

## К задаче о сверхизлучении в резонаторе в условиях нелинейного дрейфа частоты

Е. В. Тимошенко<sup>1)</sup>, В. А. Юревич<sup>2)</sup>, Ю. В. Юревич<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Могилевский государственный университет им. А. А. Кулешова, Могилев, Беларусь,  
e-mail: evtima@gmail.com

<sup>2)</sup> Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий,  
Могилев, Беларусь

На основе модификации уравнений Максвелла-Блоха проанализированы особенности излучения импульсных лазеров в условиях когерентного взаимодействия светового поля со средой усиливающего элемента и присущей среде резонансной фазовой нелинейности. Моделирование когерентного эффекта сверхизлучения, развивающегося в резонаторе, проведено для параметров систем квантовых точек в полупроводниковых наногетероструктурах.

**Ключевые слова:** резонансная нелинейность, когерентные оптические эффекты, сверхизлучение, формализм вектора Блоха, квантоворазмерные структуры.

## To the problem of superradiance in a cavity on condition of nonlinear frequency drift

E. V. Timoschenko<sup>1)</sup>, V. A. Yurevich<sup>2)</sup>, Yu. V. Yurevich<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Mogilev State A. Kuleshov University, Mogilev, Belarus, e-mail: evtima@gmail.com

<sup>2)</sup> Belarusian State University of Food and Chemical Technologies, Mogilev, Belarus

Based on the modification of the Maxwell-Bloch equations, the features of pulsed laser radiation under conditions of coherent interaction of the light field with the medium of the amplifying element and the resonant phase nonlinearity inherent in the medium are analyzed. The coherent effect of superradiance developing in the resonator is modeled for the parameters of quantum dot systems in semiconductor nanoheterostructures.

**Keywords:** resonant nonlinearity, coherent optical effects, superradiance, Bloch vector formalism, quantum-dimensional structures.

### Введение

Когерентный эффект сверхизлучения (СИ), способный развиваться в лазерных резонаторах при достижении относительно высокого уровня инверсии, представляет одно из явлений, которые используются для оптимизации выходных характеристик импульсных источников когерентного излучения [1, 2]. В лазерах с низкодобротными резонаторами скорость наведения и распада поляризованности первоначально независимых элементарных квантовых излучателей (КИ) в инверсной среде может оказаться значительно меньше скорости релаксации поля в схеме резонатора, именно в этих условиях развивается СИ [2, 3]. Когерентные эффекты в динамике отклика массива КИ играют существенную роль в динамике импульсных режимов генерации поля излучения и установлении корреляции КИ, взаимодействующих посредством этого поля [4].

В более общем случае следует учитывать, что типичная для резонансного взаимодействия кинетика когерентного излучения сопровождается неустойчивостью фазового соотношения действующего на КИ светового поля с поляризационным откликом массива. Причинами неустойчивости может стать влияние ближних полей диполей на положение центральной частоты резонанса усиления и нелинейная рефракция, вызванная поглощением излучения в переходах, соседних с резонансным. Нелинейный дрейф частоты способен радикально изменить динамику импульсного излучения [5].

В работе, положенной в основу настоящего сообщения, в рамках приближения уравнений Максвелла-Блоха проанализированы особенности динамики излучения импульсных лазеров в условиях когерентного взаимодействия светового поля со средой усиливающего элемента и присущей резонансному отклику среды фазовой нелинейности. Испускание импульса СИ ансамблем из большого числа  $N$  возбуждённых КИ развивается в течение времени  $\tau_R$ , много меньшего характерного времени излучения отдельного КИ. Время сверхизлучения  $\tau_R$  зависит от вероятности резонансного перехода в канале вынужденного излучения и обратно пропорционально  $N$ . Пиковая интенсивность импульса на частоте  $\omega$ , плотность энергии в котором определяется числом излучённых квантов  $N\hbar\omega$ , получается пропорциональной  $N^2$  – в результате импульс СИ оказывается особо мощным.

Следует подчеркнуть, что в качестве активных элементов оптических и лазерных схем нанофотоники предпочтительны массивы квантовых точек (КТ) [1, 6, 7]. Динамика компонентов отклика в режиме СИ определяет процесс генерации излучения в случае достижения максимальной инверсии в массиве КТ. В процессе формирования СИ фазы отдельных КТ, представляемых дипольными КИ, синхронизируются, в результате чего в пределах массива формируется коллективный диполь с малым временем излучательной рекомбинации, равным времени СИ  $\tau_R$ . Влиянием диполь-дипольного взаимодействия и реакцией на поле переходов, близких к основному, по мере резонансных вариаций населённости определяется фазовая динамика излучения, стимулированная смещением центра спектральной линии  $\omega_{12}$  и уширением спектральной линии усиления.

## 1. Неоднородное уширение в схеме расчета эволюции СИ в резонаторе

В использованном подходе уравнение для квазистационарной напряженности поля  $E(t)$  в резонаторе решается совместно с уравнениями Блоха для электрических моментов дипольных КИ. Систему уравнений Максвелла-Блоха для вероятностных переменных материального отклика – поляризованности  $\rho(t)$  и инверсии заселенности уровней  $n(t)$  применяют для анализа динамики лазеров, включающих массивы КТ. Неоднородное уширение спектральной линии усиления типично для структур на основе КТ. В традиционно применяемом представлении можно допустить, что разброс собственных частот дипольных КТ  $\omega_{12}$  вблизи центральной частоты  $\omega_0$ , совпадающей с несущей частотой поля  $\omega$ , описывается функцией нормального распределения с характеристикой спектральной ширины линии  $1/T_2^*$ . В общем случае рассматриваемого варианта резонансного взаимодействия исходная формулируемая модель записывается так:

$$\frac{dE}{dt} + \frac{E}{T} = \frac{\omega}{\varepsilon_0} P, \quad \frac{d}{dt} \rho(t, \Delta\omega) = \frac{\mu}{\hbar} nE + i\rho\Delta\omega, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} n(t, \Delta\omega) = -\frac{\mu}{2\hbar} [\rho^*(t, \Delta\omega) E + \rho(t, \Delta\omega) E^*], \quad \Delta\omega = \omega - \omega_{12}.$$

Здесь  $P$  – поляризованность массива КИ,  $T$  – время жизни фотона в резонаторе,  $\mu$  – среднее значение дипольного момента перехода,  $\Delta\omega$  – линейная отстройка (дефект) частоты. В представлении обобщённой двухуровневой схемы выражение для  $P$  учитывает поляризующее влияние реакции квазирезонансных переходов. Диполь-дипольное взаимодействие в ансамбле КИ определено использованием величины действующего на КИ поля  $E'$  с включением локальной поправки Лоренца:

$$P = N(\mu\langle\rho\rangle + i2\pi\Delta\alpha\varepsilon_0\langle n-1\rangle E'), \quad E' = \frac{E + i\mu N\langle\rho\rangle/3\varepsilon_0}{1 + 2\pi\Delta\alpha N\langle n-1\rangle/3}, \quad (2)$$

$$\langle\rho(t)\rangle = T_2^* \int \rho(t, \Delta\omega) d\Delta\omega, \quad \langle n(t)\rangle = T_2^* \int n(t, \Delta\omega) d\Delta\omega.$$

Квазирезонансный компонент в выражении для  $P$  пропорционален вариации инверсии с коэффициентом  $\Delta\alpha$ , равным дефекту поляризуемости.

Для поля  $E$  далее использована переменная  $e(t) = \mu E(t)/\hbar$ , именуемая частотой Раби, определен временной параметр СИ, а также введены коэффициент нелинейной рефракции  $\beta$  и нормирующий коэффициент в поправке Лоренца  $\gamma$ :

$$\tau_R = \frac{\varepsilon_0 \hbar c}{\mu^2 N l \cdot \omega}, \quad \beta = \frac{2\pi\Delta\alpha\hbar}{\mu^2} \varepsilon_0, \quad \gamma = \frac{\mu^2 N}{3\varepsilon_0 \hbar}.$$

С учетом представлений (2) кинетическую модель СИ можно записать в виде:

$$T \frac{de}{dt} = \frac{G}{\tau_R} (\langle\rho\rangle + i\beta\langle n-1\rangle e) - e, \quad G = (1 + \beta\gamma\langle n-1\rangle)^{-1},$$

$$\frac{d}{dt} \rho(t, \Delta\omega) = Gne + i \left[ \rho \frac{\omega T_2^*}{\sqrt{\pi}} \left( 1 - \exp\left(-(\omega_0 - \omega_{12})^2 T_2^{*2}\right) \right) + \gamma G n \langle\rho\rangle \right], \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} n(t, \Delta\omega) = -\frac{G}{2} [\rho^* e + \rho e^* + i\gamma(\rho^* \langle\rho\rangle - \langle\rho^*\rangle \rho)],$$

где экспоненциальным компонентом в уравнениях для спектральных составляющих поляризованности определяется разброс частотных отстроек, характеризующих неоднородное уширение. Отличие модели (3) от известных в том, что отстройка частоты в условиях действительности механизмов нелинейности приобретает динамические нелинейные составляющие, пропорциональные инверсной заселенности. Для возникновения СИ среда должна быть максимально инвертирована, возможность обратимого процесса изменения заселённости при сбросе инверсии не рассматривается, т. е. изначально в уравнении для вероятности инверсной заселённости  $n$  исключены релаксационные составляющие, не учитывается также фазовая (внутризонная) релаксация поляризованности. Последним исключается рассмотрение влияния механизмов однородного уширения спектральной линии усиления. Поэтому нелинейную модель

(3) в отношении описания процесса СИ в структурах КТ определенным образом можно применять для оценки динамики поля в доменных образованиях, составляющих массив суперкристалла КТ.

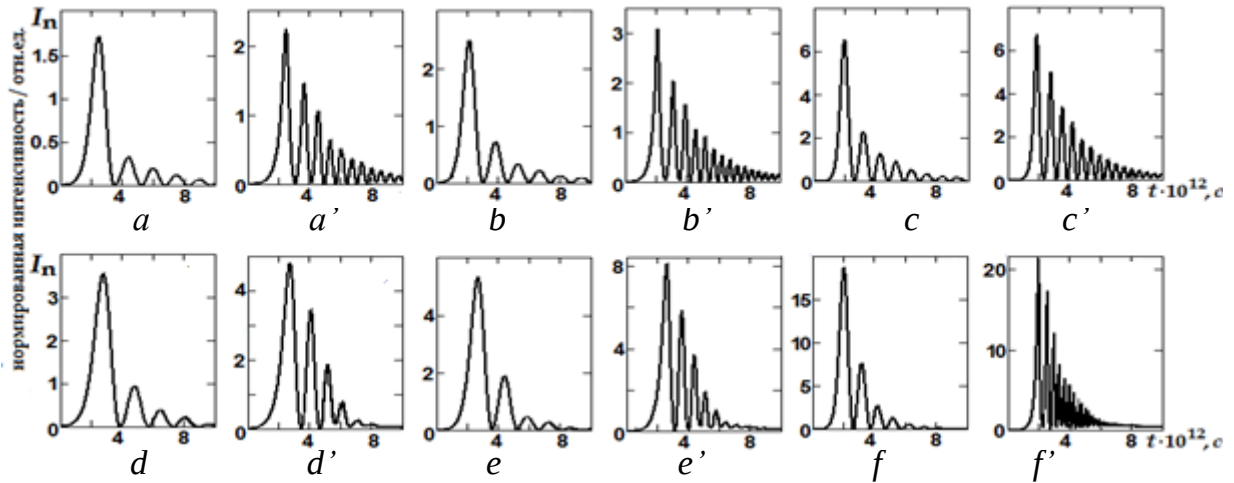
## 2. Результаты моделирования эффекта СИ

Для решения задачи моделирования в (3) используется экспоненциальное выражение комплексных переменных:

$$e(t)T = S(t)\exp[i\phi(t)], \quad \rho(t, \Delta\omega) = R(t, \Delta\omega)\exp[i\psi(t, \Delta\omega)]. \quad (4)$$

Начальные условия соответствуют нулевому значению поляризованности  $R(t=0) = 0$  при максимальном уровне инверсии, т. е. считается, что  $n(t=0) = 1$ . Из уравнений для спектральных составляющих отклика следует соотношение, представляющее собой классический закон сохранения вектора Блоха [11]:  $R^2 + n^2 = 1$ . В пространстве переменных резонансного отклика ( $Re\rho$ ,  $Im\rho$ ,  $n$ ) полярным углом вектора Блоха условно определяется ориентация дипольного момента КИ по отношению к направлению коррелирующего поля. Временная структура СИ связана с нутациями вектора дипольного момента вокруг направления поля.

Схема расчета (3), преобразованная с учетом представлений (4), численно интегрировалась методом Рунге-Кутты при указанных выше начальных условиях для материального отклика в предположении, что значение амплитуды  $S(t=0)$  достаточно мало, т. е. фактически решалась задача усиления относительно слабого сигнала при условии совпадения начальных фаз поля и поляризованности. Вид и характер решений (3) для нормированной интенсивности поля СИ  $I_n(t) = S^2(t)$  при этом не зависел от избранного значения  $S(t=0)$ . Фрагменты рисунка воспроизводят типичную картину решений  $I_n(t)$ .



Временная структура сверхизлучения:

$a, d - \tau_R = 0.25$  пс;  $b, e - \tau_R = 0.2$  пс;  $c, f - \tau_R = 0.1$  пс;  $a-f - \beta = 0$ ;  $a'-f' - \beta = 2 \cdot 10^{-13}$  с,  $\gamma = 0$ ;  
 $a', d' - \gamma = 2 \cdot 10^{11}$  с $^{-1}$ ;  $b', e' - \gamma = 3 \cdot 10^{11}$  с $^{-1}$ ;  $c', f' - \gamma = 4 \cdot 10^{11}$  с $^{-1}$ ;  $a-c - T = 2$  пс;  $d-f - T = 1$  пс;  $T_2^* = 1$  пс

Для моделирования использованы значения параметров реальных излучающих устройств на основе массивов КТ в схемах InAs/(Al)GaAs на подложках GaAs [6, 7]. Плотность КТ находилась в пределах  $(1.0 \dots 5.0) \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$ , длина резонатора с учетом

оптической длины усиливающего элемента, излучающего, в зависимости от концентрации КТ и уровня оптических потерь была в пределах 0.3–0.4 мм. Оценочная величина дипольного момента КИ составила 5...10 нм. Пиковая интенсивность импульсов соответствовала (10...100) МВт/см для диапазона длин волн  $\sim (1.25 \dots 1.30) \cdot 10^{-6}$  м. Дефект поляризуемости  $\Delta\alpha$  определяется значением фактора Хенри, связывающего также инверсию и вариации показателя преломления в средах оптических полупроводников [8], принят  $(4 \dots 7) \cdot 10^{-21} \text{см}^3$ .

Приведенные на рисунке зависимости доказывают возможность качественного изменения имеющей нутационную природу осцилляторной структуры СИ в условиях действительности механизмов резонансной нелинейности (фрагменты  $a' - f$ ). Нарастание уровня нелинейности приводит к резкому усложнению временной картины излучения. Задний фронт импульса СИ, в сущности, формируется в виде серии квазирегулярных всплесков интенсивности с изменением времени релаксации. Частота их следования возрастает со снижением времени сверхизлучения  $\tau_R$  (увеличением концентрации КИ).

## Заключение

Моделирование процесса СИ в резонаторе, проведенное на основе предложенной модели, представляющей систему кинетических уравнений для переменных поля и отклика среды, указывает на высокую критичность структуры СИ по отношению к порождаемому нелинейностью частотному дрейфу. Результаты анализа особенностей динамики СИ в резонаторе будут полезны для целей оптимизации компактных импульсных источников когерентного излучения, используемых, например, в устройствах нанофотоники, в отношении профилирования высвечиваемых импульсов, управления характеристиками временной структурой излучения.

## Библиографические ссылки

1. Vasil'ev P. P. Pulse generation with ultra-superluminal pulse propagation in semiconductor heterostructures by superradiant-phase transition enhanced by transient coherent population gratings / P. P. Vasil'ev, R. V. Penty, I. H. White // *Light: Science & Applications*. 2016. V. 5. P. e16086.
2. Параметрический эффект в сверхизлучающем лазере с самосинхронизацией мод / Вл. В. Кочаровский [и др.] // *ТМФ*. 2020. Т. 203, № 1. С. 56–77.
3. Сосуществование когерентных импульсов сверхизлучательных и квазистационарных мод в лазере с низкодобротным резонатором / Е. Р. Кочаровская [и др.] // *Изв. ВУЗов. Радиофизика*. 2020. Т. 63, № 11. С. 985–1008.
4. Сверхизлучение: принципы генерации и реализация в лазерах / В.В. Кочаровский [и др.] // *УФН*. 2017. Т. 187, вып. 4. С. 367–410.
5. Wilson M. Half of Nobel prize in physics honors the inventors of chirped pulse amplification // *Physics Today*. 2018. Vol. 71, No. 12. P. 18–21.
6. Формирование сверхизлучения в наногетероструктурах с квантовыми точками / А. В. Савельев [и др.] // *ФТП*. 2008. Т. 42, вып. 6. С. 730–735.
7. Fast switching between the ground- and excited-state lasing in a quantum-dot microdisk triggered by sub-ps pulses / A.E. Zhukov [et al.] // *Opt. Letters*. 2024. Vol. 49, No 2. P. 330–333.
8. Henry C. H. Theory of the linewidth of semiconductor lasers // *IEEE J. Quant. Electron*. 1982. Vol. 18, No 2. P. 259–264.