

АЛГОРИТМЫ, ИНСТРУМЕНТЫ ФОРМИРОВАНИЯ И ВИЗУАЛИЗАЦИИ ВЕКТОРНЫХ И СКАЛЯРНЫХ ЦИФРОВЫХ ПОЛЕЙ НА ПРИМЕРЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВОЛН ЦУНАМИ

В. Д. Козлов

Белорусский государственный университет, Беларусь, Минск, kozlovvladyt@mail.ru

В работе приведены инструменты Wolfram Language для решения описывающих процесс цунами уравнений в частных производных. Обсуждаются полученные в вычислительных экспериментах результаты моделирования, варианты визуализации решений. Описаны особенности применения функций графики системы Wolfram Mathematica для интерактивной визуализации с анимацией динамики волн цунами, получаемых численных решений уравнений модели, векторных и скалярных цифровых полей.

Ключевые слова: Wolfram Mathematica; визуализация; векторные поля; скалярные поля; цунами; уравнение в частных производных.

ALGORITHMS, TOOLS FOR FORMATION AND VISUALIZATION OF VECTOR AND SCALAR DIGITAL FIELDS BASED ON THE EXAMPLE OF TSUNAMI WAVE MODELING

V. D. Kozlov

Belarusian State University, Belarus, Minsk, kozlovvladyt@mail.ru

The paper presents Wolfram Language tools for solving partial differential equations that describe the tsunami process. It discusses the results obtained in computational experiments on tsunami modeling, as well as different approaches to visualizing these solutions. The features of using Wolfram Mathematica's graphics functions for interactive visualization with animation of tsunami wave dynamics are described, including numerical solutions of the model equations, as well as vector and scalar digital fields.

Keywords: Wolfram Mathematica; visualization; vector fields; scalar fields; tsunami; partial differential equations.

Введение

Цунами – мощные природные явления, угрожающие как прибрежным, так и внутренним территориям. Моделирование волн является ключевой задачей для оценки ущерба, разработки систем раннего оповещения

и защиты населения, поскольку оно позволяет глубже понять динамику и предсказать дальнейшее развитие.

Одной из главных сложностей остаётся точное прогнозирование поведения цунами и моделирование распространения волн с учетом особенностей морского дна и океанических условий.

Процессы, сопровождающие возникновение цунами, описываются дифференциальными уравнениями в частных производных, и для их достоверного моделирования требуются алгоритмы, способные обеспечить высокую точность решения и качественную визуализацию цифровых полей.

Методология исследования

Цель исследования – выбор и применение инструментов Wolfram Mathematica решения дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих распространение волн цунами, реализация различных вариантов визуализации векторных и скалярных полей.

Уравнения мелкой воды запишем в следующем виде [1]:

$$\frac{1}{R \cos(\phi)} \left(\frac{\partial(u(\lambda, \phi, t)(h(\lambda, \phi, t) - b(\lambda, \phi)))}{\partial \lambda} + \frac{\partial(\cos(\phi)v(\lambda, \phi, t)(h(\lambda, \phi, t) - b(\lambda, \phi)))}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial h(\lambda, \phi, t)}{\partial t} = 0, (1.1)$$

$$\frac{1}{R \cos(\phi)} \left(g \frac{\partial h(\lambda, \phi, t)}{\partial \lambda} + u(\lambda, \phi, t) \frac{\partial u(\lambda, \phi, t)}{\partial \lambda} \right) + \frac{v(\lambda, \phi, t)}{R} \frac{\partial u(\lambda, \phi, t)}{\partial \phi} + \frac{\partial u(\lambda, \phi, t)}{\partial t} = f v(\lambda, \phi, t), (1.2)$$

$$\frac{u(\lambda, \phi, t)}{R \cos(\phi)} \frac{\partial v(\lambda, \phi, t)}{\partial \lambda} + \frac{1}{R} \left(g \frac{\partial h(\lambda, \phi, t)}{\partial \phi} + v(\lambda, \phi, t) \frac{\partial v(\lambda, \phi, t)}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial v(\lambda, \phi, t)}{\partial t} = -f u(\lambda, \phi, t), (1.3)$$

где $h(\lambda, \phi, t)$ – высота воды в точке (λ, ϕ) и времени t , $u(\lambda, \phi, t)$ – горизонтальная скорость воды в направлении долготы в точке (λ, ϕ) и времени t , $v(\lambda, \phi, t)$ – горизонтальная скорость воды в направлении широты в точке (λ, ϕ) и времени t , $b(\lambda, \phi)$ – высота рельефа дна, R – радиус Земли, g – ускорение свободного падения, f – некоторый параметр.

Для решения дифференциальных уравнений (1) – (3) будем использовать функцию DSolve, настроенную на метод линий, позволяющую представить исходные уравнения в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений, для упрощения решения задачи и повышения точности [2, 3]. Так же будем использовать метод Адамса для численного интегрирования, обеспечивая требуемую точность при решении обыкновенных дифференциальных уравнений.

Визуализацию полученного решения будем осуществлять с использованием инструментов Wolfram Mathematica, что позволит наглядно представить результаты моделирования.

Результаты

Для анализа динамики поверхности воды при распространении волн цунами использована анимация на основе Plot3D [4], визуализирующая изменение формы волны во времени. На рис. 1 показаны изменения поверхности воды по времени t , отражающие эволюцию волны и её амплитудные характеристики.

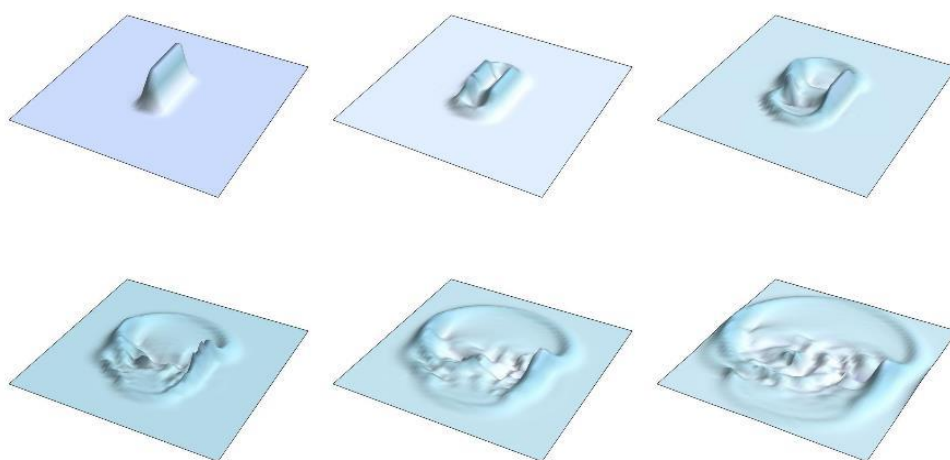


Рис. 1. 3D визуализация поверхности цунами в моменты времени $t=1; 4; 7; 12; 16$ и 20 с

Для анализа динамики волн воды было построено векторное поле, отражающее горизонтальные компоненты скорости в каждой точке пространства. На рис. 2 представлено векторное поле скорости воды [5], которое демонстрирует направления движения и интенсивность потоков вдоль поверхности, то есть показывает горизонтальные проекции полного вектора скорости.

На рис. 3 представлены линии тока, иллюстрирующие распределение векторного поля скорости воды в различные моменты времени. График позволяет визуально оценить направление и интенсивность течений, возникающих в процессе моделирования цунами.

Так же в докладе будут приведены и объяснены особенности потокового плотностного графика.

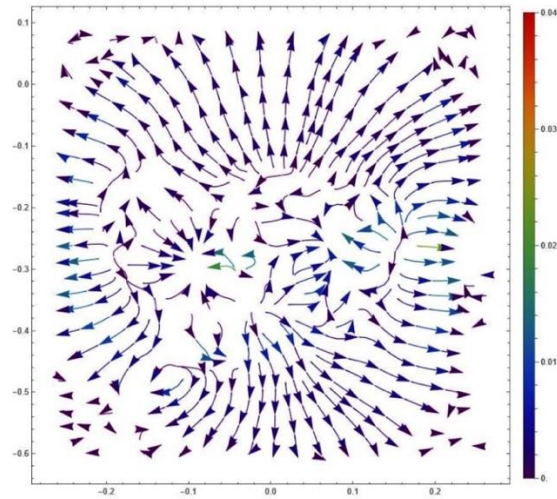


Рис. 2. Векторное поле касательных проекций скорости воды вдоль поверхности

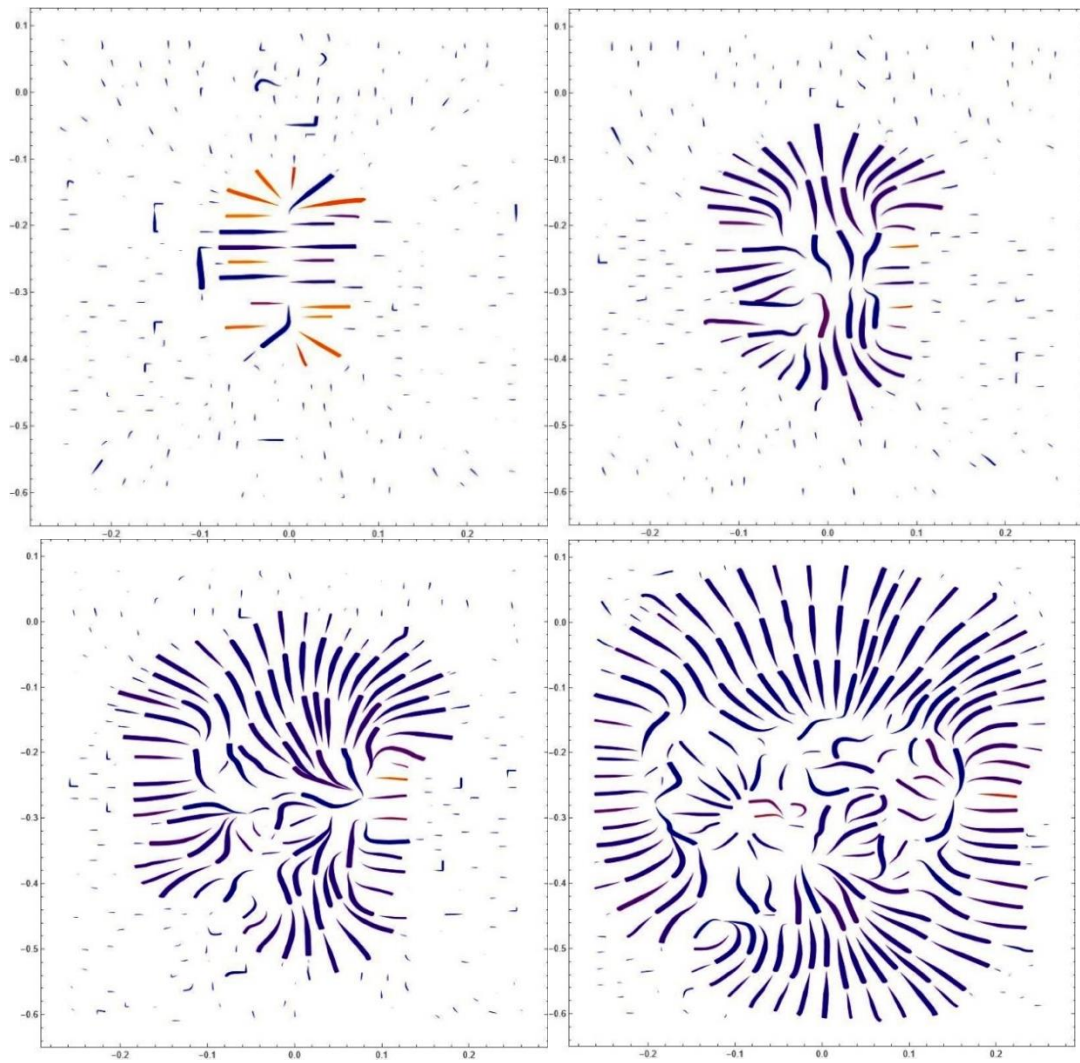


Рис. 3. Динамика потоковых линий скорости в моменты времени $t=1$; 7; 12 и 20 с

Моделирование цунами в Wolfram Mathematica подтвердило эффективность математических методов в анализе динамики волн. Решение дифференциальных уравнений с помощью DSolve и визуализация потоковых графиков позволили выявить характер изменений поля скоростей. Результаты демонстрируют сложность нелинейных процессов цунами. Эти модели полезны для прогнозирования последствий и разработки стратегий минимизации ущерба, показывая важность математического подхода в изучении природных катастроф.

Библиографические ссылки

1. *Пелиновский Е. Н.* Гидродинамика воли цунами / ИПФ РАН. Нижний Новгород, 1996. 275 с.
2. DSolve Overview [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://reference.wolfram.com/language/tutorial/DSolveOverview.html>. Дата доступа: 04.04.2025.
3. Symbolic Solutions of PDEs [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://reference.wolfram.com/language/tutorial/SymbolicSolutionsOfPDEs.html>. Дата доступа: 04.04.2025.
4. Function Visualization [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://reference.wolfram.com/language/guide/FunctionVisualization.html>. Дата доступа: 04.04.2025.
5. Vector Visualization [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://reference.wolfram.com/language/guide/VectorVisualization.html>. Дата доступа: 04.04.2025.