меняется. Еще одним важным свойством является возможность проведения декомпозиции индекса: разложение на две составляющие, одна из которых характеризует вариацию, возникающую в результате влияния группировочного фактора, и другая – вариацию, определяемую воздействием всех остальных факторов [3, с. 54 – 61].

В случае, когда единицей наблюдения является, не индивид, а совокупность людей, проживающих на заданном территориальном пространстве, весьма разумно учитывать численность населения данной территории при определении степени вариации исследуемого регионального показателя [4]. Таким образом, формула (1) принимает следующий вид:

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{S} \cdot \frac{y_i}{\bar{y}} \cdot \ln \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right), \quad (2)$$

где n – общее число регионов, S_i – численность населения в регионе i , S – общая численность населения во всех регионах, y_i – среднее значение показателя, приходящееся на одного индивида, для региона i , $\bar{y}$ – среднее значение показателя по всем регионам.

В работе [1] показано, что при исследовании вопроса межрегиональной дифференциации уровня заработной платы важно проводить взвешивание региональных значений среднемесячной заработной платы не численностью населения всего региона, а брать в рассмотрение только тех, кто фактически является ее получателем. Таким образом, далее в статье будем предполагать: s_i – списочная численность работников в среднем за период в регионе i , S – общая списочная численность работников во всех регионах, получаемая суммированием соответствующих региональных показателей, y_i – номинальная начисленная среднемесячная заработная плата работника для региона i , $\bar{y}$ – номинальная начисленная среднемесячная заработная плата по всем регионам, определяемая по формуле среднего арифметического, взвешенного значениями S_i .

Для оценки влияния фактора F на величину межрегиональной дифференциации уровня заработной платы предлагается рассмотреть следующие естественные шаги, которые требуется пройти при декомпозиции индекса Тейла.

Шаг 1. Определяем количество групп (допустим k штук) фактора F . Определяем разбиение регионов по значениям фактора F . Получаем $n = \sum_{j=1}^k n_j$, где n_j – число регионов, принадлежащих территориальной группе j . Тогда индекс Тейла (2) с учетом территориальной группировки примет вид

$$T = \sum_{j=1}^k \sum_{h=1}^{n_j} \frac{S_{h,j}}{S} \cdot \frac{y_{h,j}}{\bar{y}} \cdot \ln \left(\frac{y_{h,j}}{\bar{y}} \right), \quad (3)$$

где $y_{h,j}$ – номинальная начисленная среднемесячная заработная плата в регионе h , принадлежащем территориальной группе j , $\bar{y}$ – номинальная начисленная среднемесячная заработная плата по всем территориальным группам, $S_{h,j}$ – списочная численность работников в среднем за период в регионе h , принадлежащем территориальной группе j , S – списочная численность работников в среднем за период по всем территориальным группам.

Шаг 2. Находим для каждой j -той территории *внутригрупповой* индекс Тейла T_{W_j} . Используем формулу:

$$T_{W_j} = \sum_{h=1}^{n_j} \frac{s_{h;j}}{s_j} \cdot \frac{y_{h;j}}{\bar{y}_j} \cdot \ln \left(\frac{y_{h;j}}{\bar{y}_j} \right), \quad (4)$$

где $\bar{y}_j$ – номинальная начисленная среднемесячная заработная плата в территориальной группе j , s_j – списочная численность работников в среднем за период в территориальной группе j , $y_{h;j}$, $s_{h;j}$, n_j из формулы (3).

Шаг 3. Определяем *межгрупповой* индекс Тейла T_B :

$$T_B = \sum_{j=1}^k \frac{s_j}{s} \cdot \frac{\bar{y}_j}{\bar{y}} \cdot \ln \left(\frac{\bar{y}_j}{\bar{y}} \right), \quad (5)$$

где $\bar{y}_j$, $\bar{y}$, s_j , s , k из формул (3) и (4).

Шаг 4. Используя разложение индекса Тейла на межгрупповую и среднюю из внутригрупповых составляющих

$$T = T_B + \sum_{j=1}^k \frac{s_j}{s} \cdot \frac{\bar{y}_j}{\bar{y}} \cdot T_{W_j}, \quad (6)$$

определяем влияние фактора F на величину межрегионального неравенства уровня заработной платы по формуле:

$$P_T = \frac{T_B}{T} \cdot 100\%. \quad (7)$$

Диапазон изменения значения показателя P : 0 % – 100 %. Чем ближе полученный результат к 100%, тем сильнее влияние фактора F на величину межрегиональной дифференциации уровня заработной платы.

Замечание 1. При проведении исследования шаг 2 не является обязательным. Для формулировки выводов достаточно найти только межгрупповую составляющую T_B . Однако вычисление внутригрупповых индексов Тейла может привести к весьма интересным выводам о наличии или отсутствии пространственного неравенства внутри групп, определяемых значениями фактора F . Кроме того, прохождение этого этапа также будет полезным в рамках осуществления контроля за правильностью проводимых вычислений (формулы (3), (4), (5) должны обращать (6) в верное тождество).

Замечание 2. Полученный коэффициент P_T имеет сходство в построении с известным статистическим показателем коэффициентом детерминации [5, с.78], который определяют как долю межгрупповой дисперсии в общей дисперсии признака-результата.

Как правило, в современных исследованиях при проведении декомпозиции индекса Тейла используются группировочные факторы, объединяющие мелкие административно-территориальные единицы в большие территории по географическому принципу. Например, объединение районов в области или в округа.

В данной работе авторы предлагают отойти от сложившегося обычая и провести декомпозицию индекса, используя в качестве группировочного фактора, например, один из важных показателей социально-экономического развития регионов – объем инвестиций в основной капитал. В исследовании при расчетах использовались данные Национального статистического комитета Республики Беларусь по АТЕ базового уровня за 2023 г. об объеме инвестиций в основной капитал (далее объем ИОК) [6], о размере номинальной начисленной среднемесячной заработной платы (далее ННСЗП) [7] и о списочной численности работников в среднем за период (далее СЧР) [8].

Рассмотрим значения показателя инвестиций в основной капитал (далее ИОК) за 2023 г. [6]. Среднее значение показателя, приходящееся на одну АТЕ, составило 286748,7 тыс. руб. Все административно-территориальные единицы базового уровня были разбиты на 5 групп в соответствии с отношением своего значения объема ИОК к среднерегиональному значению. Далее в каждой группе были рассчитаны среднее значение номинальной начисленной среднемесячной заработной платы и общая списочная численность работников (табл.).

Разбиение АТЕ базового уровня на группы по объему ИОК, 2023 г.

№	Группы регионов по объему ИОК (% от среднего объема ИОК)	АТЕ базового уровня	Среднее значение ННСЗП в группе и общая СЧР в группе
1	до 50 %	76 регионов: Краснопольский р-н, Дрибинский р-н, Россонский р-н, Славгородский р-н, ..., Шкловский р-н	1455 руб, 544168 чел
2	50 % – 100 %	22 региона: Петриковский р-н, Ивановский р-н, Сморгонский р-н, Вилейский р-н, ..., Несвижский р-н	1671 руб, 382678 чел
3	100 % – 200 %	17 регионов: Лунинецкий р-н, г. Барановичи, Молодеченский р-н, Светлогорский р-н, г. Пинск, ..., Оршанский р-н	1657 руб., 584758 чел
4	200 % – 400 %	10 регионов: Островецкий р-н, ..., г. Витебск, Речицкий р-н, Березовский р-н, г. Могилев, г. Брест, г. Гомель	1829 руб., 713194 чел
5	400 % и более	г. Гродно, Солигорский р-н, Минский р-н, г. Минск	2457 руб., 1203827 чел

Составлено по данным [6, 7, 8].

Вычислив среднереспубликанский уровень номинальной начисленной среднемесячной заработной платы (1943 руб.) и определив общую списочную численность работников суммированием показателей по всем АТЕ базового уровня (3428625 чел), по формуле (5) определяем межгрупповой индекс Тейла ($T_B^{ИОК}$):

$$T_B^{ИОК} = \frac{544168}{3428625} \cdot \frac{1455}{1943} \cdot \ln\left(\frac{1455}{1943}\right) + \dots + \frac{1203827}{3428625} \cdot \frac{2457}{1943} \cdot \ln\left(\frac{2457}{1943}\right) \approx 0,020.$$

Используя значение индекса Тейла ($T = 0,024$), рассчитанное по АТЕ базового уровня за 2023 г. в [1], по формуле (7) получаем следующую оценку влияния группировочного фактора на величину межрегиональной дифференциации уровня заработной платы:

$$P_T^{ИОК} = \frac{0,020}{0,024} \cdot 100\% \approx 83,3\%.$$

Таким образом, 83,3% разброса значений региональных величин номинальной начисленной среднемесячной заработной платы объясняется влиянием группировочного фактора – объем ИОК. Влияние существенное и вполне объяснимо. Высокий уровень инвестирования относительно среднего значения способствует более эффективному развитию производств региона, что приводит к увеличению заработной платы работникам и соответственно наращиванию разрыва в уровне оплаты труда между регионами, попадающими в разные группы по объему ИОК.

Обобщая изложенное выше, отметим следующие результаты проведенного исследования:

- индекс Тейла является удобным инструментом для анализа тенденций в области межрегиональной дифференциации заработной платы;
- процедура проведения декомпозиции индекса Тейла достаточно проста и дает возможность проанализировать влияние различных группировочных факторов на величину результативного признака;
- анализ вариации номинальной начисленной среднемесячной заработной платы в регионах посредством осуществления декомпозиции индекса Тейла показывает достаточно сильное влияние группировочного фактора – объем инвестиций в основной капитал. Таким образом, в рамках проведения политики по устранению межрегиональных различий в уровне заработной платы следует обратить внимание на организацию мероприятий по стимулированию инвестирования в основной капитал в отстающих по этому направлению регионах нашей страны.

Библиографические ссылки

1. *Маковецкая Т. В.* О тенденциях межрегионального неравенства размера заработной платы в Республике Беларусь // Белорусский экономический журнал. 2024. №3. С. 95 – 107.
2. *Bellu L., Liberati P.* Describing Income Inequality: Theil Index and Entropy Class Indexes. 2006. URL: <https://www.fao.org/3/am343e/am343e.pdf> (date of access: 28.01.2025).
3. *Cowell F.A.* Measurement of Inequality. 3rd ed. May. 2000. URL: <http://piketty.pse.ens.fr/files/CowellMeasuringInequality2000.pdf> (date of access: 28.01.2025)
4. *Малкина М. Ю.* К вопросу о необходимости взвешивания в межрегиональных исследованиях (ответ на статью К. П. Глущенко) // Пространственная экономика. 2016. № 1. С. 163 – 184.
5. *Елисеева И. И.* (Ред) Статистика: учебник для бакалавров. 3-е изд. Москва: Юрайт, 2012. 558 с.
6. Объем инвестиций в основной капитал (по районам) // Национальный статистический комитет РБ: сайт. URL: <http://dataportal.belstat.gov.by/osids/indicator-info/10208200002> (дата обращения: 28.01.2025).
7. Номинальная начисленная среднемесячная заработная плата (по районам) // Национальный статистический комитет РБ: сайт. URL: <http://dataportal.belstat.gov.by/osids/indicator-info/10218000003> (дата обращения: 28.01.2025).
8. Списочная численность работников в среднем за период (по районам) // Национальный статистический комитет РБ: сайт. URL: <http://dataportal.belstat.gov.by/osids/indicator-info/10102000012> (дата обращения: 28.01.2025).