

М02

Учреждение образования  
«Международный государственный экологический институт  
имени А.Д. Сахарова» Белорусского государственного университета



**УТВЕРЖДАЮ**

Директор

МГЭИ им. А. Д. Сахарова БГУ

О. И. Родькин

«21» мая 2024

Регистрационный № УД-1544-24 /уч.

## **ОСНОВЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА И ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ**

**Учебная программа учреждения образования  
по учебной дисциплине для специальности:**

7-07-0533-03 Ядерная и радиационная безопасность

2024 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 7-07-0533-03-2023 от 10.08.2023 и учебного плана учреждения высшего образования для специальности 7-07-0533-03 Ядерная и радиационная безопасность №161-23/уч. от 07.04.2023

#### **СОСТАВИТЕЛИ:**

Л. А. Хвощинская, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Д.И. Радюк, старший преподаватель кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

#### **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра физико-математических дисциплин Института информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники;

В. А. Иванюкович, доцент кафедры информационных технологий в экологии и медицине учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

#### **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол №\_\_\_\_\_от\_\_\_\_\_2024);

Научно-методическим советом учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол №\_\_\_\_\_от\_\_\_\_\_2024)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Создание и внедрение новых технологий в обычной жизни, производстве и медицине, развитие ядерной энергетики в стране требуют подготовки современных высококвалифицированных специалистов различных сферах деятельности. На этапе обучения в учреждениях образования должны быть сформированы общие устойчивые понятия в области фундаментальных наук, в частности, высшей математики, умение глубоко мыслить и находить нестандартные пути решения возникающих проблем, а также заложить основы для дальнейшего развития способностей и совершенствования знаний. После изучения основ высшей математики на первом курсе для дальнейшего усвоения общепрофессиональных и специальных дисциплин требуется углубленное изучение таких математических дисциплин как теория функций комплексной переменной и основы функционального анализа.

### **Цели обучения дисциплине:**

- формирование математической компетентности обучающихся для непрерывного образования и профессиональной деятельности;
- развитие интеллектуального потенциала студентов и способностей их к логическому и алгоритмическому мышлению;
- изучение возможностей комплексного и функционального анализа при построении математических моделей в физике, химии, экологии и других естественных науках.

### **Задачи обучения дисциплине:**

- изучение теории функций комплексной переменной и основ функционального анализа;
- применение теоретических основ для решения практических задач;
- привить студентам умение самостоятельно изучать учебную литературу;
- развить логическое и алгоритмическое мышление;
- выработать навыки математического исследования прикладных вопросов.

Обучающийся должен владеть следующими компетенциями:

СК-2. Использовать аппарат функционального анализа и теории функций для решения задач квантовой механики, теории управления и оптимизации, теории случайных процессов.

В результате усвоения дисциплины студент должен:

#### **знать:**

- основные аналитические функции комплексной переменной, правила их дифференцирования и интегрирования;
- понятия ряд Лорана, особые точки аналитической функции, вычеты и методы их вычисления;
- основы функционального анализа;

#### **уметь:**

- дифференцировать и интегрировать функции комплексной переменной;

- представлять функции рядом Лорана и находить его область сходимости;
- определять типы особых точек функции и находить вычеты в этих точках;
- вычислять интегралы с помощью вычетов;
- строить аналитическое продолжение функции через границу;
- представлять функции рядом и интегралом Фурье.

***владеть:***

- навыками практического использования базовых знаний и методов математики в физике, химии, экологии и других естественных науках;
- математическими методами решения типовых задач профессиональной области знания.

Программа курса рассчитана на 108 ч, из которых аудиторных – 64 ч (32 ч – лекционных, 32 ч – практических занятий).

Форма получения высшего образования – очная (дневная).

Форма промежуточной аттестации – зачет и экзамен в III семестре.

Трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### 1. Функции комплексной переменной

Комплексные числа. Понятие функции комплексной переменной. Предел и непрерывность функции комплексной переменной. Элементарные функции комплексной переменной. Производная функции комплексной переменной. Аналитические функции. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл функции комплексной переменной. Конформные отображения.

Интеграл от функции комплексной переменной и его вычисление. Теорема Коши. Формула Коши.

### 2. Степенные ряды. Изолированные особые точки и вычеты

Числовые ряды, абсолютная и условная сходимость ряда. Функциональные ряды, равномерная сходимость ряда. Комплексные степенные ряды. Теорема Абеля. Ряды Тейлора. Ряды Тейлора основных элементарных функций. Нули аналитических функций. Ряд Лорана. Теорема Лорана.

Изолированные особые точки аналитических функций. Вычеты, определение и формулы для вычисления. Основная теорема о вычетах. Вычисление определенных интеграла с помощью вычетов. Единственность аналитической функции. Аналитическое продолжение.

### 3. Ряды и интегралы Фурье. Основы функционального анализа

Ряды Фурье. Теорема о разложимости функции в ряд Фурье. Ряды Фурье в комплексной форме. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье. Косинус- и синус-преобразования Фурье.

Метрические пространства. Нормированные пространства. Гильбертовы пространства. Мера. Интегралы по мере области. Интеграл Лебега.

# УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

(очная (дневная) форма получения высшего образования)

| Номер раздела, темы, занятия | Название раздела, темы                                 | Количество аудиторных часов |                                    |                      |                                    |                | Формы контроля знаний |
|------------------------------|--------------------------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|----------------------|------------------------------------|----------------|-----------------------|
|                              |                                                        | Лекции                      | Практические (семинарские) занятия | Лабораторные занятия | Управляемая самостоятельная работа | Иное           |                       |
| 1                            | 2                                                      | 3                           | 4                                  | 5                    | 6                                  | 7              | 8                     |
| 1                            | Функции комплексной переменной                         | 10                          | 10                                 |                      |                                    | метод. пособие | сам. раб., опрос      |
|                              | Контрольная работа №1                                  |                             | 2                                  |                      |                                    |                |                       |
| 2                            | Степенные ряды. Изолированные особые точки и вычеты    | 14                          | 12                                 |                      |                                    | метод. пособие | сам. раб., опрос      |
| 3                            | Ряды и интегралы Фурье. Основы функционального анализа | 8                           | 6                                  |                      |                                    | метод. пособие | сам. раб., опрос      |
|                              | Контрольная работа №2                                  |                             | 2                                  |                      |                                    |                |                       |
| <b>ВСЕГО</b>                 |                                                        | <b>32</b>                   | <b>32</b>                          |                      |                                    |                |                       |

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

#### *Основная*

1. Жевняк, Р. М. Высшая математика: Дифференциальные уравнения. Ряды. Уравнения математической физики. Теория функций комплексной переменной : учеб. пособие / Р. М. Жевняк, А. А. Карпук. – Минск : ИРФ "Обозрение", 1997. – 570 с.
2. Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов ; под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова. – Изд. 2-е, стер. – М. : Наука : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1970. – 304 с.
3. Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. – Изд. 3-е, доп. – М. : Наука : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1974. – 319 с.

#### *Дополнительная*

4. Волковысский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного / Л. И. Волковысский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. – М. : Наука, 2002. – 312 с.
5. Высшая математика. Сборник задач : учеб. пособие. В. 3 ч. Ч. 3. Дифференциальные уравнения. Аналитические функции. Элементы функционального анализа / М. А. Глецевич и др. – Мн. : БГУ, 2015. – 390 с.
6. Ганичева, А. В. Основы теории функции комплексной переменной. Операционное исчисление : учебное пособие для вузов / А. В. Ганичева. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 148 с.
7. Гуревич, А. П. Сборник задач по функциональному анализу : учебное пособие / А. П. Гуревич, В. В. Корнев, А. П. Хромов. – 2-е изд., испр. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 192 с.
8. Гусак, А. А. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление. Справочное пособие по решению задач / А.А. Гусак, Е.А. Бричикова, Е. М. Гусак. – Минск, 2002. – 288 с.
9. Колмогоров, А. В. Элементы теории функций и функционального анализа / А. В. Колмогоров, С. В. Фомин. – М. : Физматгиз, 2004. – 572 с.
10. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной : учебное пособие / И. М. Петрушко, А. Г. Елисеев, В. И. Качалов, С. Ф. Кудин. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 368 с.
11. Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 272 с.
12. Пантелеев, А. В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова. – 3-е изд., испр. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 448 с.

13. Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного: учебник для вузов / И. И. Привалов. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 432 с.

14. Рябушко, А. П. Высшая математика. Теория и задачи. В пяти частях. Часть 4 / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2017. – 336 с.

15. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / В. Г. Кротов и др. – Минск : Вышэйшая школа, 2019. – 431 с.

16. Филимоненкова, Н. В. Конспект лекций по функциональному анализу : учебное пособие / Н. В. Филимоненкова. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 176 с.

### **Инновационные подходы и методы преподавания учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает: освоение содержание образования через решения практических задач; приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности; использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

В процессе чтения лекций используются мультимедиа презентации. В процессе проведения практических занятий используются дидактические материалы, включающие задачи повышенной сложности. Использование дидактических материалов позволяет работать хорошо успевающим студентам с большим коэффициентом полезного действия.

Изучение дисциплины предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов с рекомендуемыми учебно-методическими материалами, Internet-источниками и другими источниками.

Для организации самостоятельной работы студентов по курсу необходимо использовать современные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (программа, методические указания к практическим занятиям, список рекомендуемой литературы и информационных ресурсов, задания в тестовой форме для самоконтроля и др.).

Самостоятельная работа осуществляется в виде аудиторных и внеаудиторных форм. Для самостоятельной работы студентам предлагаются индивидуальные домашние задания. В рамках индивидуальных консультаций студенты обсуждают ход выполнения индивидуальных домашних заданий.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики**

С целью диагностики знаний, умений и навыков студентов по данной дисциплине рекомендуется использовать:

1. контрольные работы;
2. самостоятельные работы;
3. коллоквиумы по пройденному теоретическому материалу;
4. устный опрос в ходе практических занятий;
5. проверку конспектов лекций студентов;
6. доклады на конференциях.



**Темы самостоятельных работ:**

1. Аналитические функции.
2. Интегралы от функций комплексной переменной. Формула Коши.
3. Ряды Тейлора. Ряды Лорана.
4. Вычеты и их применение к вычислению интегралов.
5. Ряды и интегралы Фурье.

**Темы итоговых контрольных работ:**

1. Аналитические функции. Интегралы от функций комплексной переменной.
2. Ряды Тейлора и Лорана. Вычеты и их применение.

**Протокол согласования учебной программы**

| <b>Название дисциплины, с которой требуется согласование</b> | <b>Название кафедры</b> | <b>Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине</b> | <b>Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)</b> |
|--------------------------------------------------------------|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Согласования с другими дисциплинами не требуется             |                         |                                                                                                                      |                                                                                                          |
|                                                              |                         |                                                                                                                      |                                                                                                          |
|                                                              |                         |                                                                                                                      |                                                                                                          |