

СПРАВЕДЛИВЫЙ ДЕЛЕЖ В КООПЕРАТИВНЫХ ИГРАХ

Н. Н. Охотницкий

*Белорусский государственный университет, Беларусь, Минск,
okhotnitskiy.nikolai@gmail.com*

Рассмотрена проблема справедливого или честного дележа выигрыша между членами коалиций в кооперативных играх. Проанализирована аксиоматика и понятие вектора Шепли, изучены способы его нахождения и применения на практике. Поиск оптимального способа действительно справедливого дележа выигрыша/выручки в современном мире является актуальной проблемой. И вектор Шепли является одной из математических концепций решения данной задачи.

Ключевые слова: кооперативная игра; коалиции; дележи; ядро кооперативной игры; супермодулярные игры; вектор Шепли; аксиоматика вектора Шепли; ликвидация партнерства; мажоритарные игры; индекс влияния.

FAIR DIVISION IN COOPERATIVE GAMES

N. N. Okhotnitskiy

Belarussian state university, Belarus, Minsk, okhotnitskiy.nikolai@gmail.com

The problem of fair or equitable division of winnings between members of coalitions in cooperative games is considered. The axiomatics and the concept of the Shapley vector are analyzed, the ways of its finding and application in practice are studied. Finding the optimal way to truly fairly divide winnings/proceeds in the modern world is an urgent problem. And the Shapley vector is one of the mathematical concepts for solving this problem.

Keywords: cooperative game; coalitions; divisions; the core of a cooperative game; supermodular games; Shapley vector; Shapley vector axiomatics; partnership liquidation; majority games; influence index.

Введение

"Игра" – слово, которое по-разному воспринимается как обычным человеком, так и специалистом по теории игр, однако разные толкования имеют общую основу: в игре есть участники – игроки, которые должны взаимодействовать друг с другом или принимать решения. В результате их действий и, возможно, из-за стечения обстоятельств (случая игры) получается конкретный исход – проигрыш или вознаграждение для каждого

из игроков. Понятие "игрок" не обязательно относится к индивиду. В качестве игрока может быть команда, корпорация, государство или иное объединение, удобное в рамках той или иной игры. Лучше говорить о группе лиц с совпадающими интересами, имеющих возможность принимать совместные решения, как об одном игроке [1].

В работе был рассмотрен один из классов игр, который называется кооперативные игры. Это игры, в которых разрешается перераспределение денег между участниками, а правила игры позволяют заключать обязывающие соглашения, то есть такие соглашения, которые будут выполняться. Также рассмотрена концепция решения, называемая вектором Шепли, которую можно использовать в качестве рекомендуемого экспертом или посредником способа распределения денег. Вектор Шепли имеет несколько интерпретаций, которые также были освещены в работе.

Определение вектора Шепли, его аксиоматика и альтернативные интерпретации

Для справедливого дележа в кооперативных играх используется решение, которое будет существовать независимо от того, ядро игры является пустым, или нет. Данный способ был представлен Лоидом Шепли, за который тот в 2012 году получил нобелевскую премию.

Суть Метода заключается в нахождении Вектора Шепли, который также можно назвать дележом Шепли, так как каждая его координата – это выигрыш соответствующего игрока.

Вектор Шепли равен среднему предельному вкладу игроков, рассчитанному на основании всех возможных порядков.

Было установлено, что в супермодулярных играх ядро не пусто и вектор Шепли лежит в ядре. Соответственно, для таких игр концепция ядра и вектора Шепли согласованы. Поэтому, вектор Шепли можно предложить в соответствующей игре в качестве «справедливого» дележа, и ни одна из коалиций его не заблокирует.

Аксиоматика вектора Шепли утверждает, что:

- Общая сумма выигрыша распределяется между всеми игроками коалиции;
- Симметричные игроки получают одинаковые выигрыши;
- Выигрыш «болвана» равен нулю;
- При разбиении исходной игры на суммы разных игр, распределение выигрышей между участниками исходной игры должно быть равно сумме распределенных выигрышей, полученных в исходных играх [2].

Компоненты Вектора Шепли находится по формуле:

$$\phi_i(V) = \sum_{S \subseteq N, i \in S} \frac{(|S| - 1)!(N - |S|)!}{N!} [V(S) - V(S \setminus \{i\})]$$

где V – характеристическая функция исходной кооперативной игры, S – коалиция, N – общее множество игроков.

Вектор Шепли как способ «честного» дележа может применяться при ликвидации партнерства. Дополнительно, Вектор Шепли можно использовать в качестве определения индекса влияния во взвешенной мажоритарной игре [3].

Заключение

Вектор Шепли – мощный инструмент справедливого дележа выигрыша в кооперативной игре. В работе доказано существование и единственность такого вектора, приведена формула и алгоритмы, с помощью которых его можно вычислить. Проанализирована связь вектора Шепли с ядром игры. Проанализирован ряд его альтернативных определений и на этой базе разобраны примеры подсчета вектора Шепли и его приложения.

Библиографические ссылки

1. Колесник Г.В. Теория игр. Изд.2-е, испр. и доп. М.:Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. 152с.
2. Myerson R.B. Game Theory: Analysis of Conflict. London: Harvard Univ. Press, 1991.
3. Гура, Эйн-Я, Машлер, Майкл. Экскурс в теорию игр: нетипичные математические сюжеты / М.: Издательский дом «Дело» РАНХиГС, 2017. 320 с.