

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета

А.Д.Король



Регистрационный № УД-14107/уч.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ФИЗИКЕ И МЕХАНИКЕ

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для
специальности:

1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)

Направление специальности:

1-31 03 03-01 Прикладная математика (научно-производственная деятельность)

2025 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 03-2021; учебного плана БГУ № G31-1-212/уч. от 22.03.2022.

СОСТАВИТЕЛЬ:

А.В.Тетерев, доцент кафедры вычислительной математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТ:

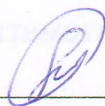
А.Д.Чорный, заведующий лабораторией института тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАН Беларуси, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

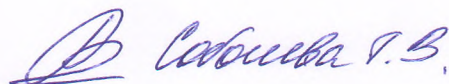
Кафедрой вычислительной математики БГУ
(протокол № 13 от 15.05.2025);

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 10 от 22.05.2025)

Заведующий кафедрой



В.И.Репников



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Математическое моделирование в физике и механике» посвящена вопросам построения математических моделей и проведения вычислительного эксперимента в таких важных областях естествознания как физика и механика. Материал основан на построении моделей конкретных задач механики, физики и других наук. В результате изучения данной дисциплины студенты должны закрепить навыки в исследовании сложных естественнонаучных явлений и процессов путем построения соответствующих математических моделей и проведения соответствующего вычислительного эксперимента.

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «Математическое моделирование в физике и механике» – закрепление у студентов навыков применения методологии решения сложных задач, основанной на математическом моделировании и вычислительном эксперименте; формирование составной части банка знаний, получаемых будущими специалистами в процессе учебы и необходимых им в дальнейшем для успешной работы; формирование у студентов основ математического мышления, изучение различных подходов к построению математических моделей, описывающих те или иные явления или процессы, а также исследование этих явлений или процессов на основе проведения вычислительного эксперимента.

В рамках поставленных целей задачи учебной дисциплины состоят в следующем:

1. формирование у студентов твердых навыков по применению методологии выбора математической модели и оценки уровня адекватности последней;
2. освоение современных вычислительных алгоритмов, применяемых в ходе проведения вычислительного эксперимента.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к дисциплинам специализации (1-31 03 03-01 04 Численные методы) компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами: основой для изучения данной дисциплины являются дисциплины государственного компонента модуля «Математический анализ», дисциплины государственного компонента «Вычислительные методы алгебры» и «Численные методы» модуля «Методы численного анализа», дисциплина государственного компонента «Основы и методологии программирования» модуля «Программирование», дисциплины компонента учреждения высшего образования «Дифференциальные уравнения» и «Функциональный анализ и интегральные уравнения» модуля «Дифференциальные уравнения и функциональный анализ»

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Методы численного решения жестких систем» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

Универсальные компетенции:

Решать задачи профессиональной деятельности на основе применения информационно-коммуникационных технологий;

Специализированные компетенции:

Находить и анализировать научную информацию по темам, связанным с будущей профессиональной деятельностью, с применением современных технологий поиска, обработки и анализа информации, использовать глобальные информационные ресурсы, компьютерные методы сбора, хранения и обработки информации.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- принципы построения математических моделей в газовой динамике;
- методологию построения математических моделей механики на основе вариационного принципа Лагранжа;
- современные численные методы, применяемые в ходе вычислительного эксперимента в различных областях естествознания;

уметь:

- строить математические модели с учетом основных процессов, характеризующих данное явление или объект;
- выбирать численный метод, обеспечивающий качественное проведение вычислительного эксперимента;

владеть:

- современной методологией построения математической модели, адекватно описывающей исследуемый процесс (явление);
- подходами к выбору численного метода, практически пригодного для проведения вычислительного эксперимента по данной модели;
- навыками самообразования и методологией исследования естественно-научных процессов (явлений) с помощью математического моделирования и проведения вычислительного эксперимента.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 7 семестре. В соответствии с учебным планом всего на изучение учебной дисциплины «Математическое моделирование в физике и механике» отведено для **очной формы** получения высшего образования – 200 часов, в том числе 72 аудиторных часа: лекции – 36 часов, лабораторные занятия – 36 часов. Из них:

Лекции – 36 часов, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа (УСР) – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Вычислительный эксперимент в физике

Тема 1.1 Введение

Универсальные методологические подходы, позволяющие безотносительно к конкретным областям приложений строить адекватные математические модели изучаемых объектов. Вычислительный эксперимент как универсальный инструмент исследователя.

Тема 1.2 Основы построения программного комплекса для проведения вычислительного эксперимента

Методология проектирования «сверху-вниз». Система программирования OLYMPUS. Спецификации для систематического программирования. Деление программ на классы. Управление временными шагами при проведении вычислительного эксперимента. Управление выводом результатов. Стил программирования. Рекомендации по проектированию программ. Рекомендации по эффективности программ. Рекомендации по отладке больших программных комплексов.

Раздел 2. Моделирование на основе применения нескольких фундаментальных законов

Тема 2.1 Вывод уравнений газовой динамики в эйлеровых координатах

Предварительные понятия газовой динамики. Вывод уравнения неразрывности для сжимаемого газа. Уравнение непрерывности в курсе теоретической физики. Уравнение движения газа. Вывод уравнения Эйлера. Уравнение энергии.

Тема 2.2 Различные модели газодинамических течений

Поток энергии. Уравнения газовой динамики в лагранжевых координатах. Краевые условия для уравнений газовой динамики. Акустическое приближение. Уравнение Хопфа. «Градиентная катастрофа» - нелинейный эффект. Ударные волны.

Тема 2.3. Основные модели Рэлей-Плессетского типа

Модель Рэлей – Плессета для пузырька в несжимаемой жидкости. Численное решение системы уравнений Геринга-Флина для пузырька в акустическом поле с учетом вязкости и сжимаемости окружающей жидкости. Моделирование осцилляционной динамики пузырька на основании системы уравнений Келлера – Миксиса с учетом поверхностного натяжения вязкости и сжимаемости окружающей жидкости. Модель Гилмора для воздушного пузырька в сильном ультразвуковом поле с учетом реальных свойств жидкости.

Раздел 3. Модели на основе уравнения Больцмана

Тема 3.1. Вывод уравнения Больцмана

Функция распределения. Распределение Максвелла. Н-теорема Больцмана. Свойства интеграла столкновений. Формула осреднения.

Тема 3.2. Вывод уравнений газодинамики из уравнения Больцмана

Система газодинамических уравнений для сжимаемого вязкого теплопроводного газа. Цепочка гидродинамических моделей газа. Уравнение Навье-Стокса.

Раздел 4. Системы отсчета

Тема 4.1. Уравнения движения в инерциальных и неинерциальных системах отсчета

Модель движения механической системы в форме Ньютона. Модель движения в форме Лагранжа. Вывод уравнения движения в неинерциальной системе отсчета, движущейся поступательно. Вывод уравнения движения в произвольной неинерциальной системе отсчета.

Раздел 5. Уравнения движения в форме Лагранжа

Тема 5.1. Вариационные принципы в задачах механики

Уравнение движения в форме Лагранжа для материальной точки в одномерном случае. Модель движения материальной точки в 3-х мерном пространстве. Вывод уравнения Лагранжа для системы N материальных точек. Преимущества моделей движения в форме Лагранжа.

Тема 5.2. Конкретные задачи механики

Уравнения движения свободной точки в цилиндрических и сферических координатах. Модель движения точки на расширяющейся цилиндрической поверхности. Точка на колеблющейся горизонтальной поверхности. Модель циклоидного маятника. Точка на пересечении сферы и движущейся плоскости. Закон сохранения обобщенного импульса. Закон сохранения обобщенной энергии. Модель сферического маятника. Точка на вращающейся прямой.

Тема 5.3. Каноническое уравнение Гамильтона

Законы сохранения в канонических переменных. Функция Гамильтона и интегралы канонических уравнений в задачах двух тел.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная (дневная) форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий
(ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Вычислительный эксперимент в физике	2			6			
1.1	Введение	2						
1.2	Основы построения программного комплекса для проведения вычислительного эксперимента				6			Экспресс-опрос
2	Моделирование на основе применения нескольких фундаментальных законов	6			8		4	
2.1	Вывод уравнений газовой динамики в эйлеровых координатах	2			2			Экспресс-опрос
2.2	Различные модели газодинамических течений	4						Отчет по расчетно- графической работе, экспресс-опрос

2.3	Основные модели Рэлей-Плессетского типа				6		4	Отчет по расчетно-графической работе, контрольная работа №1 по темам 2.1-2.3
3	Модели на основе уравнения Больцмана	8						
3.1	Вывод уравнения Больцмана	4						Отчет по расчетно-графической работе, экспресс-опрос
3.2	Вывод уравнений газодинамики из уравнения Больцмана	4						Отчет по расчетно-графической работе, экспресс-опрос
4	Системы отсчета	4			2		2	
4.1	Уравнения движения в инерциальных и неинерциальных системах отсчета	4			2		2	Экспресс-опрос, отчет по расчетно-графической работе
5	Уравнения движения в форме Лагранжа	16			14			
5.1	Вариационные принципы в задачах механики	8						Экспресс-опрос
5.2	Конкретные задачи механики	6			6			Экспресс-опрос
5.3	Каноническое уравнение Гамильтона	2			8			Отчет по расчетно-графической работе, контрольная работа №2 по темам 3.1-5.3

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Токарева С.А. Прикладная газовая динамика. Численные методы решения гиперболических систем уравнений: учебное пособие для вузов / С.А. Токарева. – Санкт-Петербург: Лань, 2024. – 240 с.
2. Вильке В.Г. Теоретическая механика: учебник и практикум для вузов / В.Г. Вильке. – Москва: Юрайт, 2025. – 311 с. URL: <https://urait.ru/bcode/560841>
3. Волков К.Н. Лагранжевы модели турбулентных течений газа с частицами / К.Н. Волков, В.Н. Емельянов, А.С. Козелков, Е.С. Тятюшкина. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 244 с.

Дополнительная литература

1. Самарский А.А. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент // Вестник АН СССР, №5. 1979. – С. 38-49.
2. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. М.: «Наука». – 1997.
3. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. М.: «Мир». – 1987.
4. Ольховский И.И. Курс теоретической механики для физиков. М.: «Наука». – 1970.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие средства текущей аттестации: отчеты по лабораторным работам, письменные контрольные работы, устные экспресс-опросы.

Лабораторные работы, как правило, представляют собой задания, включающие программную реализацию указанного численного метода, проведение вычислительного эксперимента и комментарии по его итогам. Рекомендуемая форма отчетности по лабораторной работе – письменный отчет. Лабораторная работа оценивается по 10-балльной шкале. Отметка за лабораторную работу может быть снижена в случае несвоевременного выполнения.

Письменные контрольные работы проводятся для контроля знаний по одному или нескольким разделам дисциплины. Они включают 4–5 заданий и оцениваются по 10-балльной шкале. В случае неудовлетворительной отметки контрольная работа может быть переписана.

Устный экспресс-опрос студентов проводится в свободной форме во время лабораторных и лекционных занятий. Его результаты учитываются преподавателем при выставлении итоговой отметки.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Математическое моделирование в физике и механике» учебным планом предусмотрен экзамен.

Для формирования итоговой отметки по учебной дисциплине используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущей и промежуточной аттестации студентов по учебной дисциплине.

Формирование итоговой отметки в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации (примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации):

- отчеты по лабораторным работам – 50 %;
- контрольные работы – 40 %;
- устный экспресс-опрос – 10 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (модульно-рейтинговой системы оценки знаний) – 60 % и отметки на зачете – 40 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы

Тема 2.3. Основные модели Рэлей-Плессетского типа (4 ч)

Примерное задание:

1. Вывести систему уравнений для модели Гилмора.
2. Вывести систему уравнений для модели Келлера-Миксиса.
3. Вывести систему уравнений для модели Геринга-Флинна.
4. Построить вычислительную модель для решения системы в приближении Гилмора.
5. Построить вычислительную модель для решения системы в приближении Келлера-Миксиса.
6. Построение вычислительную модель для решения системы в приближении Геринга-Флинна.

Форма контроля: отчет по расчетно-графической работе

Тема 4.1. Уравнения движения в инерциальных и неинерциальных системах отсчета (2 ч)

Примерное задание:

1. Построение вычислительной модели в сферических координатах и ее программная реализация для приближения Гилмора.
2. Построение вычислительной модели в сферических координатах и ее программная реализация для приближения Келлера-Миксиса.
3. Построение вычислительной модели в сферических координатах и ее программная реализация для приближения Геринга-Флинна.

Форма контроля: отчет по расчетно-графической работе.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации занятий используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности.

Также при организации образовательного процесса используется **метод группового обучения**, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, методические указания к лабораторным занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, экзамену, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.). Эффективность самостоятельной работы студентов проверяется в ходе текущего и итогового контроля знаний. Для общей оценки качества усвоения студентами учебного материала рекомендуется использование рейтинговой системы.

Примерный перечень вопросов к экзамену

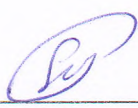
1. Уравнение неразрывности для сжимаемого газа.
2. Вывод уравнения непрерывности в курсе теоретической физики.
3. Уравнения движения газа.
4. Уравнения Эйлера.
5. Уравнение энергии.
6. Дивергентный вид уравнения энергии.
7. Поток энергии.
8. Уравнения газовой динамики в лагранжевых координатах.
9. Уравнение энергии и движения при адиабатическом течении.
10. Уравнение Бернулли.
11. Изоэнтропическое течение.
12. Акустическое приближение.
13. Уравнение Хопфа.
14. Поверхности разрыва.
15. Ударная адиабата.

16. Описание совокупности частиц с помощью функции распределения.
17. Уравнение Больцмана для функции распределения.
18. Распределение Максвелла.
19. H-теорема Больцмана.
20. Свойства интеграла столкновений и формулы осреднения.
21. Вывод уравнения неразрывности из уравнения Больцмана.
22. Вывод уравнения движения из уравнения Больцмана.
23. Замыкание системы газодинамических уравнений.
24. Система уравнений сжимаемого вязкого теплопроводного газа.
25. Модели газа более низких иерархических уровней.
26. Модели газа без диссипативных процессов.
27. Цепочка гидродинамических моделей газа.
28. Уравнения движения в форме Лагранжа.
29. Уравнения Лагранжа для потенциальных сил.
30. Преимущества уравнений движения в форме Лагранжа.
31. Уравнение движения свободной точки в цилиндрических координатах.
32. Уравнение движения свободной точки в сферических координатах.
33. Точка на расширяющейся цилиндрической поверхности.
34. Точка на колеблющейся горизонтальной плоскости.
35. Циклоидальный маятник.
36. Точка на пересечении сферы и движущейся плоскости.
37. Сферический маятник.
38. Точка на вращающейся прямой.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой
вычислительной математики
доцент, кандидат физ.-мат. наук


(подпись)

В.И.Репников

15.05.2025

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УО

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
