

МАТРИЦЫ ПОЛНЫХ ПОТРЕБНОСТЕЙ В ВЫПУСКЕ, ИМПОРТЕ И РЕСУРСАХ ТОВАРОВ И УСЛУГ В МОДЕЛИРОВАНИИ «ЗАТРАТЫ–ВЫПУСК»

В. И. Моторин

*кандидат экономических наук, главный эксперт, Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», г. Москва, Россия, vmotorin@hse.ru*

Статья посвящена разработке обобщенных линейных моделей «затраты – выпуск» с экзогенным чистым конечным спросом и экзогенным конечным использованием отечественных продуктов. Показано, что разработанные модели порождают семейство матриц полных потребностей в выпуске, импорте и ресурсах товаров и услуг, которое представляет значительный аналитический интерес. Известное понятие мультипликаторов выпуска дополнено в статье концепциями мультипликаторов импорта и ресурсов.

Ключевые слова: таблица ресурсов и использования; модели «затраты – выпуск»; импорт и ресурсы товаров и услуг; матрица полных потребностей; мультипликаторы импорта и ресурсов.

MATRICES OF TOTAL REQUIREMENTS ON OUTPUT, IMPORT, AND RESOURCES OF GOOD AND SERVICES IN INPUT–OUTPUT MODELING

V. I. Motorin

*PhD in economics, chief expert, National Research University Higher School of Economics, Moscow,
Russia, vmotorin@hse.ru*

The article deals with developing the generalized linear input – output models with exogenous net final demand and exogenous final use of domestic products. It is shown that the proposed models generate a set of total requirements matrices on output, import and resources of goods and services; this matrix family seems to be of considerable analytical interest. The well-known notion of output multipliers is supplemented in the article by the concepts of import and resources multipliers.

Keywords: supply and use table; input – output models; output, import and resources of goods and services; total requirements matrix; import and resources multipliers.

Введение.

Тождество товарного баланса. Информационную базу построения моделей «затраты–выпуск» с экзогенным спросом составляют таблица ресурсов отечественных и импортных товаров и услуг в основных ценах и таблицы использования отечественных и импортных товаров и услуг в основных ценах [1, с. 374]. Статистические данные из перечисленных таблиц организованы в соответствии с логической схемой «ресурсы = использование» и в базовом году 0 формируют следующее векторное *тождество товарного баланса* с сепарабельными потоками отечественных и импортных продуктов:

$$X_0 e_M + i_0 = Z_0^x e_M + Z_0^i e_M + f_0^x + f_0^i, \quad (1)$$

где X_0 – матрица выпуска товаров и услуг (продуктов) размерности $N \times M$; N и M – количество продуктов и отраслей в экономике соответственно; e_M – суммирующий вектор-столбец с единичными компонентами размерности $M \times 1$; i_0 – вектор-столбец импорта продуктов

размерности $N \times 1$; Z_0^x и Z_0^i – матрицы промежуточного потребления отечественных и импортных продуктов соответственно размерности $N \times M$; f_0^x и f_0^i – векторы-столбцы конечного использования отечественных и импортных продуктов соответственно размерности $N \times 1$.

Левая и правая части тождества товарного баланса (1) содержат отдельные слагаемые, ассоциированные либо с отечественными, либо с импортными продуктами. Это обстоятельство позволяет разделить годовые потоки отечественных и импортных продуктов и в соответствии с логической схемой «ресурсы = использование» записать (1) в виде пары тождеств:

$$X_0 e_M = Z_0^x e_M + f_0^x, \quad (2)$$

$$i_0 = Z_0^i e_M + f_0^i, \quad (3)$$

отражающих отчетные балансы ресурсов и использования отечественных и импортных продуктов в базовом году соответственно.

Обобщенная модель «затраты–выпуск» с экзогенным конечным использованием

С целью преобразования балансового тождества (2) в математическую модель формально запишем его в свободных переменных; в результате получим следующую систему N скалярных уравнений с $3N$ неизвестными скалярными переменными:

$$X e_M = Z_x e_M + f_x, \quad (4)$$

характеризующую баланс ресурсов и использования отечественных продуктов.

В практике построения моделей «затраты–выпуск» переменные, отражающие конечные результаты экономической деятельности, принято рассматривать как экзогенные – обычно это конечный спрос или добавленная стоимость [2]. Поэтому вполне очевидно, что в векторном балансовом уравнении (4) в качестве экзогенной переменной естественно выбрать вектор-столбец конечного использования отечественных продуктов.

Чтобы завершить преобразование векторного уравнения (4) в операциональную математическую модель, формально введем в рассмотрение линейную матричнозначную функцию производственных затрат [3; 4]:

$$Z_x = C_x X, \quad (5)$$

где C_x – квадратная матрица коэффициентов «затраты – выпуск» для отечественных продуктов порядка N . (Проблема выбора формы коэффициентов «затраты – выпуск» обсуждается ниже в разделе «Варианты спецификации матрицы коэффициентов «затраты – выпуск».) Подстановка функции производственных затрат (5) в систему уравнений (4) после несложных преобразований приводит к линейному соотношению

$$X e_M = (E_N - C_x)^{-1} f_x, \quad (6)$$

по форме совпадающему с известной моделью Леонтьева [2], в которой в качестве экзогенной переменной вместо вектора чистого конечного спроса фигурирует вектор конечного использования отечественных продуктов. Здесь через E_N обозначена единичная матрица порядка N , а также предполагается, что обращаемая матрица в круглых скобках невырождена.

Записав в свою очередь балансовое тождество (3) в свободных переменных, получим следующую систему N скалярных уравнений с $3N$ неизвестными скалярными переменными:

$$i = Z_i e_M + f_i, \quad (7)$$

характеризующую баланс ресурсов и использования импортных продуктов. Вполне очевидно, что роль экзогенной переменной в (7) призван играть вектор-столбец конечного использования импортных продуктов.

Объединенную систему уравнений (4) и (7) естественно рассматривать как *обобщенную линейную модель «затраты–выпуск» с экзогенным конечным использованием* (отечественных и импортных продуктов).

По аналогии с (5) введем в рассмотрение линейную матричнозначную функцию производственных затрат

$$Z_i = C_i X, \quad (8)$$

где C_i – квадратная матрица коэффициентов «затраты–выпуск» для импортных продуктов порядка N . Поочередная подстановка функции производственных затрат (8) и модельного соотношения (6) в систему уравнений (7) после несложных преобразований приводит к векторному уравнению:

$$i = C_i X e_M + f_i = C_i (E_N - C_x)^{-1} f_x + f_i, \quad (9)$$

выражающему зависимость совокупного импорта от потоков отечественных и импортных продуктов в конечном использовании.

Расчетные формулы (6) и (9) формируют вычислительную схему обобщенной линейной модели «затраты–выпуск» с экзогенным конечным использованием отечественных и импортных продуктов.

Обобщенная модель «затраты–выпуск» с экзогенным чистым конечным спросом. Экономическая категория конечного использования отечественных продуктов менее популярна в практике исследований «затраты–выпуск» по сравнению с категорией чистого конечного спроса ввиду того, что она включает в себя расходы отраслей экономики на промежуточное потребление импортных продуктов в отечественном производстве. Формальная связь между чистым конечным спросом y и конечным использованием отечественных продуктов (товаров и услуг) f_x выражается следующей цепочкой равенств:

$$y = f - i = (f_x + f_i) - (Z_i e_M + f_i) = f_x - Z_i e_M,$$

откуда $f_x = Z_i e_M + y$, и уравнение (4) обобщенной линейной модели «затраты–выпуск» с экзогенным конечным использованием приобретает вид:

$$X e_M = Z_x e_M + Z_i e_M + y, \quad (10)$$

Инкорпорирование матричнозначных функций производственных затрат (5) и (8) в уравнения (10) и (7) после несложных преобразований приводит к линейным соотношениям:

$$X e_M = (E_N - C_x - C_i)^{-1} y = (E_N - C)^{-1} y \quad (11)$$

с экзогенным чистым конечным спросом и

$$i = C_i X e_M + f_i = C_i (E_N - C)^{-1} y + f_i \quad (12)$$

с чистым конечным спросом и конечным использованием импортных продуктов в качестве экзогенных переменных.

Расчетные формулы (11) и (12) формируют вычислительную схему *обобщенной линейной модели «затраты–выпуск» с экзогенными переменными чистого конечного спроса и конечного использования импортных продуктов*. Здесь следует подчеркнуть, что модельное соотношение (11) в точности совпадает с известной моделью Леонтьева [2].

Обобщенные модели «затраты–выпуск» в приростной форме. В силу линейности рассмотренных выше моделей «затраты–выпуск» их удобно представлять в приростной форме относительно отчетных уровней соответствующих показателей в базовом году 0. Далее, вектор конечного использования импортных продуктов фигурирует в (9) и (12) как аддитивный фактор, в связи с чем целесообразно положить $\Delta f_i = f_i - f_0^i = 0_N$, где 0_N – N -мерный вектор-столбец с нулевыми компонентами.

В приростной форме обобщенная линейная модель «затраты–выпуск» с экзогенным конечным использованием отечественных продуктов (6), (9) приобретает вид:

$$\Delta X e_M = (E_N - C_x)^{-1} \Delta f_x = L_x^f \Delta f_x, \quad \Delta i = C_i (E_N - C_x)^{-1} \Delta f_x = L_i^f \Delta f_x, \quad (13)$$

а обобщенная модель «затраты–выпуск» (11), (12) с экзогенным чистым конечным спросом –

$$\Delta X e_M = (E_N - C)^{-1} \Delta y = L_x^y \Delta y, \quad \Delta i = C_i (E_N - C)^{-1} \Delta y = L_i^y \Delta y. \quad (14)$$

Следует отметить, что мультипликативная форма уравнений (13) и (14) обеспечивает точную калибровку обеих обобщенных моделей по отношению к тождеству товарного баланса.

Варианты спецификации матрицы коэффициентов «затраты–выпуск». Выбор формы коэффициентов «затраты–выпуск» играет весьма важную роль в анализе «затраты–выпуск». В авторитетном справочном руководстве [1] рекомендуется использовать три основных способа спецификации коэффициентов: на основе предположений о товарной, отраслевой и гибридной технологии. Рассмотрим эти способы поочередно в контексте формально введенных выше линейных матричнозначных функций производственных затрат.

В соответствии с предположением о *товарной технологии* каждый продукт производится одним и тем же технологическим способом в любой из отраслей, в которых он выпускается [1]. Паттерн, или модель товарной технологии – см., например, [5; 6] – в принятых обозначениях порождает следующие матричнозначные функции производственных затрат:

$$Z = Z_x + Z_i = CX = Z_0 X_0^{-1} X = C_x X + C_i X = Z_0^x X_0^{-1} X + Z_0^i X_0^{-1} X. \quad (15)$$

В этой формуле неявно предполагается, что в рассматриваемой экономике количество продуктов N совпадает с числом отраслей M , то есть $M = N = K$, и квадратная матрица выпуска X_0 порядка K невырождена.

В соответствии с предположением об *отраслевой технологии* каждая отрасль имеет свой собственный специфический способ производства независимо от линейки выпускаемых продуктов [1]. Паттерн отраслевой технологии – см., например, [5; 6] – в принятых обозначениях порождает следующие матричнозначные функции производственных затрат:

$$Z = CX = Z_0 \langle e_N' X_0 \rangle^{-1} X_0' \langle X_0 e_M \rangle^{-1} X = (C_x + C_i) X = (Z_0^x + Z_0^i) \langle e_N' X_0 \rangle^{-1} X_0' \langle X_0 e_M \rangle^{-1} X, \quad (16)$$

в которых надстрочным символом «штрих» обозначена операция транспонирования векторов и матриц, а заключение обозначения вектора в угловые скобки символизирует преобразование вектора в диагональную матрицу с этим вектором на главной диагонали и нулевыми внедиагональными элементами.

Паттерн гибридной технологии рассматривается в специальной литературе как комбинация моделей товарной и отраслевой технологий – см., в частности, [5]. Он генерирует следующую матричнозначную функцию совокупных производственных затрат:

$$Z = CX = (Z_0 - X_{02}) X_{01}^{-1} X = Z_0 X_{01}^{-1} X - X_{02} X_{01}^{-1} X, \quad (17)$$

где X_{01} и X_{02} – матричные слагаемые экзогенного аддитивного разложения исходной матрицы выпуска $X_0 = X_{01} + X_{02}$. В формуле (17), как и в случае предположения о товарной технологии, неявно предполагается, что в рассматриваемой экономике количества продуктов и отраслей совпадают, то есть $M = N = K$, и квадратная матрица X_{01} порядка K невырождена.

Нетрудно убедиться, что наличие второго слагаемого в правой части (17), не зависящего от Z_0 , не позволяет построить разложение совокупных коэффициентов «затраты–выпуск» $C = C_x + C_i$ при любой ненулевой матрице X_{02} . Таким образом, паттерн гибридной технологии не может служить операциональным средством построения обобщенных моделей «затраты–выпуск» (13) и (14). Здесь следует добавить, что в рамках гибридной технологии реализуется тавтологическое преобразование данных исходной таблицы ресурсов и использования, не имеющее четкого логического обоснования и направленное на искусственное обеспечение желаемых свойств объекта анализа – в данном случае неотрицательности коэффициентов «затраты – выпуск».

Семейство матриц полных потребностей в выпуске, импорте и ресурсах. Обобщенная линейная модель с экзогенным чистым конечным спросом (14) и обобщенная модель с экзогенным конечным использованием отечественных продуктов (13) содержат квадратные матрицы L_x^y, L_i^y, L_x^f и L_i^f , которые вместе с порождаемыми ими мультипликаторами представляют значительный теоретический и практический интерес для анализа межотраслевых производственных взаимодействий на основе моделей «затраты–выпуск». Первая из них, L_x^y , широко известна в специальной литературе как матрица полных потребностей в выпуске, или обратная матрица Леонтьева [2]; ее (n, m) -й элемент выражает прирост выпуска n -го продукта как реакцию экономики на экзогенный единичный прирост чистого конечного спроса (ЧКП) на m -й продукт.

Остальные матрицы ранее в литературе не рассматривались; ниже представлена краткая сводка их характеристик, дополненная характеристиками двух производных матриц:

L_i^y – матрица полных потребностей в импорте на единичные приросты компонент ЧКП;

$L_r^y = L_x^y + L_i^y = (E_N + C_i)(E_N - C)^{-1}$ – матрица полных потребностей в ресурсах товаров и услуг на единичные приросты компонент ЧКП;

L_x^f – матрица полных потребностей в выпуске на единичные приросты компонент конечного использования отечественных продуктов (КИОП);

L_i^f – матрица полных потребностей в импорте на единичные приросты компонент КИОП;

$L_r^f = L_x^f + L_i^f = (E_N + C_i)(E_N - C_x)^{-1}$ – матрица полных потребностей в ресурсах товаров и услуг на единичные приросты компонент КИОП.

Следует также подчеркнуть, что расчет всех перечисленных выше матриц можно выполнять для двух вариантов спецификации матрицы коэффициентов «затраты – выпуск» – на основе предположения о товарной технологии и предположения об отраслевой технологии.

Мультипликаторы выпуска, импорта и ресурсов продуктов. Каждой матрице полных потребностей в том или ином экономическом ресурсе соответствует вектор мультипликаторов эффекта, генерируемого в экономике экзогенным единичным приростом того или иного конечного результата экономического деятельности. Примером могут служить простые мультипликаторы выпуска (суммы столбцов обратной матрицы Леонтьева) [2], которые выражают совокупный прирост выпуска всех продуктов экономики как ее реакцию на экзогенный единичный прирост компоненты чистого конечного спроса.

Ниже дана краткая сводка простых мультипликаторов, порождаемых рассмотренными выше матрицами полных потребностей в выпуске, импорте и ресурсах товаров и услуг:

${}_y m'_x = e'_N L^y_x$ – вектор-строка мультипликаторов выпуска при экзогенном ЧКП;

${}_y m'_i = e'_N L^y_i$ – вектор-строка мультипликаторов импорта при экзогенном ЧКП;

${}_y m'_r = e'_N L^y_r$ – вектор мультипликаторов ресурсов товаров и услуг при экзогенном ЧКП;

${}_f \mu'_x = e'_N L^f_x$ – вектор-строка мультипликаторов выпуска при экзогенном КИОП;

${}_f \mu'_i = e'_N L^f_i$ – вектор-строка мультипликаторов импорта при экзогенном КИОП;

${}_f \mu'_r = e'_N L^f_r$ – вектор мультипликаторов ресурсов товаров и услуг при экзогенном КИОП.

Можно ожидать, что предложенное в настоящей статье расширение совокупности матриц полных потребностей и сопряженных с ними мультипликаторов станет эффективным вкладом в развитие математического инструментария моделирования «затраты–выпуск».

Библиографические ссылки

1. Handbook on Supply and Use Tables and Input-Output Tables with Extensions and Applications. Studies in Methods [Electronic resource] // Handbook of National Accounting. New York : United Nations, Department for Economic and Social Affairs, Statistics Division, ST/ESA/STAT/SER.F/74/Rev.1. 2018. URL: https://unstats.un.org/unsd/nationalaccount/docs/SUT_IOT_HB_Final_Cover.pdf.
2. Miller R. E., Blair P. D. Input-Output Analysis: Foundations and Extensions, 2nd ed. Cambridge : Cambridge University Press, 2009.
3. Motorin V. The Linear Matrix-Valued Cost Functions as a Source of Leontief and Ghosh Models // Artha Vijnana, 2017. № 59(4). P. 291–301.
4. Моторин В. И. Линейные функции производственных затрат в прямоугольных таблицах и моделях "затраты–выпуск" // Сборник научных трудов ИМЭИ. 2016. № 1. С 344–362.
5. Kop Jansen P., Ten Raa T. The Choice of Model in the Construction of Input-Output Coefficients Matrices // International Economic Review. 1990. № 31(1). С. 213–227.
6. Ten Raa T., Rueda-Cantuche J. M. The Construction of Input-Output Coefficients Matrices in an Axiomatic Context: Some Further Considerations // Economic Systems Research. 2003. № 15(4). С. 439–455.