

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета

_____ А.Д.Король

23 декабря 2024 г.

Регистрационный № 2660/б.



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для
специальности:

6-05-0533-10 Информатика

2024 г.

Учебная программа составлена на основе на основе ОСВО 6-05-0533-10-2023, учебных планов БГУ: 6-5.3-58/01 от 15.05.2023, 6-5.3-58/02 от 15.05.2023, 6-5.3-58/03 от 15.05.2023, 6-5.3-58/04 от 15.05.2023, 6-5.3-58/05 от 15.05.2023.

СОСТАВИТЕЛЬ:

В.И. Белько – заведующий кафедрой биомедицинской информатики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТ:

А.В. Конюх – доцент кафедры высшей математики УО «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

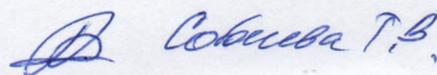
РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой биомедицинской информатики БГУ
(протокол № 5 от 21.11.2024)
Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 5 от 19.12.2024)

Заведующий кафедрой



В.И. Белько



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

«Математическое моделирование систем» – это дисциплина, направленная на изучение математических моделей, возникающих в различных областях естествознания, методов их построения и анализа, а также методов их исследования с использованием аппарата дифференциальных уравнений.

Цели учебной дисциплины – изучение теоретических основ – математических моделей и методов моделирования с использованием разностных и дифференциальных уравнений, вариационных методов, методов условной и безусловной оптимизации; формирование практических навыков решения прикладных задач моделирования с использованием современных программных средств в области технических вычислений.

В рамках учебной дисциплины рассматриваются математические модели физики, биологии и химии, описываемые разностными уравнениями, обыкновенными дифференциальными уравнениями (ОДУ), и уравнениями в частных производных (ДУЧП).

Задачи учебной дисциплины:

1. Формирование у студентов понятия об основной триаде «модель-алгоритм-программа».
2. Формирование представления об основных этапах процесса создания и исследования математических моделей.
3. Ознакомление с методами решения типичных задач, возникающих при исследовании моделей.
4. Ознакомление с методами верификации моделей.
5. Формирование представлений о создании адекватного программного комплекса, соответствующего построенной модели.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Дифференциальные уравнения и функциональный анализ» компонента учреждения высшего образования.

Программа составлена с учетом межпредметных связей с учебными дисциплинами. Основой для изучения учебной дисциплины являются дисциплины компонента учреждения высшего образования «Дифференциальные уравнения», «Дифференциальные уравнения в частных производных и их приложения» и «Функциональный анализ» модуля «Дифференциальные уравнения и функциональный анализ». Знания, полученные в учебной дисциплине, могут быть использованы при выполнении студентами курсовой и выпускной квалификационной работ, и являются необходимыми для успешной работы в сфере прикладной математики и информатики, а также для иной профессиональной деятельности по данной специальности.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Математическое моделирование систем» должно обеспечить формирование следующей специализированной компетенции:

Использовать методы функционального анализа для решения прикладных задач в различных областях науки, техники, экономики. Решать уравнения в частных производных и выполнять их исследование в различных приложениях, интерпретировать полученные решения при исследовании естественно-научных процессов, разрабатывать, верифицировать, применять математические модели для исследования сложных систем.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные классы математических моделей;
- ограничения для адекватного использования моделей при решении прикладных задач;
- методы решения основных типовых задач в рамках рассмотренных классов моделей;

уметь:

- разрабатывать, верифицировать, применять математические модели для исследования процессов и явлений в химии, биологии, экологии;
- находить аналитические решения для упрощенной модели и специальных значений параметров;
- осуществлять поиск решения с использованием автоматизированных систем вычислений для полной модели;

иметь навык:

- корректной постановки задачи для систем дифференциальных и разностных уравнений;
- построения типовых математических моделей;
- компьютерной реализации и исследования рассмотренных математических моделей.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 4-м семестре. В соответствии с учебным планом всего на изучение учебной дисциплины «Математическое моделирование систем» отведено для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 68 аудиторных часа, из них: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 34 часа. **Из них:**

лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа (УСР) – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Введение

Тема 1.1. Понятие модели.

Классификация моделей. Основные этапы метода математического моделирования. Иерархия моделей. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Прямые и обратные задачи математического моделирования. Примеры моделей.

Тема 1.2. Моделирование процессов с дискретным временем.

Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами: решение однородного уравнения, общий вид решения, классификация точек равновесия. Примеры моделей, описываемых разностными уравнениями.

Раздел 2. Математическое моделирование на основе обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)

Тема 2.1. Построение моделей, описываемых ОДУ.

Модели популяционной динамики: уравнение экспоненциального размножения, уравнение параболического роста, логистическое уравнение Ферхюльста, квоты отлова популяции. Модели, описываемые системами двух автономных дифференциальных уравнений. Модели взаимодействия двух видов. Модель «хищник-жертва» и ее модификации. Колебания в биологических системах. Динамический хаос. Модели биологических сообществ.

Тема 2.2. Линеаризация и анализ устойчивости.

Особые точки уравнения. Понятие устойчивости решения системы ОДУ. Линеаризованное уравнение, критерий его устойчивости. Классификация особых точек. Устойчивость нелинейных систем. Примеры исследования устойчивости. Производная решения ОДУ по начальным данным.

Тема 2.3. Формализм Гамильтона и Лагранжа.

Канонические уравнения Лагранжа и Гамильтона. Примеры построения моделей с использованием гамильтонового формализма: гармонический осциллятор, математический маятник, двойной маятник, задача двух тел. Понятие о численных методах решения ОДУ.

Тема 2.4. Моделирование движения тел с изменяющейся массой.

Вывод модели движения реактивных летательных аппаратов. Уравнения Циолковского и Мещерского. Решение проблемы достижения первой космической скорости. Иерархия моделей реактивного движения.

Раздел 3. Модели, описываемые уравнениями в частных производных

Тема 3.1. Уравнение переноса.

Численное решение одномерного уравнения переноса – уравнения в частных производных первого порядка. Моделирование процессов переноса вещества. Квазилинейное уравнение Хопфа для описания динамики течения жидкости. Уравнение движения однородного баротропного газа.

Тема 3.2. Уравнение теплопроводности.

Закон Фурье. Модели на основе уравнения теплопроводности. Неклассические модели теплопроводности на основе теории фононов. Метод молекулярной динамики и оценка параметров теплопереноса в наноструктурах.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная (дневная) форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий
(ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСП	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Введение	8			8			
1.1	Понятие модели	2			2			Собеседование
1.2	Моделирование процессов с дискретным временем	6			6			Отчет по лабораторной работе
2	Математическое моделирование на основе обыкновенных дифференциальных уравнений	20			16		2	
2.1	Построение моделей, описываемых ОДУ	4			4			Контрольная работа №1.
2.2	Линеаризация и анализ устойчивости	6			4			Отчет по лабораторной работе
2.3	Формализм Гамильтона и Лагранжа	4			4			Отчет по лабораторной работе

2.4	Моделирование движения тел с изменяющейся массой	6			4		2	Контрольная работа №2.
3	Модели, описываемые уравнениями в частных производных	6			6		2	
3.1	Уравнение переноса.	2			2		2	Контрольная работа №3.
3.2	Уравнение теплопроводности.	4			4			Контрольная работа №4.
	ИТОГО	34			30		4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Голубева, Н. В. Математическое моделирование систем и процессов: учебное пособие / Н. В. Голубева. - 4-е изд., испр. и доп. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2024. - 243 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/179611>.
2. Юмагулов, М. Г. Введение в нелинейную динамику: теория, приложения, модели: Учебное пособие для вузов. - Санкт-Петербург: Лань, 2024. - 368 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/382073>.
3. Горлач, Б. А. Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация : учебное пособие для студентов вузов, / Б. А. Горлач, В. Г. Шахов. - Изд. 5-е, стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2023. - 291 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/305219>.
4. Скакун, В. В. Имитационное моделирование стохастических систем : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по специальностям радиопизики и компьютерных технологий / В. В. Скакун, В. В. Апанасович, О. М. Тихоненко. - Минск : РИВШ, 2022. - 167 с.

Дополнительная литература

1. Звонарев, С. В. Основы математического моделирования: учебное пособие / С. В. Звонарев. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2019. — 112 с.
2. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – 2-е изд., испр. – М.:Физматлит, 2002. – 320 с.
3. Hairer E., Wanner G., Lubich C. Geometric Numerical Integration: Structure-preserving methods for ordinary differential equations. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2nd ed. – 2006. – 650 p.
4. Ризниченко, Г. Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. Часть 1. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. – 232 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для диагностики компетенций в рамках учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы:

1. Устная форма: собеседование.
2. Письменная форма: контрольные работы.
3. Устно-письменная форма: отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой, оценивание на основе проектного метода.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Математическое моделирование систем» учебным планом предусмотрен **зачет**.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 2.4. Моделирование движения тел с изменяющейся массой (2 ч.).

Примером такого задания может быть оценка максимальной скорости, достижимой ракетой при взлете, в зависимости от количества ступеней

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 3.1. Уравнение переноса (2 ч.).

Примером такого задания может быть численное решение заданного одномерного уравнения переноса – уравнения в частных производных первого порядка

Форма контроля – контрольная работа.

Примерная тематика лабораторных занятий

1. Введение в математическое моделирование
2. Динамические системы и их анализ
3. Модели роста населения (логистическая модель)
4. Модели распространения заболеваний (SIR-модель)
5. Численные методы решения дифференциальных уравнений
6. Моделирование экономических процессов (модели спроса и предложения)
7. Экологические модели (модели устойчивости экосистем)
8. Визуализация данных и результатов моделирования
9. Симуляционные модели (Монте-Карло)
10. Модели в инженерии (теплоперенос и перенос вещества)

Рекомендуемая тематика контрольных работ:

1. Контрольная работа № 1. «Построение моделей, описываемых ОДУ».
2. Контрольная работа № 2. ««Формализм Гамильтона и Лагранжа»».
3. Контрольная работа № 3. «Уравнение переноса».
4. Контрольная работа № 4. «Уравнение теплопроводности».

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса большинства практических занятий используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности.

Также при организации образовательного процесса используются *методы группового обучения, проектного обучения и учебной дискуссии*. Студентам предлагается выполнить часть домашних заданий в форме проекта в группах до 4 человек. Задания предполагают предварительное обсуждение в форме мозгового штурма.

Выполнение проекта предусматривает самостоятельную работу с научными и техническими источниками по теме курса, самостоятельный поиск и выбор способа решения задачи, составление плана и разделение задач между участниками группы.

В конце курса предусмотрена устная защита проекта с критическим анализом идей, сгенерированных в ходе мозгового штурма, и ретроспективой выполненной работы.

Комбинация методов предполагает

- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- способ организации учебной деятельности студентов, развивающий актуальные для учебной и профессиональной деятельности навыки планирования, самоорганизации, сотрудничества и предполагающий создание собственного продукта;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.
- появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, презентации лекций, методические указания к практическим занятиям, электронные версии домашних заданий, материалы текущего контроля и промежуточной аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательного стандарта высшего образования и учебно-программной документации, в том числе вопросы для подготовки к зачету, задания, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

Управляемая самостоятельная работа (консультационно-методическая поддержка и контроль) дисциплины обеспечивается средствами образовательного портала БГУ LMS Moodle.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Понятие модели, моделирования. Математическое моделирование.
2. Достоинства и недостатки аналитических методов построения математических моделей.
3. Требования, предъявляемые к математическим моделям.
4. Адекватность, устойчивость, потенциальность математической модели.
5. Этапы математического моделирования.
6. Цели математического моделирования.
7. Моделирование колебаний пружинного маятника.
8. Моделирование колебаний математического маятника.
9. Модель естественного роста.
10. Логистическое уравнение.
11. Модель распространения информации.
12. Модель типа "хищник-жертва".
13. Модель распространения эпидемии.
14. Точные и численные решения дифференциальных уравнений.
15. Метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ первого порядка.
16. Напишите модель в виде системы ОДУ для экосистемы из трех популяций: жертвы, хищники, суперхищники. Дайте определения коэффициентов системы.
17. Приведите пример системы двух ОДУ, у которой в первом квадранте имеется по крайней мере две особые точки. Дайте обоснование примера.
18. Объясните, что такое «демографический переход», и назовите его причины.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой биомедицинской информатики

кандидат физико-математических наук, доцент



В.И.Белько

21.11.2024

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УО
на ____/____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
