

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета

А.Д.Король

27 июня 2025 г.

Регистрационный № 3285/6.



ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для
специальности:

6-05-0533-09 Прикладная математика

М.М.Васильковский

Заведующий кафедрой

2025 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-0533-09-2023, учебных планов БГУ: № 6-5.3-57/01, № 6-5.3-57/02 от 15.05 2023 г., № 6-5.3-57/03, № 6-5.3-57/04 от 15.05.2023.

СОСТАВИТЕЛИ:

Н.Я.Радыно, доцент кафедры фундаментальной математики и интеллектуальных систем факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

А.К.Деменчук, главный научный сотрудник отдела дифференциальных уравнений, Института математики Национальной Академии Наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор;

С.Г.Красовский, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой фундаментальной математики и интеллектуальных систем БГУ (протокол № 11 от 06.06.2025)

Научно-методическим Советом БГУ (протокол № 11 от 26.06.2025)

Заведующий кафедрой



М.М.Васьковский



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» – создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики, используемых при изучении перечисленных выше учебных дисциплин.

Учебная дисциплина знакомит студентов с основными методами интегрирования и исследования дифференциальных уравнений, а также с методами построения дифференциальных моделей детерминированных процессов. При изложении материала учебной дисциплины важно показать возможности использования аппарата дифференциальных уравнений при решении прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики. Целесообразно выделить моменты построения математических моделей естественных процессов с целью их последующего изучения, а также обратить внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

Задачи учебной дисциплины:

1. Научить строить и исследовать решения дифференциальных уравнений.
2. Научить строить математические модели эволюционных процессов.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Дифференциальные уравнения и функциональный анализ» компонента учреждения образования.

Программа составлена с учетом межпредметных связей с учебными дисциплинами. Для специальности 6-05-0533-09 «Прикладная математика» основой для изучения дисциплины являются учебные дисциплины модулей «Математический анализ» и «Геометрия и алгебра» государственного компонента.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

Специализированные компетенции:

Решать задачи дифференциального и интегрального исчисления, использовать методы дифференциального исчисления при построении и исследовании математических моделей естественнонаучных процессов.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- методы интегрирования элементарных дифференциальных уравнений, линейных уравнений и систем с постоянными коэффициентами;
- условия существования и единственности решений дифференциальных уравнений, основные понятия теории устойчивости;
- понятие первого интеграла;
- принципы построения дифференциальных моделей;

уметь:

- находить общее решение и решение задачи Коши для линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами методами Лагранжа и Эйлера;
- интегрировать элементарные дифференциальные уравнения;
- строить дифференциальные модели простейших процессов и физических явлений;

иметь навык:

- владения аппаратом дифференциальных уравнений;
- исследования моделей, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 3, 4 семестрах. В соответствии с учебным планом всего на изучение учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» отведено для очной формы получения высшего образования - 208 часов, в том числе 136 аудиторных часа: лекции – 68 часов, практические занятия – 68 часов. Из них:

3 семестр:

Лекции – 34 часа, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы

Форма промежуточной аттестации – зачет.

4 семестр:

Лекции – 34 часа, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений

Определение обыкновенного дифференциального уравнения, общего решения, частного решения, полного решения. Задача Коши. Простейшие уравнения. Теорема об однозначной разрешимости задачи Коши для простейшего уравнения первого порядка. обыкновенных дифференциальных уравнений. Принципы построения математических моделей. Основные понятия и задачи теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами

Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Общее решение. Построение общего решения однородного стационарного линейного уравнения n -го порядка. Однозначная разрешимость задачи Коши. Вронскиан. Формула Остроградского–Лиувилля. Базис пространства решений однородного стационарного линейного уравнения n -го порядка.

Неоднородные стационарные линейные уравнения n -го порядка. Структура общего решения. Однозначная разрешимость задачи Коши. Методы построения частного решения (Лагранжа, Эйлера, Коши). Исследования стационарных линейных уравнений: интегральная непрерывность решений, устойчивость и асимптотическая устойчивость по Ляпунову стационарных линейных уравнений n -го порядка. Фазовая плоскость однородного стационарного линейного уравнения второго порядка. Теорема о фазовых графиках, классификация точек покоя невырожденного уравнения. Прямая покоя.

Тема 3. Линейные дифференциальные системы с постоянными коэффициентами

Существование и единственность решения задачи Коши. Базис пространства решений однородного стационарного векторного уравнения. Методы интегрирования однородных и неоднородных стационарных линейных векторных уравнений. Правило Эйлера построения базисной матрицы. Экспонентное представление решения. Вычисление экспоненты матрицы. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Матрица Коши, метод Коши интегрирования неоднородных систем. Исследование линейных векторных уравнений: зависимость решений от начальных данных, устойчивость и асимптотическая устойчивость решений по Ляпунову. Фазовая плоскость однородного стационарного линейного векторного уравнения размерности два. Фазовая плоскость однородного линейного уравнения размерности 2. Точки покоя.

Тема 4. Элементарные дифференциальные уравнения

Основные типы элементарных уравнений. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородное уравнение. Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати.

Тема 5. Общая теория дифференциальных уравнений первого порядка

Задача Коши. Интегральный критерий. Лемма Гронвола. Условие Липшица. Лемма об условии Липшица. Теорема об однозначной разрешимости задачи Коши. Сравнение решений и продолжимость. Зависимость решений от начальных данных и параметров.

Уравнения первого порядка общего вида. Однозначная разрешимость задачи Коши. Уравнения Лагранжа и Клеро. Задача об изогональных траекториях. Общие, особые и составные решения. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка уравнения.

Тема 6. Общая теория дифференциальных уравнений

Нелинейные векторные уравнения. Уравнения n -го порядка, разрешенные относительно старшей производной. Однозначная разрешимость задачи Коши для линейных уравнений с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Формула Остроградского–Лиувилля. Базис пространства решений однородного уравнения. Множество решений неоднородного линейного дифференциального уравнения. Линейные однородные уравнения второго порядка. Понижение порядка. Каноническая форма. Колеблемость решений. Теорема сравнения Штурма.

Уравнения Эйлера: однородные и неоднородные. Структура общего решения. Задача Коши для уравнения Эйлера. Построение решений уравнения Эйлера в виде степенных рядов. Уравнение Бесселя. Формальное решение. Сходимость формального решения. Теорема о существовании голоморфного решения задачи Коши. Зависимость решений нелинейных дифференциальных уравнений от параметров и начальных данных. Дифференцируемость решений по параметрам и начальным данным.

Первые интегралы. Базис первых интегралов. Понижение размерности системы. Системы в симметрической форме. Устойчивость и асимптотическая устойчивость нулевого решения. Метод функций Ляпунова. Устойчивость по первому приближению. Формальные решения нелинейных голоморфных уравнений. Модельное уравнение. Теорема Коши.

Тема 7. Уравнения с частными производными первого порядка

Классификация уравнений с частными производными первого порядка. Линейные и квазилинейные уравнения. Задача Коши и её решение.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная (дневная) форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСП	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
3 семестр								
1	Основные понятия теории дифференциальных уравнений	2	2					Контрольная работа 1
2	Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами	14	14				2	Устный опрос, отчеты по практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа 2
3	Линейные дифференциальные системы с постоянными коэффициентами	10	14				2	Устный опрос, отчеты по практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа 3
4	Элементарные дифференциальные уравнения.	8						Устный опрос, контрольная работа 4
4 семестр								
5	Общая теория дифференциальных уравнений первого порядка	10	14				2	Устный опрос, контрольная работа 1. Отчеты по практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа 2

6	Общая теория дифференциальных уравнений	22	12				2	Устный опрос, отчеты по практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа 3
7	Уравнения с частными производными первого порядка	2	4					Устный опрос, отчеты по практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа 4

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Бибииков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / Ю. Н. Бибииков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 304 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210617>.
2. Егоров, А. И. Обновленный курс обыкновенных дифференцированных уравнений : учебное пособие для вузов / А. И. Егоров. - Изд. 3-е, стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2024. - 470 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/359828>.
3. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах : учебное пособие для студ. высших учебных заведений / Г. С. Жукова. - Москва : ИНФРА-М, 2024. - 347 с. - URL: <https://znanium.ru/read?id=441288>.
4. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: [более 140 задач с ответами] / А. Ф. Филиппов. - Изд. 9-е. - Москва: URSS: ЛЕНАНД, 2022. - 239 с.
5. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения: учебник для физических и физико-математических факультетов университетов / Л. Э. Эльсгольц. - Изд. 9-е. - Москва: URSS: ЛЕНАНД, 2021. - 309 с.

Дополнительная литература

1. Альсевич Л.А., Мазаник С.А., Черенкова Л.П. Практикум по дифференциальным уравнениям. Мн.: БГУ, 2000г. – 311 с.
2. Альсевич Л.А., Мазаник С.А., Рассолько Г.А., Черенкова Л.П. Дифференциальные уравнения. Практикум. Мн.: Вышэйшая шк., 2012 г. – 382 с.
3. Арнольд, В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: [учебное издание для вузов] / В. И. Арнольд. - Изд. 2-е, стер. - Москва: МЦНМО, 2018. - 343 с.
4. Богданов Ю.С., Мазаник С.А., Сыроид Ю.Б. Курс дифференциальных уравнений. Мн.: Універсітэцкае, 1996 г. – 287 с.
5. Богданов Ю.С., Сыроид Ю.Б. Дифференциальные уравнения. Мн.: Вышэйшая школа, 1983г. – 239 с.
6. Богданов Ю.С. Лекции по дифференциальным уравнениям. Мн.: Вышэйшая шк., 1977г. – 240 с.
7. Изобов Н.А. Введение в теорию показателей Ляпунова. Мн.: БГУ, 2006г. – 319 с.
8. Петровский, И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: Учебник для механико-математических фак. ун-тов / И.Г.Петровский. - 6-е изд., стер. - М.: УРСС, 2003. – 272 с.
9. Прохорова, Р.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студ. УВО по математическим спец. / Р. А. Прохорова; БГУ. - Минск: БГУ, 2017. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/205697>.

10. Тихонов, А. Н. Дифференциальные уравнения: учебник для студ. физических спец. и спец. "Прикладная математика" / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников. - Изд. 4-е, стер. - Москва: Физматлит, 2002. - 254 с.
11. Федорюк, М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студ. высш. технических учеб. заведений / М. В. Федорюк. - Изд. стер. - Москва: URSS: Либроком, 2017. - 447 с.
12. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.:Наука, 1976г. – 576 с.
13. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Мн.: 1974г. – 766 с.
14. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Мн.: Высшэйшая шк., 1974г.
15. Пономарев К.К. Составление дифференциальных уравнений. Мн.: Высшэйшая шк., 1973г. – 560 с.
16. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения: М.:Наука, 1982г. – 332 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для диагностики компетенций в рамках учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы:

1. Устная форма: опросы, отчеты по практическим упражнениям с их устной защитой.
2. Письменная форма: контрольные работы.

В качестве рекомендуемых технических средств диагностики используется обучение, организованное на платформе Moodle (<https://edufpmi.bsu.by>).

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Дифференциальные уравнения» учебным планом **зачёт, экзамен**.

Для формирования итоговой отметки по учебной дисциплине используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущей и промежуточной аттестации студентов по учебной дисциплине.

Формирование итоговой отметки в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации (примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации):

- отчеты по практическим упражнениям с их устной защитой – 50 %;
- контрольные работы – 50 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе итоговой отметки текущей аттестации (модульно-рейтинговой системы оценки знаний) 40 % и экзаменационной отметки 60 %.

Примерная тематика практических занятий

3 семестр

- Занятие 1. Простейшие дифференциальные уравнения
- Занятие 2. СтЛОД-1
- Занятие 3. Однородные СтЛОД-п
- Занятие 4. Базис пространства решений однородного СтЛОД-п
- Занятие 5. Неоднородные СтЛОД-п. Метод Лагранжа.
- Занятие 6. Неоднородные СтЛОД-п. Метод Коши.
- Занятие 7. Неоднородные СтЛОД-п. Метод Эйлера.
- Занятие 8-9. Фазовая плоскость однородного СтЛОД-2.
- Занятие 10. Устойчивость.
- Занятие 11. Методы интегрирования СтЛВ.
- Занятие 12. Однородные СтЛВ. Матричный метод.
- Занятие 13. Однородные СтЛВ. Метод Эйлера.
- Занятие 14. Неоднородные СтЛВ. Метод Лагранжа.
- Занятие 15. Фазовая плоскость однородного СтЛВ-2.
- Занятие 16-17. Устойчивость и асимптотическая устойчивость решений СтЛВ.

4 семестр

- Занятие 1. УПД. Интегрирующий множитель.
- Занятие 2. Уравнение с раздел. переменными. Линейное уравнение. Уравнение Бернулли.
- Занятие 3. Однородное уравнение и приводящееся к однородному.
- Занятие 4. Уравнение Риккати.
- Занятие 5. Особое решение.
- Занятие 6. Огибающая однопараметрического семейства кривых.
- Занятие 7-8. Уравнение неразрешенное относительно производной. Метод введения параметра.
- Занятие 9. Уравнение Лагранжа, уравнение Клеро. Построение траекторий ортогональных данному семейству.
- Занятие 10. Понижение порядка уравнения.
- Занятие 11. Уравнение Эйлера. Линейное голоморфное уравнение.
- Занятие 12. Первые интегралы системы.
- Занятие 13. Базис первых интегралов.
- Занятие 14. Устойчивость по Ляпунову.
- Занятие 15-16. Линейное уравнение в частных производных первого порядка.

Занятие 17. Задача Коши для линейного уравнения в частных производных первого порядка.

Рекомендуемая тематика контрольных работ:

- 1) Контрольная работа №1. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
- 2) Контрольная работа №2. Однородные линейные векторные уравнения размерности n (однородные линейные системы).
- 3) Контрольная работа №3. Элементарные дифференциальные уравнения
- 4) Контрольная работа №4. Уравнения Лагранжа, Клеро. Первые интегралы. Задача Коши для ЧП-1.

Примерный перечень заданий к контрольным работам

Контрольная работа.

1. Методом Эйлера найти решение задачи Коши для неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка.
2. Методом Лагранжа найти решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка.
3. Применить правило Коши к задаче Коши неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка.

Контрольная работа.

1. Сведением к уравнению второго порядка найти решение системы двух линейных дифференциальных уравнений.
2. Найти фундаментальную матрицу линейного дифференциального векторного уравнения, используя метод Эйлера.
3. Вычислить экспоненту матрицы и записать решение задачи Коши для линейного дифференциального векторного уравнения, используя правило Коши.
4. Методом Лагранжа найти решение линейного дифференциального векторного уравнения.
5. Исследовать на устойчивость тривиальное решение линейного дифференциального векторного уравнения.

Контрольная работа.

1. Решить начальную задачу для уравнения в полных дифференциалах.
2. Решить однородное дифференциальное уравнение.
3. Решить линейное дифференциальное уравнение.
4. Решить уравнение Бернулли.
5. Решить уравнение, приводящееся к однородному.
6. Решить уравнение с разделяющимися переменными.

Контрольная работа.

1. Решить уравнение Эйлера.

2. Редуцировать систему дифференциальных уравнений.
3. Методом введения параметра решить данные дифференциальные уравнения.
4. Понизив порядок, решить дифференциальное уравнение.
5. Построить базис первых интегралов системы.
6. По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения системы дифференциальных уравнений.
7. Исследовать устойчивость нулевого решения системы дифференциальных уравнений вторым методом Ляпунова.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы

Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. (2 ч.)

Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Фазовая плоскость однородного стационарного линейного уравнения второго порядка. Решение задач из задачника: Альсевич Л.А., Черенкова Л.П. Практикум по дифференциальным уравнениям. Мн.: Вышэйшая школа, 1990 г. Отдел V, §11.

Форма контроля - отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой.

Тема 3. Линейные дифференциальные системы с постоянными коэффициентами. (2 ч.)

Линейные дифференциальные системы с постоянными коэффициентами. Фазовая плоскость однородного линейного уравнения размерности 2. Решение задач из задачника: Альсевич Л.А., Черенкова Л.П. Практикум по дифференциальным уравнениям. Мн.: Вышэйшая школа, 1990г.. Отдел VIII, §22.

Форма контроля - отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой.

Тема 5. Общая теория дифференциальных уравнений первого порядка. (2 ч.).

Задача об изогональных траекториях. Уравнение Бесселя. Построение формального решения. Решение задач из задачника: Альсевич Л.А., Черенкова Л.П. Практикум по дифференциальным уравнениям. Мн.: Вышэйшая школа, 1990г.. Отдел X, §34. Отдел XII, §40.

Форма контроля - отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой.

Тема 6. Общая теория дифференциальных уравнений. (2 ч.).

Колеблемость решений уравнения второго порядка с непрерывными коэффициентами. Решение задач из задачника: Альсевич Л.А., Черенкова Л.П. Практикум по дифференциальным уравнениям. Мн.: Вышэйшая школа, 1990г.. Отдел XII, §41.

Форма контроля - отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используются следующие методы:

– **метод учебной дискуссии**, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме. Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

– **метод группового обучения**, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

В качестве технических средств для организации работы в рамках учебной дисциплины рекомендуется использовать Образовательный портал БГУ (<https://edufpmi.bsu.by>) – инструмент с эффективной функциональностью контроля, тренинга и самостоятельной работы.

Используются методы и приемы развития критического мышления, которые представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией; понимании информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

При организации образовательного процесса используется практико-ориентированный подход, который предполагает освоение содержания дисциплины через выполнение практических заданий, имеющих элементы учебно-исследовательской деятельности.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные ресурсы: разместить на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, методические указания к практическим занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательного стандарта высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к экзамену, задания, тесты, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами первого порядка. Общее решение. Теорема о разрешимости.
2. Формула Остроградского-Лиувилля для однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка.
3. Линейная зависимость решений однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка.
4. Базис пространства решений однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка. Теорема об общем решении.
5. Правило Лагранжа отыскания частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка.
6. Правило Эйлера построения ЧР неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка.
7. Теорема о разрешимости для неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка. Нулевая задача Коши.
8. Правило Коши разрешения неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка.
9. Теорема о фазовых графиках.
10. Теорема о точках покоя. Седло.
11. Теорема о точках покоя. Узлы.
12. Теорема о точках покоя. Фокус. Центр.
13. Теорема об интегральной непрерывности решений линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами n -ого порядка.
14. Критерий устойчивости по Ляпунову тривиального решения однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка.
15. Критерий асимптотической устойчивости тривиального решения однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка.
16. Теорема о разрешимости для произвольного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка.
17. Формула Остроградского-Лиувилля для однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка. Теорема об общем решении.
18. Правило Эйлера построения базисной матрицы.
19. Правило Лагранжа отыскания частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n -ого порядка.

20. Дифференцирование экспоненты матрицы. Экспоненциальное представление решения. Общее решение однородного стационарного линейного векторного дифференциального уравнения.
21. Правило Коши для стационарного линейного векторного дифференциального уравнения.
22. Вычисление экспоненты матрицы.
23. Теорема об интегральной непрерывности решений стационарного линейного векторного дифференциального уравнения.
24. Критерий устойчивости по Ляпунову тривиального решения стационарного линейного векторного дифференциального уравнения.
25. Критерий асимптотической устойчивости тривиального решения стационарного линейного векторного дифференциального уравнения.
26. Фазовая плоскость однородного стационарного линейного векторного дифференциального уравнения размерности 2.
27. УПД. Интегрирующий множитель.
28. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородное уравнение.
29. Линейное уравнение. Уравнение Бернулли.
30. Уравнение Риккати.
31. Интегральный критерий.
32. Лемма Гронуолла. Следствие.
33. Теорема Пикара-Линделефа (схема доказательства).
34. Лемма об условии Липшица.
35. Теорема о разрешимости для уравнения $F(x, y, y')=0$, неразрешённого относительно производной. Методы интегрирования.
36. Уравнения Лагранжа и Клеро.
37. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка (3 первых).
38. Теорема о разрешимости для линейного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами.
39. Линейная зависимость функций одной переменной. (Формулировки теорем.)
40. Теорема о существовании фундаментальной системы решений для линейного дифференциального уравнения. Теорема об общем решении.
41. Признак неколеблемости решений. Лемма о нулях.
42. Теорема Штурма.
43. Структура решения однородного уравнения Эйлера.
44. Теорема о разрешимости для уравнения Эйлера. Структура решения задачи Коши.
45. Представление решений однородного и неоднородного уравнений Эйлера.
46. Теорема о существовании формального решения линейного дифференциального уравнения с голоморфными коэффициентами.
47. Теорема о сходимости формального решения линейного дифференциального уравнения с голоморфными коэффициентами.

48. Теорема о существовании голоморфного решения линейного дифференциального уравнения с голоморфными коэффициентами.

49. Теоремы о первом интеграле и интегрируемой комбинации.

50. Теорема об общем виде первого интеграла. Формулировка теоремы о базисе первых интегралов.

51. Понижение размерности системы (редукция). Системы в симметричной форме.

52. Теорема Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости нулевого решения. Следствие (формулировка).

53. Теорема об устойчивости по первому приближению. Следствие.

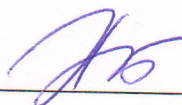
54. Теорема об общем решении линейного однородного уравнения с частными производными первого порядка.

55. Задача Коши для линейного однородного уравнения с частными производными первого порядка.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Методы оптимизации	Кафедра методов оптимального управления	Предложения отсутствуют	Рекомендовать к утверждению учебную программу (протокол № 11 от 06.06.2025)
Функциональный анализ и интегральные уравнения	Кафедра компьютерных технологий и систем	Предложения отсутствуют	Рекомендовать к утверждению учебную программу (протокол № 11 от 06.06.2025)
Уравнения математической физики	Кафедра компьютерных технологий и систем	Предложения отсутствуют	Рекомендовать к утверждению учебную программу (протокол № 11 от 06.06.2025)

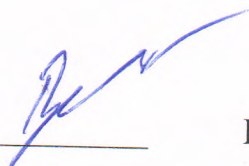
Заведующий кафедрой
методов оптимального управления
кандидат физико-математических наук,
доцент



Н.М.Дмитрук

06.06.2025

Заведующий кафедрой
компьютерных технологий и систем
доктор педагогических наук,
кандидат физико-математических наук,
профессор



В.В.Казачёнок

06.06.2025

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УО

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
