

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета

А.Д.Король

27 июня 2025 г.

Регистрационный № 3498/б.



МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАФИКИ

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для
специальности:

6-05-0533-08 Компьютерная математика и системный анализ

2025 г.

Учебная программа составлена ОСВО 6-05-0533-08-2023, учебных планов БГУ № 6-5.4-56/01 от 15.05.2023, № 6-5.4-56/11 ин. от 31.05.2023.

СОСТАВИТЕЛИ:

Л.Л.Голубева, заведующий кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;
А.Э.Малевич, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;
Н.Л.Щеглова, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

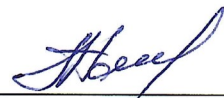
В.К.Дюбков, ректор Учреждения дополнительного образования «Институт повышения квалификации и переподготовки специалистов информационных технологий и бизнес-администрирования», кандидат технических наук

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа БГУ
(протокол № 14 от 05.06.2025)

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 11 от 26.06.2025)

Заведующий кафедрой



Л.Л.Голубева

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В настоящее время в обществе существует устойчивый интерес к компьютерной графике. Математики, физики, биологи, медики, кинорежиссеры, мультипликаторы, клипмейкеры, разработчики компьютерных игр и др. активно используют в своей деятельности возможности компьютерного изображения. Актуальность преподавания этой дисциплины очевидна.

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – обучение студентов основным математическим понятиям, методам и алгоритмам, приобретение навыков использования алгоритмов и методов компьютерной графики.

Образовательная цель: обучение студентов методам и приемам компьютерного моделирования в современных компьютерных математических средах, эффективному исследованию посредством компьютера проблем математического содержания.

Развивающая цель: формирование у студентов умений использования существующих и самостоятельной разработки новых технологий компьютерного моделирования.

Задачи учебной дисциплины:

1. Сформировать взгляд на компьютерную графику как на систематическую научно-практическую деятельность, носящую как теоретический, так и прикладной характер.
2. Иметь базовые теоретические понятия, лежащие в основе компьютерной графики.
3. Обучить методам геометрического моделирования, построению моделей графических данных.
4. Развить способности реализации алгоритмов на современных языках программирования Wolfram Language и Python.
5. Изучить и освоить методы и алгоритмы компьютерной графики и вычислительной геометрии.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Компьютерное моделирование» компонента учреждения образования и является дисциплиной по выбору.

При изучении дисциплины «Математические основы компьютерной графики» используются знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплин «Аналитическая геометрия» (модуль «Алгебра и геометрия»), «Компьютерная математика» (модуль «Компьютерная математика»), «Математический анализ» (модуль «Основы анализа»), «Методы программирования» (модуль «Программирование»).

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Математические основы компьютерной графики» должно обеспечить формирование у студентов следующей компетенции:

Специализированные компетенции:

Осуществлять математическое и компьютерное моделирование для прикладных исследований.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

основные математические конструкции, алгоритмы и методы решения задач компьютерной графики и вычислительной геометрии, в том числе алгоритмы определения взаимного расположения геометрических объектов, построения выпуклых оболочек, методы моделирования линий и поверхностей и т.д.;

уметь:

применять геометрические преобразования для решения практических задач компьютерной графики; решать задачи, используя алгоритмы и методы вычислительной геометрии;

иметь навыки:

использования методов компьютерного моделирования и основных алгоритмов решения задач компьютерной графики с применением математического аппарата.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 5 семестре. В соответствии с учебным планом всего на изучение учебной дисциплины «Математические основы компьютерной графики» отведено для **очной формы** получения высшего образования – 120 часов, в том числе 72 аудиторных часов, лекции – 36 часов, лабораторные занятия – 36 часов. **Из них:**

Лекции – 32 часа + 4 часа ДОТ, лабораторные занятия – 26 часов + 4 часа ДОТ, управляемая самостоятельная работа (УСР) – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Введение в дисциплину

Объект и предмет изучения. Основные типы задач компьютерной графики и вычислительной геометрии. Обзор литературных источников.

Тема 2. Модели геометрических объектов на плоскости и их отношений

Объектный подход в компьютерном моделировании: представление геометрических объектов, способы задания, извлечение свойств, построение образов. Модели базовых объектов: точка, вектор, прямая. Элементарные объекты на плоскости: отрезок прямой, луч, полигон.

Модели и алгоритмы, определяющие взаимное положение объектов на плоскости.

Полигон: свойства, ориентация точки, прямой относительно полигона, взаимное расположение полигонов, алгоритмы генерирования случайных полигонов.

Тема 3. Модели геометрических объектов в пространстве и их отношений

Модели базовых объектов: точки, вектора, плоскости.

Элементарные объекты в пространстве: прямая, отрезок прямой, луч, полигон, полиэдр. Модели и алгоритмы, определяющие взаимное положение объектов в пространстве.

Полиэдр: свойства, положение точки, прямой, плоскости относительно полигона, взаимное расположение полиэдров.

Тема 4. Геометрические задачи визуализации

Логические операции над отрезками. Методы и алгоритмы отсечения отрезка, полигона, полиэдра. Дополнительные задачи отсечения на плоскости и в пространстве. Лучевые методы построения оптических эффектов: тень, отражение, преломление.

Тема 5. Построение выпуклой оболочки

Основные определения (выпуклая оболочка, политоп, симплекс, грань и т.п.). Алгоритмы построения выпуклой оболочки: статически заданного конечного множества точек плоскости, последовательно поступающих точек плоскости. Методы: прохода Грэхэма (2 варианта), обхода Джарвиса, QuickHull. Анализ сложности алгоритмов.

Тема 6. Нахождение пары ближайших точек

Описание и анализ сложности алгоритма нахождения пары ближайших точек. Приложения.

Тема 7. Поиск пересекающихся отрезков

Определение взаимного положения двух отрезков. Постановка задачи. Алгоритмы, основанные на заметании плоскости прямой линией (sweep-line). Особенности алгоритма поиска пересекающихся отрезков. Анализ сложности алгоритма.

Тема 8. Триангуляция

Триангуляция полигона: метод хорд, метод диагоналей. Триангуляция множества точек плоскости. Жадный алгоритм. Триангуляция Делоне. Основные определения. Структуры данных для представления триангуляции. Классификация алгоритмов построения триангуляции Делоне. Итеративные алгоритмы: простой итеративный, с индексированием поиска треугольников, с кэшированием поиска треугольников.

Тема 9. Модели кривых и поверхностей

Модель квадратичной кривой. Инварианты и классификация. Модель квадратичной поверхности. Взаимное положение поверхности относительно прямой, плоскости.

Кинематический метод построения объектов. Модели циклических кривых. Кинематическая задача перемещения в пространстве. Построение кинематических поверхностей: вращения, переноса, цилиндрических, конических, торсовых, косых.

Фрактальные множества. Построение алгебраических и геометрических фракталов.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Математические основы компьютерной графики	36			30		6	
1	Введение в дисциплину	2						Устный опрос
2	Модели геометрических объектов на плоскости и их отношений	4			4		2	Отчет по лабораторной работе с устной защитой. Контрольная работа
3	Модели геометрических объектов в пространстве и их отношений	4 (ДОТ)			2 (ДОТ)			Отчет по лабораторной работе с устной защитой
4	Геометрические задачи визуализации	4			4			Отчет по лабораторной работе с устной защитой. Устный опрос
5	Построение выпуклой оболочки	5			5			Отчет по лабораторной работе с устной защитой. Контрольная работа
6	Нахождение пары ближайших точек	2			2 (ДОТ)			Отчет по лабораторной работе с устной защитой

7	Поиск пересекающихся отрезков	3			2			Отчет по лабораторной работе с устной защитой
8	Триангуляция	7			8		2	Отчеты по лабораторным работам. Контрольная работа
9	Модели кривых и поверхностей	5			3		2	Отчет по лабораторной работе с устной защитой. Контрольная работа

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Никулин, Е. А. Компьютерная графика. Модели и алгоритмы: учебное пособие для вузов / Е. А. Никулин. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2024. – 708 с. – ISBN 978-5-507-47600-8. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/394694>
2. Никулин, Е. А. Компьютерная графика. Оптическая визуализация: учебное пособие для студентов направления подготовки "Информатика и вычислительная техника" / Е. А. Никулин. - Изд. 2-е, стер. – Санкт-Петербург; Москва ; Краснодар : Лань, 2023. – 196 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/320786> .
3. Никулин, Е. А. Компьютерная графика. Фракталы: учебное пособие для студентов направления подготовки "Информатика и вычислительная техника" / Е. А. Никулин. - Изд. 2-е, стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2021. – 98 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/176680>.

Дополнительная литература

1. Никулин, Е. А. Компьютерная 2d-графика. Программирование в MathCAD: учебное пособие для СПО / Е. А. Никулин. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2025. – 448 с. – ISBN 978-5-507-52532-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/454274>
2. Голованов, Н. Н. Геометрическое моделирование / Голованов Н. Н. - Москва: ДМК Пресс, 2020. – 406 с. – ISBN 978-5-97060-806-7. – Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. – URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785970608067.html>
3. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы. Построение и анализ: [пер. с англ.] / Томас Кормен [и др.]. Третье издание. Диалектика, 2020. – 1328 с.
4. Скворцов А.В., Мирза Н.С. Алгоритмы построения и анализа триангуляции. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2006.
5. Берг, М. де Вычислительная геометрия. Алгоритмы и приложения: [пер. с англ.] / Марк де Берг, Отфрид Чеонг, Марк ван Кревельд, Марк Овермарс. – 3-е изд. – Москва: ДМК Пресс, 2017. - 437 с.
6. Препарата, Ф. Вычислительная геометрия: введение / Ф. Препарата, М. Шеймос; Перевод с англ. С. А. Вичеса, М. М. Комарова; Под ред. Ю. М. Баяковского. – Москва: Мир, 1989. - 478 с.
7. Фокс, А. Д. Вычислительная геометрия: применение в проектировании и на производстве / А. Фокс, М. Пратт ; пер. с англ. Г. П. Бабенко, Г. П. Воскресенского. - Москва: Мир, 1982. - 304 с.
8. Кононов, С. Г. Аналитическая геометрия: учеб. пособие для студ.

учреждений высш. образования по математическим спец. / С. Г. Кононов; БГУ. – Минск: БГУ, 2014. - 238 с.

9. Кнут, Д. Э. Искусство программирования. Т. 2: Получисленные алгоритмы / Дональд Э. Кнут ; под общ. ред. Ю. В. Козаченко ; [пер. с англ. и ред. Л. Ф. Козаченко, В. Т. Тертышного, И. В. Красикова]. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва ; Санкт-Петербург; Киев : Вильямс, 2007. – 829 с.

Рекомендуемое учебно-лабораторное оборудование

Для проведения занятий требуется следующее программное обеспечение: операционная система MS Windows, MS Office, *Mathematica*, Python, JupyterLab.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Отметка текущего контроля по дисциплине «Математические основы компьютерной графики» формируется в результате регулярной и систематической проверки знаний студентов во время занятий и по итогам самостоятельной работы. Текущий контроль знаний проходит в форме опроса на лекциях и лабораторных занятиях. Задания к лабораторным и контрольным работам составляются согласно содержанию учебного материала. Во время самостоятельной работы студент выполняет задания, полученные на лабораторных занятиях, а также изучает рекомендуемую литературу.

При защите лабораторных работ оценивается полнота ответа, аргументация выбранных решений, последовательность и оригинальность изложения материала, оригинальность кода, корректность оформления, самостоятельность выполнения заданий. Для совершенствования способностей учиться самостоятельно студентам могут выдаваться темы докладов, с которыми они выступают на занятиях.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Математические основы компьютерной графики» учебным планом предусмотрен **экзамен**.

Экзамен по дисциплине проходит в форме письменного контрольного опроса и далее в устной форме.

Для формирования итоговой отметки по учебной дисциплине используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущей и промежуточной аттестации студентов по учебной дисциплине.

Формирование итоговой отметки в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации (примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации):

- отчёты по лабораторным работам с устной защитой – 40%;
- устный опрос – 20 %
- контрольные работы – 40%.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе итоговой отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) 40% и экзаменационной отметки 60%.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 2. Модели геометрических объектов на плоскости и их отношений. (2 часа)

Задание. Дополните систему kmGeom новым функционалом, позволяющим работать с объектом «отрезок на плоскости».

Задание 1. Спроектировать

- объект «отрезок на плоскости», его внутреннее представление;
- конструкторы объекта «отрезок на плоскости»;
- функции, вычисляющие свойства объекта «отрезок на плоскости».

Создать и тестировать конструкторы и функции, реализующие запросы свойств. Написать спецификации функций: имя, входные аргументы, что вычисляет, в каком виде возвращает результат вычислений.

Задание 2. Спроектировать и реализовать

-- конструктор отрезка: задано параметрическое уравнение прямой, несущей отрезок, и значения параметров в точках-концах отрезка (возможно, направленного);

- запрос свойства прямой: ее параметрическое уравнение, “equParam”;
- запрос свойства прямой: ее направляющий вектор, “dir”;
- запрос свойства прямой: ее нормальный вектор, “norm”;
- конструктор прямой: задан объект «отрезок на плоскости», построить объект «прямая на плоскости», которой принадлежит этот отрезок (построить прямую, несущую этот отрезок).

Целью данного задания является выработка у студента навыков объектно-ориентированного проектирования и функционального стиля программирования.

Форма контроля – контрольная работа

Тема 8. Триангуляция. (2 часа)

Элементы построения триангуляции Делоне.

Создайте суперструктуру триангуляции, квадрат, содержащий случайным образом заданное множество точек плоскости, отобразите ее.

Иницируйте триангуляцию вершинами квадрата, его ребрами, одной из диагоналей и двумя получившимися треугольниками. Используйте структуру «Узлы, простые Ребра, Треугольники»

Добавьте точку, перестройте триангуляцию.

Проверьте условие Делоне для пар смежных треугольников триангуляции.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 9. Модели кривых и поверхностей. (2 часа)

Напишите функцию, которая определяет тип квадратичной кривой.

Напишите функцию, которая определяет тип квадратичной поверхности.

Напишите функцию, тестирующую взаимное расположение квадратичной кривой и прямой линии.

Напишите функцию, вычисляющую линию пересечения квадратичной поверхности и плоскости.

Форма контроля – контрольная работа

Примерная тематика лабораторных занятий

1. Модели элементарных геометрических объектов и их отношений.
2. Геометрические задачи визуализации и оптики.
3. Преобразования геометрических объектов.
4. Модели кривых и поверхностей.
5. Алгоритмы построения выпуклой оболочки.
6. Алгоритм нахождения пары ближайших точек.
7. Алгоритмы поиска пересекающихся отрезков.
8. Виды триангуляций и алгоритмы их построения.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется ***эвристический подход***, который предполагает демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем.

При организации образовательного процесса используется ***практико-ориентированный подход***, который предполагает освоение содержания через решения практических задач.

При организации образовательного процесса ***используются методы и приемы развития критического мышления***, которые представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине рекомендовано разместить на образовательном портале или сайте кафедры учебно-методические материалы: курсы лекций и лабораторные практикумы, методические указания к лабораторным занятиям, вопросы для подготовки к зачету, перечень рекомендуемой литературы, информационные ресурсы.

Самостоятельная работа студента включает в себя работу с учебной литературой по заданным разделам дисциплины, поиск в Интернете новейшей учебной и научной информации в указанных областях знаний и знакомство с ней, а также выполнение задач, поставленных на занятиях.

Примерный перечень вопросов к экзамену

Часть I Математические и компьютерные модели объектов и отношений между ними.

Компьютерная среда для выполнения предложенных задач – или *Mathematica*, или Python, по выбору студента.

1. Для математических понятий «отрезок на плоскости» и «полигон на плоскости» спроектируйте соответствующие им объекты, создайте конструкторы (для каждого объекта не менее двух), а также функции, реализующие запросы свойств объекта (для каждого объекта не менее двух). Представьте математическое решение, постройте компьютерные модели, создайте функции, вычисляющие а) расстояние между точкой и прямой на плоскости, б) расстояние между двумя параллельными прямыми на плоскости.

2. Представьте математическое решение, постройте компьютерные модели, напишите функции, вычисляющие взаимное расположение двух отрезков прямых на плоскости.

3. Представьте математическое решение, опишите алгоритм, постройте компьютерные модели, спроектируйте и напишите функции, выполняющие операцию логического пересечения двух списков отрезков, принадлежащих одной прямой. При решении используйте параметризацию отрезка.

4. Представьте математическое решение, опишите алгоритм, постройте компьютерные модели, спроектируйте и напишите функции, выполняющие операцию логического объединения двух списков отрезков, принадлежащих одной прямой. При решении используйте параметризацию отрезка.

5. Представьте математическое решение, опишите алгоритм, постройте компьютерные модели, спроектируйте и напишите функции, позволяющие тестировать свойство выпуклости произвольного простого полигона.

6. Представьте математическое решение, опишите алгоритм, постройте компьютерные модели, спроектируйте и напишите функции, позволяющие определять положение точки относительно выпуклого полигона.

7. Опишите алгоритм, постройте компьютерные модели, спроектируйте и напишите функции, реализующие угловой тест ориентации точки относительно полигона.

8. Опишите алгоритм, постройте компьютерные модели, спроектируйте и напишите функции, реализующие лучевой тест ориентации точки относительно полигона.

9. Представьте математическое решение, опишите алгоритм, постройте компьютерные модели, спроектируйте и напишите функции, позволяющие определять взаимное расположение прямой линии и полигона.

10. Представьте математическое решение, постройте компьютерные модели, спроектируйте и напишите функции, позволяющие выполнять отсечение отрезка произвольным не самопересекающимся полигоном.

11. Представьте математическое решение, опишите алгоритм, постройте компьютерные модели, спроектируйте и напишите функции, позволяющие выполнять отсечение полигона полигоном.

12. Представьте математическое решение, опишите алгоритм, постройте компьютерные модели, спроектируйте и напишите функции, позволяющие выполнять операцию объединения двух простых полигонов.

13. Представьте математическое решение, опишите алгоритм, постройте компьютерные модели, спроектируйте и напишите функции, выполняющие операцию пересечения двух простых полигонов.

14. Для математических понятий «точка в пространстве» и «прямая в пространстве» спроектируйте соответствующие им объекты, создайте конструкторы (для каждого объекта не менее двух). Постройте математическую и компьютерную модели, спроектируйте и напишите функции, определяющие взаимное расположение двух прямых в пространстве.

15. Для математических понятий «точка в пространстве», «прямая в пространстве», «плоскость в пространстве» спроектируйте соответствующие им объекты, создайте конструкторы. Постройте математическую и компьютерную модели, спроектируйте и напишите функции, определяющие взаимное расположение прямой и плоскости.

16. Для математических понятий «прямая в пространстве», «плоскость в пространстве» спроектируйте соответствующие им объекты, создайте конструкторы. Постройте математическую и компьютерную модели, спроектируйте и напишите функции, определяющие взаимное расположение двух плоскостей.

17. Представьте математическое решение, постройте компьютерные модели, спроектируйте и напишите функции, определяющие взаимное расположение квадратичной поверхности и прямой линии.

18. Представьте математическое решение, постройте компьютерные модели, спроектируйте и напишите функции, определяющие взаимное расположение квадратичной поверхности и плоскости.

19. Изложите кинематический метод построения кривых и поверхностей на примере построения параметрического уравнения циклоиды.

20. Изложите кинематический метод построения кривых и поверхностей на примере построения параметрического уравнения гипоциклоиды.

21. Изложите кинематический метод построения кривых и поверхностей на примере построения параметрического уравнения эпициклоиды.

22. Изложите кинематический метод построения поверхностей: вращения, переноса, комбинированных. Приведите примеры.

23. Изложите метод построения линейчатых кинематических поверхностей. Приведите примеры.

II Алгоритмы вычислительной геометрии

24. Изложите пошагово алгоритм Джарвиса построения выпуклой оболочки конечного множества точек плоскости. Спроектируйте функции, его реализующие, связи между ними. Напишите спецификации функций.

25. Изложите пошагово алгоритм Грехема построения выпуклой оболочки конечного множества точек плоскости. Спроектируйте функции, его реализующие, связи между ними. Напишите спецификации функций.

26. Изложите пошагово алгоритм динамического построения выпуклой оболочки последовательно поступающих точек плоскости (перестраивать всякий раз Джарвисом или Грехемом не пойдет). Спроектируйте функции, его реализующие. Напишите спецификации функций.

27. Изложите Sweep-line алгоритм определения наличия хотя бы одной пары пересекающихся отрезков прямых на плоскости, кроме вырожденных случаев.

28. Изложите Sweep-line алгоритм вычисления для заданных отрезков прямых на плоскости всех пересекающихся пар отрезков, кроме вырожденных случаев.

29. Изложите пошагово алгоритм триангуляции простого невыпуклого полигона методом хорд. Спроектируйте функции, его реализующие. Напишите спецификации функций.

30. Изложите пошагово алгоритм триангуляции простого невыпуклого полигона методом диагоналей. Спроектируйте функции, его реализующие. Напишите спецификации функций.

31. Изложите пошагово алгоритм оптимальной триангуляции по заданному множеству точек плоскости. Спроектируйте функции, его реализующие. Напишите спецификации функций.

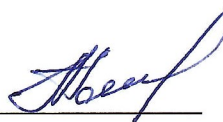
32. Триангуляция Делоне. Сформулируйте определения, теоремы, тесты, необходимые для разработки алгоритмов триангуляции Делоне.

33. Проведите классификацию алгоритмов построения триангуляции Делоне, опишите особенности каждого типа.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа
к.ф.-м.н., доцент



Л.Л.Голубева

05.06.2025

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УО

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____(протокол № ____ от _____ 202_ г.)
(название кафедры)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

(ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)