

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета

А.Д.Король

23 мая 2025 г.

Регистрационный № 2895/б.



ОСНОВЫ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для
специальности:

6-05-0533-09 Прикладная математика

Профилизация: Численные методы и алгоритмы решения прикладных задач

2025 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-0533-09-2023, учебного плана БГУ: № 6-5.3-57/04 от 15.05.2023

СОСТАВИТЕЛЬ:

Н.А.Лиходед – профессор кафедры вычислительной математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕЦЕНЗЕНТ:

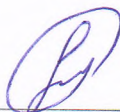
Ю.Г.Василевский – руководитель группы разработки ООО «ЯндексБел», кандидат физико-математических наук.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой вычислительной математики БГУ
(протокол № 13 от 15.05.2025);

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 10 от 22.05.2025)

Заведующий кафедрой



В.И.Репников

 *Лиходед Н.А.*

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – в изучение методов и алгоритмов параллельных вычислений, формирование у студентов современного математического кругозора, овладение практическими навыками построения вычислительных алгоритмов, ориентированных на параллельные компьютеры.

Задачи учебной дисциплины:

1. Введение студентов в проблематику статического распараллеливания, основанного на знании информационной структуры алгоритмов;
2. Изучение основных терминов и понятий, математического аппарата и моделей параллельных вычислений;
3. Получение теоретических и практических основ выявления параллелизма, распараллеливания алгоритмов, преобразования последовательных программ в параллельные, организации параллельных вычислительных процессов.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к дисциплинам профилизации модуля «Численные методы и алгоритмы решения прикладных задач» компонента учреждения образования.

Связи с другими учебными дисциплинами: дисциплины государственного компонента модулей «Программирование», «Методы численного анализа», дисциплины компонента учреждения высшего образования модулей «Дискретная математика и алгоритмика», «Компьютерные сети».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Основы параллельных вычислений» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

Специализированные компетенции:

Эффективно применять технику разработки параллельных программ для компьютеров с общей и распределенной памятью при решении прикладных задач.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- проблематику статического распараллеливания;
- основные термины и понятия, математический аппарат и модели параллельных вычислений;
- теоретические основы организации параллельных вычислительных процессов, распараллеливания алгоритмов, преобразования последовательных программ в параллельные;

уметь:

- обнаруживать параллелизм;
- распределять операции и данные алгоритма между процессорами;
- устанавливать порядок выполнения операций и обмена данными;

иметь навыки:

- разработки параллельных программ для компьютеров с общей и компьютеров с распределенной памятью;
- владеть инструментальными и программными средствами для организации параллельных вычислительных процессов.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 5-м семестре. В соответствии с учебным планом всего на изучение учебной дисциплины «Основы параллельных вычислений» отведено для **очной формы** получения высшего образования – 108 часов, в том числе 68 аудиторных часов: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 34 часа.

Из них:

Лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетных единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1 Введение. Реализация параллельных циклов на многоядерных компьютерах

Тема 1.1 Основные понятия параллельных вычислений

Основная цель и задача параллельных вычислений. Терминология параллельных вычислений.

Тема 1.2 Блочные алгоритмы. OpenMP-реализация параллельных циклов

Алгоритмы, представленные параллельными циклами. OpenMP-реализация параллельных точечных и блочных алгоритмов на многоядерных компьютерах.

Раздел 2 Информационная структура алгоритма

Тема 2.1 Анализ зависимостей

Функции, задающие индексы массивов данных. Зависимости. Представление зависимостей. Функции зависимостей. Графы зависимостей. Типы зависимостей. Способы устранения ложных зависимостей.

Тема 2.2 Инструментальные средства для получения информационной структуры алгоритма

Инструментальные средства для получения информационной структуры алгоритма. Визуализация информационной структуры алгоритма, получение информации о зависимостях, типах зависимостей, получение функций зависимостей и графов зависимостей с помощью инструментальных средств.

Раздел 3 Организация параллельных вычислительных процессов

Тема 3.1 Тайлинг

Разбиение операций алгоритма на макрооперации-тайлы. Техника тайлинга. Допустимость тайлинга.

Тема 3.2 Параллельные вычислительные процессы. Параллельные последовательности зернистых вычислений

Задание зерна вычислений. Задачи статического распараллеливания: получение информационной структуры алгоритма, выявление потенциального параллелизма алгоритма, выбор зерна вычислений, распределение входных данных, выделение массивов, согласование распределения операций и данных, улучшение локальности, организация обмена данными. Разработка и реализация на суперкомпьютере параллельных алгоритмов для выполнения матричных операций, решения систем линейных алгебраических уравнений, решения дифференциальных уравнений в частных производных.

Раздел 4 Параллельная структура алгоритма

Тема 4.1 Распараллеливание, использующее уровни зависимостей

Распараллеливание, использующее уровни зависимостей. Алгоритм Аллена и Кеннеди распараллеливания гнезд тесно вложенных циклов.

Тема 4.2 Таймирующие функции. Получение таймирующих функций для однородных гнезд циклов

Таймирующие функции. Строгие таймирующие функции. Расщепляющие функции. Скошенный параллелизм. Векторные таймирующие функции. Получение параметров таймирующих, расщепляющих, строгих таймирующих функций посредством *решения вспомогательных систем неравенств и уравнений*.

Тема 4.3 Аффинные преобразования гнезд вложенных циклов. Генерация кода

Преобразования вложенных циклов, задаваемые векторными таймирующими функциями. Условия параллельности внутренних циклов после преобразования. Условия параллельности внешних циклов после преобразования. Генерация кода после аффинного преобразования гнезда циклов. Улучшение локальности.

Раздел 5 Некоторые теоретические аспекты параллельных вычислений

Тема 5.1 Характеристики параллельных вычислительных процессов и систем. Списки Top 500 и Graph 500

Производительность, загруженность, ускорение вычислительной системы. Законы Амдала. Сетевой закон Амдала. Закон Густавсона-Барсиса. Сравнительный анализ законов Амдала и Густавсона-Барсиса. Список Top 500. Список Graph 500.

Тема 5.2 Параллельная форма алгоритма. Концепция неограниченного параллелизма. Основные классы современных вычислительных систем

Параллельные множества операций, параллельная форма алгоритма, параллельные последовательности вычислений. Параллельные вычислительные свойства и параллельная структура алгоритма. Концепция неограниченного параллелизма. Принцип сдваивания. Процесс рекуррентного сдваивания. Основные классы современных параллельных компьютеров. Классификация Флинна параллельных компьютеров.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная (дневная) форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий
(ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Введение. Реализация параллельных циклов на многоядерных компьютерах	2			2			
1.1	Основные понятия параллельных вычислений	1						Экспресс-опрос
1.2	Блочные алгоритмы. OpenMP-реализация параллельных циклов	1			2			Отчет по лабораторной работе, экспресс-опрос
2	Информационная структура алгоритма	4			4		2	
2.1	Анализ зависимостей	4			4			Отчет по лабораторной работе, экспресс-опрос
2.2	Инструментальные средства для получения информационной структуры алгоритма						2	Отчет по лабораторной работе, экспресс-опрос
3	Организация параллельных вычислительных процессов	8			6			
3.1	Тайлинг	2			2			Экспресс-опрос

3.2	Параллельные вычислительные процессы. Параллельные последовательности зернистых вычислений	6			4			Отчет по лабораторной работе, экспресс-опрос
4	Параллельная структура алгоритма	12			10		2	
4.1	Распараллеливание, использующее уровни зависимостей	2			2			Экспресс-опрос
4.2	Таймирующие функции. Получение таймирующих функций для однородных гнезд циклов	2			2			Экспресс-опрос
4.3	Аффинные преобразования гнезд вложенных циклов. Генерация кода	8			6		2	Контрольная работа по темам 2.1, 4.2, 4.3, экспресс-опрос
5	Некоторые теоретические аспекты параллельных вычислений	8			8			
5.1	Характеристики параллельных вычислительных процессов и систем. Списки Top 500 и Graph 500	4			2			Экспресс-опрос
5.2	Параллельная форма алгоритма. Концепция неограниченного параллелизма. Основные классы современных вычислительных систем	4			6			Экспресс-опрос

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Роби, Р. Параллельные и высокопроизводительные вычисления. – Санкт-Петербург: ДМК Пресс. 2022. – 799 с.
2. Хабаров, С. П. Построение распределенных систем на базе WebSocket : Учебное пособие для вузов / С. П. Хабаров, М. Л. Шилкина. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2025. – 216 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/200510>.

Дополнительная литература

1. Воеводин В.В., Воеводин Вл. В. Параллельные вычисления. – Санкт-Петербург. БХВ-Петербург. 2002. – 600 с.
2. Парфенов Д. В., Петрусевич Д. А. Параллельные и распределенные вычисления. – М.: МИРЭА - Российский технологический университет. 2022. – 92 с.
3. Лиходед Н.А. Методы распараллеливания гнезд циклов: Курс лекций. – Мн.: БГУ. 2008. – 100 с.
4. Саад Ю. Итерационные методы для разреженных линейных систем. В 2-х томах. Том 1. – М.: Издательство Московского университета, 2013. – 324 с. Том 2. – М.: Издательство Московского университета, 2014. – 306 с.
5. Vorst van der H. Iterative Krylov methods for large linear systems. – Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 221 p.
6. Гервич Л.Р., Штейнберг Б.Я., Юрушкин М.В. Разработка параллельных программ с оптимизацией использования структуры памяти. – Ростов-на-Дону. Изд-во Южного федерального университета, 2014. – 120 с.
7. Гергель В.П. Высокопроизводительные вычисления для многопроцессорных многоядерных систем. Учебник. М.: Изд-во Московского ун-та, 2010. 544 с. (Серия «Суперкомпьютерное образование»)
8. [Электрон. ресурс – <https://edufpmi.bsu.by/> ПАПА14 ОПВ / Лекции].
9. [Электрон. ресурс – <https://edufpmi.bsu.by/> ПАПА14 ОПВ / Лабораторные работы].
10. Калиткин, Н. Н. Численные методы: учебное пособие / Н.Н. Калиткин. – БХВ-Петербург, 2011. – 592 с.
10. Открытая распараллеливающая система: www.ops.rsu.ru.
11. Лиходед Н.А., Толстиков А.А. Метод оценки локальности параллельных алгоритмов, ориентированных на компьютеры с распределенной памятью // Доклады НАН Беларуси. 2020. Т. 64. № 6. С. 647–656.
12. Толстиков А.А., Баханович С.В., Лиходед Н.А. Подход к оценке локальности зернистых вычислительных процессов, логически организованных в двумерную структуру // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2021. Т. 10, № 3. С. 37–55.
13. Воеводин Вл.В., Воеводин Вад.В. Спасительная локальность суперкомпьютеров // Открытые системы. 2013, № 9. С. 12–15.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие средства текущей аттестации: отчеты по лабораторным работам, письменные контрольные работы, устные экспресс-опросы.

Лабораторные работы, как правило, представляют собой задания, включающие программную реализацию указанного численного метода, проведение вычислительного эксперимента и комментарии по его итогам. Рекомендуемая форма отчетности по лабораторной работе – письменный отчет. Лабораторная работа оценивается по 10-балльной шкале. Отметка за лабораторную работу может быть снижена в случае несвоевременного выполнения.

Письменные контрольные работы проводятся для контроля знаний по одному или нескольким разделам дисциплины. Они включают 4–5 заданий и оцениваются по 10-балльной шкале. В случае неудовлетворительной отметки контрольная работа может быть переписана.

Устный экспресс-опрос студентов проводится в свободной форме во время лабораторных и лекционных занятий. Его результаты учитываются преподавателем при выставлении итоговой отметки.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Основы параллельных вычислений» учебным планом предусмотрен зачёт.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы

Тема 2.2 Инструментальные средства для получения информационной структуры алгоритма (2 часа)

Примерный перечень заданий

1. Найти, используя Depend grapher, зависимости указанного алгоритма.
2. Найти, используя Depend grapher, функции зависимостей указанного алгоритма
3. Построить развернутый и редуцированный графы зависимостей указанного алгоритма.

Форма контроля – отчет по лабораторной работе.

Тема 4.3 Аффинные преобразования гнезд вложенных циклов. Генерация кода (2 часа)

Примерный перечень заданий

1. Найти зависимости; найти функции зависимостей: вид функции, область определения; построить редуцированный граф зависимостей; построить развернутый граф зависимостей.
2. Показать, что указанная векторная функция является таймирующей.
3. Обосновать параллельность внутреннего цикла после применения к алгоритму аффинного преобразования.
4. Записать псевдокод, получаемый после аффинного преобразования.

Форма контроля – контрольная работа.

Примерный перечень лабораторных занятий

- Занятие 1. Блочные алгоритмы.
- Занятие 2. Представление зависимостей.
- Занятие 3. Способы устранения ложных зависимостей.
- Занятие 4. Визуализация информационной структуры алгоритма.
- Занятие 5. Техника тайлинга.
- Занятие 6. Разработка для реализации на суперкомпьютере параллельных алгоритмов.
- Занятие 7. Реализация на суперкомпьютере параллельных алгоритмов.
- Занятие 8. Получение таймирующих функций для однородных гнезд циклов.
- Занятие 9. Метод Аллена и Кеннеди преобразования гнезд вложенных циклов.
- Занятие 10. Аффинные преобразования гнезд вложенных циклов.
- Занятие 11. Параллельность циклов после аффинного преобразования.
- Занятие 12. Преобразования тесно вложенных циклов, задаваемые векторными таймирующими функциями.
- Занятие 13. Условия параллельности внутренних циклов после преобразования.
- Занятие 14. Запись алгоритма после аффинного преобразования.
- Занятие 15. Параллельная форма алгоритма.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации занятий используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности.

Также при организации образовательного процесса используется **метод группового обучения**, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, методические указания к лабораторным занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации,

позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.). Эффективность самостоятельной работы студентов проверяется в ходе текущего и итогового контроля знаний. Для общей оценки качества усвоения студентами учебного материала рекомендуется использование рейтинговой системы.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Определение зависимости между операциями. Типы зависимостей (истинная зависимость, антизависимость, зависимость по выходу).
2. Условие параллельности внешних циклов после применения аффинного преобразования гнезда циклов.
3. Таймирующие функции, строгие таймирующие функции, расщепляющие функции (определения и примеры).
4. Функция зависимостей. Вектор зависимости. Однородные и аффинные зависимости.
5. Понятие о локальности алгоритмов. Локальность при использовании компьютеров с распределенной памятью, CPU. Улучшение локальности данных. Пространственная локальность. Временная локальность.
6. Развернутый и редуцированный графы зависимостей.
7. Теорема о получении таймирующих функций для однородных гнезд циклов.
8. Разбиение множества операций алгоритма на макрооперации-тайлы. Примеры использования тайлинга.
9. Условия параллельности внутренних циклов после применения аффинного преобразования гнезда циклов.
10. Закон Амдала (третий закон Амдала).
11. Алгоритм получения таймирующих функций для однородных гнезд циклов.
12. Устранение ложных зависимостей путем переобозначения или увеличения размерности массивов.
13. Получение параллельных зернистых вычислительных процессов (на примере).
14. Векторные таймирующие функции и аффинные преобразования циклов (определения и примеры).
15. Основные задачи статического распараллеливания алгоритмов, заданных последовательными программами.
16. Этапы и пример генерация кода после аффинного преобразования гнезда циклов.
17. Классификация Флинна параллельных компьютеров.
18. Этапы организации параллельных зернистых вычислительных процессов и обмена данными.

19. Производительность, загруженность, ускорение вычислительной системы (определения). Формулы, выражающие производительность и ускорение системы из s процессоров через загруженность.
20. Цель и задача параллельных вычислений. Терминология параллельных вычислений.
21. Параллельная форма алгоритма. Наименьшая возможная высота алгоритма, зависящего от N переменных.
22. Список Top 500. Список Graph 500.
23. Закон Густавсона-Барсиса.
24. Формулы максимальных производительности, загруженности, ускорения. Первый закон Амдала.
25. Основные факторы, определяющие скорость выполнения алгоритма на параллельном компьютере. Проблемы вычислительной математики, которые возникают при использовании параллельных компьютеров.
26. Перестановка циклов: достаточные условия, применение для распараллеливания и тайлинга.
27. Сетевой закон Амдала.
28. Параллельные множества операций, параллельная форма алгоритма, параллельные последовательности вычислений. Параллельные вычислительные свойства и параллельная структура алгоритма.
29. Второй закон Амдала.
30. Распределение циклов: достаточные условия, применение для распараллеливания и тайлинга.
31. Использование таймирующих функций.
32. Концепция неограниченного параллелизма. Максимальное ускорение системы из s ядер, реализующей N операций алгоритма высоты m .
33. Сравнительный анализ второго закона Амдала и закона Густавсона-Барсиса.
34. Параллельные множества операций. Естественный параллелизм. Внутренний параллелизм. Параллельные вычислительные процессы.
35. Допустимость тайлинга (необходимые и достаточные условия, достаточные условия; формулировки и иллюстрации).
36. Сетевой аналог третьего закон Амдала.
37. Применение теоремы Фурье-Моцкина к генерации кода.
38. Расщепление операторов (устранение циклов с ложными зависимостями в редуцированных графах зависимостей).
39. Тайлинг для улучшения локальности гнезд циклов при последовательных вычислениях. Выбор циклов для формирования тайлов.
40. Представление о способах улучшения локальности: переразмещение данных, тайлинг.
41. Формулировка теоремы о параллельности всех зернистых вычислительных процессов.
42. Использование блочных алгоритмов в последовательных и в параллельных вычислениях.
43. Блочные матрицы. Операции над блочными матрицами.

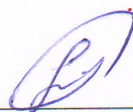
44. Основные классы современных вычислительных систем.

45. Формулировка теоремы о допустимости тайлинга, применяемого для получения параллельных зернистых последовательностей вычислений.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой
вычислительной математики
кандидат физ.-мат. наук, доцент



В.И.Репников

15.05.2025

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УО

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
