

М26 н

Учреждение образования  
«Международный государственный экологический институт  
имени А.Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

УТВЕРЖДАЮ

Директор

МГЭИ им. А. Д. Сахарова БГУ

О. И. Родькин

«26» июня 2025

Регистрационный № УД-1439-25 /уч.



## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для  
специальности:

6-05-0611-01 Информационные системы и технологии

Профилизации:

Информационные системы и технологии в экологии;

Информационные системы и технологии в здравоохранении

2025 г.



Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 6-05-0611-01-2023 от 10.08.2023, примерной учебной программы по учебной дисциплине «Математический анализ» (рег.№6-05-06-066/пр. от 27.06.2024), учебных планов учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А.Д. Сахарова» Белорусского государственного университета для специальности 6-05-0611-01 Информационные системы и технологии профилизаций Информационные системы и технологии в экологии (рег.№159-23/уч. от 07.04.2023) и Информационные системы и технологии в здравоохранении (рег.№160-23/уч. от 07.04.2023)

### **СОСТАВИТЕЛЬ:**

Д.И. Радюк, старший преподаватель кафедры ядерных и медицинских технологий учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

### **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой ядерных и медицинских технологий учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол № 11 от 20 июня 2025);

Научно-методическим советом учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 25 июня 2025)



## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели обучения дисциплине:

- формирование математической компетентности обучающихся для непрерывного образования и профессиональной деятельности;
- развитие логического и алгоритмического мышления;
- овладение основными методами исследования и решения математических задач;
- выработка умения самостоятельно расширять математические знания и проводить постановку и математический анализ прикладных задач.

### Задачи обучения дисциплине:

- формирование у студентов основных понятий и методов математического анализа;
- обучение решению прикладных задач математики в курсах физики, химии, программирования, экологии;
- развитие научного мировоззрения.

Учебная дисциплина относится к модулю «Математика» наряду с «Линейной алгеброй и аналитической геометрией».

Базовой учебной дисциплиной для учебной дисциплины «Математический анализ» является «Математика» в объеме уровня общего среднего образования. В свою очередь учебная дисциплина «Математический анализ» является базовой для учебных дисциплин модуля «Дополнительные главы математики», а также является необходимым условием успешного освоения технических учебных дисциплин.

Математический анализ является фундаментальной дисциплиной. В связи с возросшей ролью математики в современной науке и технике будущие экологи, инженеры нуждаются в серьезной математической подготовке. Изучение математики развивает логическое мышление, приучает студента к точности, к умению выделять главное, дает необходимые сведения для понимания сложных задач, возникающих в различных областях человеческой деятельности. Математический аппарат позволяет единообразно описать широкий круг фактов и явлений, провести их детальный количественный анализ, предсказать, как поведет себя объект в различных условиях. Математические модели широко применяются в механике, физике, экологии и т. д. Математический анализ необходим для изучения специальных дисциплин (основы алгоритмизации и программирования, компьютерные сети, статистические методы обработки данных и др.)

Воспитательное значение учебной дисциплины «Математический анализ» заключается в формировании у обучающихся математической культуры и научного мировоззрения; развитии исследовательских умений, аналитических способностей, креативности, необходимых для решения научных и практических задач; развитии познавательных способностей и активности: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и



организованности; формировании способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Изучение данной учебной дисциплины способствует созданию условий для формирования интеллектуально развитой личности обучающегося, которой присущи стремление к профессиональному совершенствованию, активному участию в экономической и социально-культурной жизни страны, гражданская ответственность и патриотизм.

Студент должен владеть следующими универсальными и базовыми профессиональными **компетенциями**:

- применять методы дифференциального и интегрального исчислений, аппарат теории степенных и функциональных рядов при построении и исследовании математических моделей прикладных задач;
- обладать навыками творческого аналитического мышления.

В результате усвоения дисциплины студент должен

**знать:**

- основные методы дифференцирования и интегрирования;
- основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения;
- основы теории рядов;
- роль и значение математического анализа при построении математических моделей;

**уметь:**

- выполнять действия с комплексными числами;
- вычислять пределы последовательности и функции;
- дифференцировать и интегрировать функции одной и нескольких переменных;
- находить общее и частное решения дифференциальных уравнений первого порядка;
- исследовать сходимость числовых и функциональных рядов;
- разлагать функции в степенные ряды;
- применять методы дифференциального и интегрального исчислений для решения задач профессиональной направленности;

**иметь навык:**

- владения методами математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования;
- интерпретации полученных результатов математического исследования;
- практического использования базовых знаний и методов математического анализа в профессиональной области знания.

Дисциплина изучается в I и II семестре. Программа курса рассчитана на 330 ч. Аудиторных часов 176, из них: лекционных – 82 ч, практических занятий – 94 ч.

Форма получения высшего образования – очная (дневная).

Форма промежуточной аттестации – зачет в I семестре, экзамен во II семестре.

Трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц (3 в первом семестре и 6 во втором).

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Тема 1. Введение в курс математического анализа

Понятие множества, операции над множествами. Числовые множества. Множество комплексных чисел. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах.

Функции. Основные понятия. Способы задания функции. Свойства функций.

Понятие числовой последовательности. Способы задания. Виды последовательностей.

### Тема 2. Предел последовательности и функции. Непрерывность функции

Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства последовательностей, имеющих предел. Число  $e$ .

Предел функции в точке (по Коши и по Гейне) и на бесконечности. Вычисление пределов. Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые функции. Односторонние пределы.

Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность функции на промежутке. Асимптоты графика функции. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### Тема 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Понятие производной функции, её геометрический и физический смысл. Уравнения касательной и нормали к кривой. Свойства производной для арифметических действий. Производная сложной и обратной функции. Таблица производных. Дифференцирование показательных, степенных, неявно и параметрически заданных функций. Дифференциал функции, его геометрический смысл и применение в приближенных вычислениях. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правила Лопиталя. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Применение производной к исследованию функций (монотонность, экстремумы, направление выпуклости кривой, точки перегиба). Общая схема исследования функции и построение ее графика. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### Тема 4. Неопределенный интеграл

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, замена переменной, поднесение под знак дифференциала, интегрирование по частям. Интегрирование выражений,



содержащих квадратный трехчлен в знаменателе дроби. Понятие рациональной функции, разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 5. Определенный интеграл**

Задача о площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл и его свойства. Интеграл с переменным верхним пределом и его дифференцирование. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла к задачам геометрии и механики. Несобственные интегралы. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 6. Функции нескольких переменных**

Функции нескольких переменных: основные понятия. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные. Полный дифференциал функции двух переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Дифференцирование сложной и неявной функций нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции двух переменных. Условный экстремум. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 7. Интегральное исчисление функций нескольких переменных**

Определение двойного интеграла, его свойства. Повторные интегралы. Вычисление двойных интегралов в декартовой системе координат. Изменение порядка интегрирования в двойном интеграле. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат. Геометрические и физические приложения двойного интеграла.

Задачи, приводящие к криволинейному интегралу 1-го рода. Свойства и вычисление криволинейных интегралов 1-го рода. Криволинейный интеграл 2-го рода, его механический смысл. Свойства и вычисление криволинейных интегралов 2-го рода. Формула Грина. Условия независимости криволинейных интегралов 2-го рода от пути интегрирования. Восстановление функции по ее полному дифференциалу.

### **Тема 8. Дифференциальные уравнения и системы**

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Общее и частное решение ОДУ. Задача Коши.

ОДУ 1-го порядка. Основные типы ДУ 1-го порядка и методы их решений (с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах).

Основные понятия о ДУ высших порядков. Задача Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков и свойства их решений. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Структура общего решения, принцип суперпозиции решений. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Метод вариации произвольных постоянных.

Системы ОДУ первого порядка. Линейные системы ОДУ 1-го порядка с постоянными коэффициентами и методы их решения.

## **Тема 9. Числовые и функциональные ряды**

Понятие числового ряда и его суммы. Сходимость и расходимость рядов. Необходимое условие сходимости числового ряда. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость ряда. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Функциональные ряды. Степенные ряды, теорема Абеля. Радиус, интервал и область сходимости степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена. Ряды Фурье. Ряды Фурье для периодических функций.



## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

| Номер занятия<br>раздела, темы, | Название раздела, темы                                           | Количество аудиторных часов |                                          |                      |                   | Формы знаний<br>контроля |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------------|----------------------|-------------------|--------------------------|
|                                 |                                                                  | Лекции                      | Занятия<br>(семинарские)<br>Практические | Лабораторные занятия | Иное              |                          |
| 1                               | 2                                                                | 3                           | 4                                        | 5                    | 6                 | 7                        |
| 1                               | Введение в курс<br>математического анализа                       | 4                           | 4                                        |                      | метод.<br>пособие | 1 – 6                    |
| 2                               | Предел последовательности<br>и функции. Непрерывность<br>функции | 6                           | 6                                        |                      | метод.<br>пособие | 1 – 6                    |
| 3                               | Дифференциальное<br>исчисление функций одной<br>переменной       | 12                          | 14                                       |                      | метод.<br>пособие | 1 – 6                    |
|                                 | Контрольная работа №1                                            |                             | 2                                        |                      |                   |                          |
| 4                               | Неопределенный интеграл                                          | 12                          | 14                                       |                      | метод.<br>пособие | 1 – 6                    |
| 5                               | Определенный интеграл                                            | 6                           | 10                                       |                      | метод.<br>пособие | 1 – 6                    |
| 6                               | Функции нескольких<br>переменных                                 | 10                          | 8                                        |                      | метод.<br>пособие | 1 – 6                    |
| 7                               | Интегральное исчисление<br>функций нескольких<br>переменных      | 12                          | 12                                       |                      | метод.<br>пособие | 1 – 6                    |
|                                 | Контрольная работа №2                                            |                             | 2                                        |                      |                   |                          |
| 8                               | Дифференциальные<br>уравнения и системы                          | 12                          | 14                                       |                      | метод.<br>пособие | 1 – 6                    |
|                                 | Контрольная работа №3                                            |                             | 2                                        |                      |                   |                          |
| 9                               | Числовые и функциональные<br>ряды                                | 8                           | 6                                        |                      | метод.<br>пособие | 1 – 6                    |
| <b>ВСЕГО</b>                    |                                                                  | <b>82</b>                   | <b>94</b>                                |                      |                   |                          |

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

#### *Основная:*

1. Баврин, И. И. Высшая математика : учебник / И. И. Баврин. – 3-е изд., стер. – М. : Изд-й центр "Академия", 2003. – 616 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика : учебник : в 2 т. Т. 1 / А. А. Гусак. – 5-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2004. – 544 с.
3. Гусак, А. А. Высшая математика : учебник : в 2 т. Т. 2 / А. А. Гусак. – 5-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2004. – 448 с.
4. Катковская, И. Н. Математический анализ : практикум: в 2 ч. Ч.1 / И. Н. Катковская, Л. А. Хвощинская / Мин-во образования РБ, УО "МГЭИ им. А.Д. Сахарова" БГУ. – Минск : ИВЦ Минфина, 2022. – 96 с.
5. Шипачев, В. С. Высшая математика : учебник для вузов / В. С. Шипачев. – 6-е изд., стер. – Москва : Высшая школа, 2003. – 479 с.

#### *Дополнительная*

6. Кузьменкова, Т. Е. Математический анализ : учеб.-метод. пособие / Т. Е. Кузьменкова. – Минск : МГЭУ им. А.Д. Сахарова, 2011. – 63 с.
7. Лунгу, К. Н. Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К. Н. Лунгу, Д. Т. Письменный, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. – 7-е изд. – М. : Айрис-пресс, 2008. – 576 с.
8. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс / Д. Т. Письменный. – 18-е изд. – Москва : АЙРИС-пресс, 2021. – 608 с.
9. Рябушко, А. П. Высшая математика : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016-2018. – Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. – 2017. – 305 с.
10. Рябушко, А. П. Высшая математика : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016-2018. – Ч. 2. Комплексные числа. Неопределенный и определенный интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – 2016. – 273 с.
11. Рябушко, А. П. Высшая математика : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016-2018. – Ч. 3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы. – 2017. – 321 с.
12. Рябушко, А. П. Высшая математика: в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016-2018. – Ч. 4. Криволинейные интегралы. Элементы теории поля. Функции комплексной переменной. – 2017. – 257 с.
13. Рябушко, А. П. Индивидуальные задания по высшей математике : в 4 ч. / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов. В. В. Державец, И. Е. Юроть. – М. : Вышэйшая школа, 2013-2014.



14. Смирнов, А. В. Высшая математика (математический анализ) : учеб.-метод. пособие / А. В. Смирнов. – Минск : МГЭУ им. А.Д. Сахарова, 2007. – 67 с.

### **Инновационные подходы и методы к преподаванию учебной дисциплины**

При изучении дисциплины «Математический анализ» рекомендуется использовать практико-ориентированный подход, который предполагает: освоение содержания образования через решения практических задач; приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности; ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры; использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

При реализации данной дисциплины используются следующие виды учебных занятий: лекции, консультации, практические занятия и самостоятельная работа студента.

В рамках лекционных занятий предусмотрено использование мультимедийных средств.

В процессе проведения практических заданий используются дидактические материалы, включающие задачи повышенной сложности. Использование дидактических материалов позволяет работать хорошо успевающим студентам с большим коэффициентом полезного действия.

Изучение дисциплины предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов с рекомендуемыми учебно-методическими материалами, Internet-источниками и другими источниками.

Для организации самостоятельной работы студентов по курсу необходимо использовать современные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (программа, методические указания к практическим занятиям, список рекомендуемой литературы и информационных ресурсов, задания в тестовой форме для самоконтроля и др.).

Самостоятельная работа осуществляется в виде аудиторных и внеаудиторных форм по высшей математике. Для самостоятельной работы студентам предлагаются индивидуальные домашние задания. В рамках индивидуальных консультаций студенты обсуждают ход выполнения индивидуальных домашних заданий.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики**

С целью диагностики знаний, умений и навыков студентов по данной дисциплине рекомендуется использовать:

- 1) контрольные работы;
- 2) самостоятельные работы;

- 3) тесты;
- 4) устный опрос в ход практических занятий;
- 5) проверку конспектов лекций студентов;
- 6) коллоквиумы по пройденному теоретическому материалу.

### **Темы самостоятельных работ**

1. Комплексные числа.
2. Функции и их основные свойства.
3. Числовые последовательности. Предел последовательности.
4. Предел и непрерывность функции.
5. Вычисление производных. Общая схема исследования функции и построения ее графика.
6. Вычисление интегралов. Основные методы интегрирования.
7. Вычисление частных производных. Экстремум функций двух переменных.
8. Вычисление двойных интегралов.
9. Вычисление криволинейных интегралов I и II рода.
10. Решение ОДУ 1-го порядка.
11. Решение ОДУ-2, допускающие понижение порядка.
12. Решение линейных ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
13. Решение систем линейных ОДУ 1-го порядка с постоянными коэффициентами.
14. Числовые и степенные ряды.

### **Темы индивидуальных домашних заданий**

1. Предел функции и её непрерывность.
2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.
3. Неопределённый интеграл. Определённый интеграл и его приложения.
4. Функции нескольких переменных.
5. Дифференциальные уравнения и системы.
6. Числовые и функциональные ряды.

**Протокол согласования учебной программы**

| <b>Название дисциплины, с которой требуется согласование</b> | <b>Название кафедры</b> | <b>Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине</b> | <b>Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)</b> |
|--------------------------------------------------------------|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Согласования с другими дисциплинами не требуется             |                         |                                                                                                                      |                                                                                                          |
|                                                              |                         |                                                                                                                      |                                                                                                          |
|                                                              |                         |                                                                                                                      |                                                                                                          |