

МЧ

Учреждение образования
«Международный государственный экологический институт
имени А.Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

УТВЕРЖДАЮ

Директор

МГЭИ им. А.Д. Сахарова БГУ

О. И. Родькин

« 21 » м.а.з. 2024

Регистрационный № УД- 1542-24 /уч.



ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности:

7-07-0533-03 Ядерная и радиационная безопасность

2024 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 7-07-0533-03-2023 от 10.08.2023 и учебного плана учреждения высшего образования для специальности 7-07-0533-03 Ядерная и радиационная безопасность №161-23/уч. от 07.04.2023

СОСТАВИТЕЛИ:

Л. А. Хвощинская, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Д. И. Радюк, старший преподаватель кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра физико-математических дисциплин Института информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники;

В. А. Иванюкович, доцент кафедры информационных технологий в экологии и медицине учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол № _____ от _____ 2024);

Научно-методическим советом учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол № _____ от _____ 2024)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В связи с возросшей ролью математики в современной науке и технике будущие инженеры нуждаются в серьезной математической подготовке. Изучение математических дисциплин развивает логическое мышление, приучает студента к точности, к умению выделять главное, дает необходимые сведения для понимания сложных задач, возникающих в различных областях человеческой деятельности. Математический аппарат позволяет единообразно описать широкий круг фактов и явлений, провести их детальный количественный анализ, предсказать, как поведет себя объект в различных условиях. Математические модели широко применяются в механике, физике, экологии и т. д. Построение математических моделей реальных физических явлений и процессов нередко приводит к необходимости решения дифференциальных и интегральных уравнений.

Учебная дисциплина «Дифференциальные и интегральные уравнения» предполагает наличие знаний у студентов основ математического анализа и линейной алгебры. Эта дисциплина является математической основой общей физики, а также специальных дисциплин. Дифференциальные уравнения являются математическими моделями задач, возникающих в физике и технических дисциплинах.

Цели обучения дисциплине:

- формирование математической компетентности обучающихся для непрерывного образования и профессиональной деятельности;
- развитие интеллектуального потенциала студентов и способностей их к логическому и алгоритмическому мышлению;
- обучение навыкам работы с основными понятиями и методами решений дифференциальных и интегральных уравнений, необходимыми для анализа и моделирования устройств, процессов и явлений при поиске оптимальных решений прикладных задач и выбора наилучших способов реализации этих решений.

Задачи обучения дисциплине:

- изучение возможностей использования дифференциальных и интегральных уравнений при построении математических моделей в физике, химии, экологии и других естественных науках;
- изучение теоретических основ математического аппарата;
- применение теоретических основ для решения практических задач;
- привить студентам умение самостоятельно изучать учебную литературу;
- развить логическое и алгоритмическое мышление;
- выработать навыки математического исследования прикладных вопросов.

Обучающийся должен владеть следующими компетенциями:

СК-4. Использовать положения и методы теории интегральных и дифференциальных уравнений при решении прикладных и фундаментальных задач физики.

В результате усвоения дисциплины студент должен

знать:

- основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения в квадратурах;
- методы решения дифференциальных уравнений с частными производными;
- условия существования, единственности и устойчивости решений обыкновенных дифференциальных уравнений и систем;
- методы решения линейных интегральных уравнений с вырожденным и симметричным ядрами;
- методы решения основных типов вариационных задач;

уметь:

- находить общее и частное решения дифференциальных уравнений первого порядка;
- решать линейные дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами;
- решать линейные дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений с помощью операционного исчисления;
- решать линейные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка;
- исследовать решения уравнений и систем уравнений на устойчивость;
- решать интегральные уравнения Вольтерра и Фредгольма.

владеть:

- основными методами решения дифференциальных и интегральных уравнений;
- навыками применения математических методов в решении более сложных задач прикладного характера.

Программа курса рассчитана на 216 ч, из которых аудиторных – 104 ч (44 ч – лекционных, 60 ч – практических занятий).

Форма получения высшего образования – очная (дневная).

Форма промежуточной аттестации – зачет и экзамен в IV семестре.

Трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Общие понятия из теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Понятие дифференциального уравнения. Роль дифференциальных уравнений в естественных науках. Формы записи ДУ первого порядка. Общее и частное решения ДУ первого порядка. Задача Коши. Понятие об интегральных кривых. Изоклины. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ДУ первого порядка. Уравнения, интегрируемые в квадратурах: уравнение, не содержащее искомой функции; уравнение с разделяющимися переменными; однородное уравнение; линейное уравнение; уравнение Бернулли; уравнение в полных дифференциалах; уравнение, допускающее интегрирующий множитель. ОДУ первого порядка, не разрешенные относительно производной: уравнение Лагранжа, уравнение Клеро. ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка.

2. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Системы дифференциальных уравнений

Линейные ОДУ высших порядков. Принцип суперпозиции. Линейная независимость функций, фундаментальная система решений ДУ. Вронскиан. Теоремы о структуре общего решения однородного и неоднородного линейного ДУ. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Фундаментальные системы решений. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Дифференциальное уравнение Эйлера. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.

Системы линейных ОДУ. Общее и частное решения системы ДУ, задача Коши. Физический смысл нормальной системы ДУ. Решение систем ДУ методом исключения неизвестных. Первые интегралы системы ДУ. Метод интегрируемых комбинаций. Матричная форма записи линейной системы ДУ. Построение решений ДУ в виде степенных рядов.

3. Элементы теории устойчивости. Операционное исчисление

Устойчивость решений ОДУ и систем ОДУ. Фазовое пространство дифференциального уравнения и фазовые траектории. Устойчивость решений по Ляпунову. Критерий устойчивости решений системы по первому приближению. Точки покоя. Особые точки на фазовой плоскости.

Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение. Основные свойства оригиналов и изображений. Изображения основных элементарных функций. Таблица изображений. Применение операционного исчисления к решению ДУ и систем ДУ.

Краевая задача для линейного уравнения второго порядка. Граничная (краевая) задача для линейных ДУ второго порядка. Граничная задача на собственные значения (задача Штурма-Лиувилля). Специальные функции

математической физики, их приложения к решению дифференциальных уравнений.

4. Дифференциальные уравнения с частными производными

Дифференциальные уравнения в частных производных (ДУЧП) первого порядка. Общие определения. Линейные и квазILINEйные уравнения. Задача Коши. ДУЧП второго порядка и их классификация. Решение уравнения колебаний струны методом Фурье.

5. Интегральные уравнения

Интегральные уравнения Вольтерра 2-го рода. Уравнения Вольтерра 2-го рода типа свертки. Интегральные уравнения Фредгольма. Решение интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром. Однородные интегральные уравнения Фредгольма. Характеристические числа и собственные функции.

6. Приложения интегральных и дифференциальных уравнений

Приложения дифференциальных уравнений к решению задач химии, биологии, экологии, физики.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

(очная (дневная) форма получения высшего образования)

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Формы контроля знаний
		Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	Управляемая самостоятельная работа	Иное	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Дифференциальные уравнения первого порядка	8	12			метод. пособие	сам. раб., опрос
2	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Системы дифференциальных уравнений	12	14			метод. пособие	сам. раб., опрос
	Контрольная работа №1		2				
3	Элементы теории устойчивости. Операционное исчисление	10	12			метод. пособие	сам. раб., опрос
4	Дифференциальные уравнения с частными производными	6	8			метод. пособие	сам. раб., опрос
5	Интегральные уравнения	6	6			метод. пособие	сам. раб., опрос
6	Приложения дифференциальных и интегральных уравнений	2	4			метод. пособие	сам. раб., опрос
	Контрольная работа №2		2				
ВСЕГО		44	60				

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Богданов, Ю. С. Лекции по дифференциальным уравнениям / Ю. С. Богданов. – Минск : Выш. шк., 1977. – 240 с.
2. Жевняк, Р. М. Высшая математика: Дифференциальные уравнения. Ряды. Уравнения математической физики. Теория функций комплексной переменной : учеб. пособие / Р. М. Жевняк, А. А. Карпук. – Минск : ИРФ "Обозрение", 1997. – 570 с.
3. Зеленков, В. И. Дифференциальные уравнения : пособие по решению задач / В. И. Зеленков. – Минск : МГЭУ им. А.Д. Сахарова, 2011. – 80 с.
4. Катковская, И. Н. Дифференциальные и интегральные уравнения : практикум / И.Н. Катковская, Л.А. Хвоцинская. – Минск : ИВЦ Минфина, 2022. – 88 с.
5. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс / Д. Т. Письменный. – 18-е изд. – Москва : АЙРИС-пресс, 2021. – 608 с.

Дополнительная

6. Березкина, Н.С. Дифференциальные и интегральные уравнения. Тесты: учебное пособие. В 2 ч. Ч. 1 / Н.С. Березкина, А.А. Гринь, В.СЧ. Немец. – Минск : РИВШ, 2021. – 308 с.
7. Березкина, Н.С. Дифференциальные и интегральные уравнения. Тесты: учебное пособие. В 2 ч. Ч. 2 / Н.С. Березкина, А.А. Гринь, В.С. Немец. – Минск : РИВШ, 2021. – 324 с.
8. Васильева, А. Б. Интегральные уравнения : учебник / А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 160 с.
9. Глецевич, М. А. Высшая математика. Сборник задач: учеб. пособие: в 3 ч. Ч. 3. Дифференциальные уравнения. Аналитические функции. Элементы функционального анализа / М. А. Глецевич и др. – Минск: БГУ, 2015. – 480 с.
10. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. – 6-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 280 с.
11. Зайцев, В. Ф. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка : учебное пособие для вузов / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 416 с.
12. Матвеев, Н. М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Н. М. Матвеев. – Минск: Вышэйшая школа, 2002. – 432 с.
13. Привалов, И. И. Интегральные уравнения : учебник для вузов / И. И. Привалов. – 4-е изд., стер. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 253 с.
14. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения / Л. И. Эльсгольц. – М.: ЛКИ, 2014. – 424 с.

Инновационные подходы и методы преподавания учебной дисциплины

организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает: освоение содержания образования через решения практических задач; приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности; использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

В процессе чтения лекций используются мультимедиа презентации. В процессе проведения практических занятий используются дидактические материалы, включающие задачи повышенной сложности. Использование дидактических материалов позволяет работать хорошо успевающим студентам с большим коэффициентом полезного действия.

Изучение дисциплины предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов с рекомендуемыми учебно-методическими материалами, Internet-источниками и другими источниками.

Для организации самостоятельной работы студентов по курсу необходимо использовать современные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (программа, методические указания к практическим занятиям, список рекомендуемой литературы и информационных ресурсов, задания в тестовой форме для самоконтроля и др.).

Самостоятельная работа осуществляется в виде аудиторных и внеаудиторных форм. Для самостоятельной работы студентам предлагаются индивидуальные домашние задания. В рамках индивидуальных консультаций студенты обсуждают ход выполнения индивидуальных домашних заданий.

Перечень рекомендуемых средств диагностики

С целью диагностики знаний, умений и навыков студентов по данной дисциплине рекомендуется использовать:

1. контрольные работы;
2. самостоятельные работы;
3. коллоквиумы по пройденному теоретическому материалу;
4. устный опрос в ходе практических занятий;
5. проверку конспектов лекций студентов;
6. доклады на конференциях.

Оценка учебных достижений студента производится по десятибалльной шкале.

Темы самостоятельных работ:

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
3. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

4. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений.
6. Применение операционного исчисления к решению дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.
7. Дифференциальные уравнения с частными производными.
8. Интегральные уравнения.

Темы итоговых контрольных работ:

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого и второго порядков. Системы дифференциальных уравнений.
2. Устойчивость. Операционное исчисление. Дифференциальные уравнения с частными производными. Интегральные уравнения.

Протокол согласования учебной программы

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Согласования с другими дисциплинами не требуется			