

Свойства модифицированной цепи Белла и её влияние на кубиты

О. Г. Жевняк

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
e-mail: zhevnyakog@mail.ru

На основе комбинации цепи Белла со своим зеркальным отражением была предложена модифицированная цепь Белла. Рассмотрены свойства этой цепи при пропускании через неё различных кубитов. Показано, что она может быть использована в квантовых вычислениях для разработки новых квантовых алгоритмов, в частности, решения задачи идентификации симметричного кубита.

Ключевые слова: Квантовые вычисления; кубиты; цепи Белла

Properties of modified Bell circuit and its effect on qubit

O. G. Zhevnyak

Belarusian State University, Minsk, Belarus, e-mail: zhevnyakog@mail.ru

By combination Bell circuit with its mirror image the modified Bell circuit proposed. The properties of that circuit are considered by passing through it of various qubits. It is shown that modified Bell circuit may be used in quantum simulation and quantum algorithms in particular for solution to the problem of identifying a symmetric qubit.

Keywords: Quantum simulation; qubit; Bell circuits

Введение

В квантовых вычислениях, как известно [1–3], цепь Белла – как прямая, так и обратная (см. рис. 1) – имеют очень важное значение. Они обеспечивают два ключевых процесса, характерных только для кубитов и демонстрирующих их преимущества перед классическими битами цифровой информации, – сверхплотное кодирование и квантовую телепортацию кубитов.

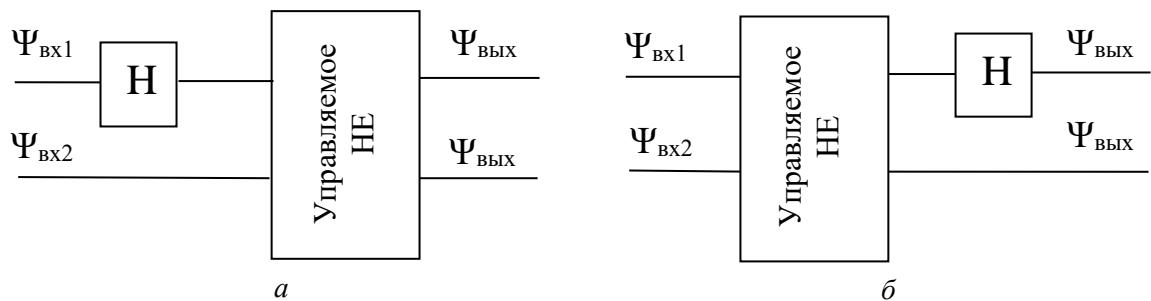


Рис. 1. Цепи Белла: а – прямая; б – обратная

У этих цепей Белла имеются разновидности схемы подключения вентилей с симметричным отражением (см. рис. 2), которые демонстрируют те же свойства, что и обычное подключение. Прежде всего, это аннулирование действия каждой из схем, если к её выходу подключить противоположного партнёра (к прямой обратную или к обратной прямую) – на выходе такой соединённой схемы мы получим те же самые входные сигналы $\Psi_{\text{вх}1}$ и $\Psi_{\text{вх}2}$, а также получение запутанных кубитов на выходах каждого из цепей по отдельности.

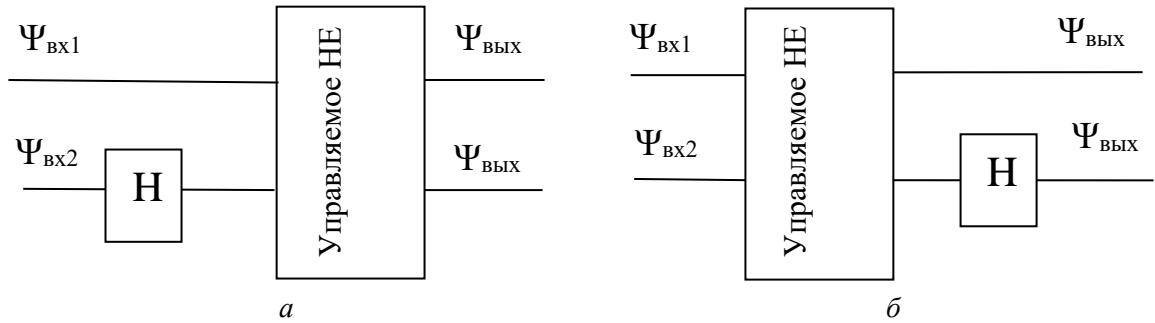


Рис. 2. Симметричное отражение цепей Белла

Однако, в квантовых вычислениях практически не привлекла внимания и не изучалась модифицированная схема Белла, в которой к выходу прямой обычной цепи Белла подключается её симметричный вариант (или же к обратной цепи Белла подключается её симметричный вариант), как показано на рис. 3. В настоящей работе мы поставили цель изучить свойства такой модифицированной цепи Белла. Некоторые из них, на наш взгляд, показались интересными и представляющими значимость для квантовых вычислений и для разработки перспективных квантовых цепей.

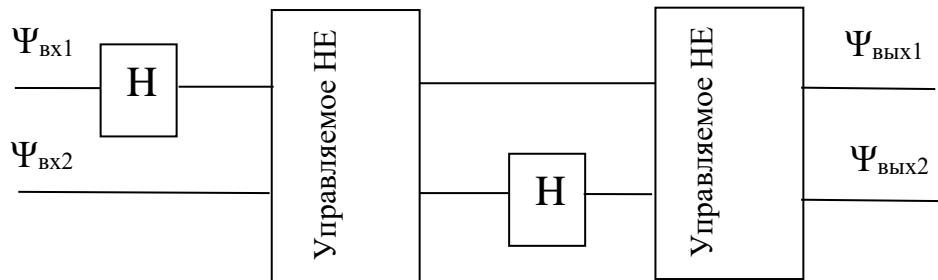


Рис. 3. Рассматриваемая модифицированная цепь Белла

Прохождение кубитов через модифицированную цепь Белла

Прежде всего отметим, как проходят обычные кубиты $\Psi_{\text{вх}1} = a_1|0\rangle + b_1|1\rangle$ и $\Psi_{\text{вх}2} = a_2|0\rangle + b_2|1\rangle$ через каждую из четырёх цепей Белла, представленных выше на рис. 1 и рис. 2. На выходе каждой из этих цепей, если входные файлы различаются, мы получим запутанный кубит $\Psi_{\text{вых}}$, который будет наблюдаться на обоих выходах.

Для прямой цепи на рис. 1 мы получим выходной кубит в виде

$$\Psi_{\text{вых}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1a_2 + b_1a_2)|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1b_2 + b_1b_2)|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1b_2 - b_1b_2)|10\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1a_2 - b_1a_2)|11\rangle.$$

Для обратной цепи на рис. 1 мы получим выходной кубит в виде

$$\Psi_{\text{вых}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1a_2 + b_1b_2)|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1b_2 + b_1a_2)|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1a_2 - b_1b_2)|10\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1b_2 - b_1a_2)|11\rangle.$$

Для прямой цепи на рис. 2 мы получим выходной кубит в виде

$$\Psi_{\text{вых}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1a_2 + a_1b_2)|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1a_2 - a_1b_2)|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(b_1a_2 - b_1b_2)|10\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(b_1b_2 + b_1a_2)|11\rangle.$$

Для обратной цепи на рис. 2 мы получим выходной кубит в виде

$$\Psi_{\text{вых}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1a_2 + a_1b_2)|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1a_2 - a_1b_2)|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(b_1b_2 + b_1a_2)|10\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(b_1b_2 - b_1a_2)|11\rangle.$$

Следовательно, в рассматриваемой нами модифицированной цепи Белла после первой прямой цепи на вход второй поступит запутанный кубит

$$\Psi_{\text{вых}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1a_2 + b_1a_2)|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1b_2 + b_1b_2)|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1b_2 - b_1b_2)|10\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1a_2 - b_1a_2)|11\rangle.$$

Вентиль Адамара H действует на второй из базисных векторов этого кубита (на второй бит состояний $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ и $|11\rangle$), преобразуя его в комбинацию $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$, если это вектор-кет $|0\rangle$ или $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$, если это вектор-кет $|1\rangle$.

В итоге на выходе рассматриваемой модифицированной цепи Белла мы получим кубит:

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{вых}} = & \frac{1}{2}(a_1 + b_1)(a_2 + b_2)|00\rangle + \frac{1}{2}(a_1 + b_1)(a_2 - b_2)|01\rangle + \\ & + \frac{1}{2}(a_1 - b_1)(b_2 - a_2)|10\rangle + \frac{1}{2}(a_1 - b_1)(a_2 + b_2)|11\rangle. \end{aligned}$$

Этот кубит является запутанным, так как произведения амплитуд при векторах $|00\rangle$ и $|11\rangle$, а также между $|01\rangle$ и $|10\rangle$ не равны друг другу (в самом деле, получаем в первом случае $\frac{1}{4}(a_1^2 - b_1^2)(a_2 + b_2)^2$ и во втором случае $-\frac{1}{4}(a_1^2 - b_1^2)(-1)(a_2 - b_2)^2$).

Задача идентификации симметричного кубита

Получившийся на обоих выходах кубит может представлять для квантовых вычислений (квантовых алгоритмов) определённый интерес. В частности, мы

предлагаем его использовать для решения следующей задачи. Известно, что один из двух кубитов имеет симметричный вид, то есть является кубитом $\Psi_{\text{вх}} = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$, но неизвестно, какой именно. Не проводя длительных статистических измерений каждого кубита, чтобы определить, какой из них является симметричным, мы просто пропустим эти два кубита через рассматриваемую нами модифицированную цепь Белла, и по выходному кубиту сразу решим эту задачу.

Действительно, если первый из входных кубитов имеет симметричный вид, то на выходе такой цепи Белла мы получим запутанный кубит

$$\Psi_{\text{вых}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_2+b_2)|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(a_2-b_2)|01\rangle.$$

Как видно, в этом кубите присутствуют только состояния $|00\rangle$ и $|01\rangle$, при этом первое имеет более высокую вероятность реализации. Если же второй из входных кубитов имеет симметричный вид, то на выходе модифицированной цепи мы получим запутанный кубит

$$\Psi_{\text{вых}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1+b_1)|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1-b_1)|11\rangle.$$

В этом кубите уже присутствуют только состояния $|00\rangle$ и $|11\rangle$, при этом первое также имеет более высокую вероятность реализации. Осуществить измерение получившегося выходного кубита легче, чем двух исходных, так как появление при измерении любого из состояний – $|01\rangle$ или $|11\rangle$ – мгновенно даст нам ответ исходной задачи.

Кстати, если и второй входной кубит будет симметричным, то на выходе мы получим только одно состояние $|00\rangle$. Такое свойство модифицированной цепи Белла также может представлять определённый интерес для квантовых вычислений, в частности, для формирования кубитов с указанным состоянием.

Заключение

Таким образом, в настоящей работе предложена схема модифицированной цепи Белла, представляющей собой соединение обычной цепи Белла с её симметричным отражением. Рассмотрены свойства этой цепи и показано, что возникающий на её выходе выходной кубит может представлять интерес для квантовых вычислений, и на его основе можно разрабатывать квантовые алгоритмы для решения некоторых задач.

Библиографические ссылки

1. Nielsen M., Chuang I. Quantum computation and quantum information. Cambridge, 2010. 702 p.
2. Хидари Дж. Квантовые вычисления: прикладной подход. М.: ДМК Пресс, 2021. 370 с.
3. Hangleiter D., Gullans M. Bell sampling from quantum circuits // Phys. Rev. Lett. 2024. Vol. 133. Iss. 2. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.133.020601>