

Учреждение образования
«Международный государственный экологический институт
имени А.Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

УТВЕРЖДАЮ



Заместитель директора
по учебной работе

М.И.И. А.Д. Сахарова БГУ
В.В. Журавков

2024

Регистрационный № УД-1528-24 /уч.

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности:

6-05-0533-03 Медицинская физика .

2024 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-0533-03-2023 от 01.09.2023 и учебного плана учреждения высшего образования для специальности 6-05-0533-03 Медицинская физика Рег.№158-23/уч. от 07.04.2023

СОСТАВИТЕЛЬ:

О.М. Бояркин, профессор кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А.Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра физико-математических дисциплин Института информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники;

В.А. Иванюкович, доцент кафедры информационных технологий в экологии и медицине учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А.Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол №_9.1__от_27.04.2024 г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол №_9_от_21 мая 2024 г.)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

При изучении дисциплины «Уравнения математической физики» предусматривается углубление и развитие знаний, умений и навыков, приобретенных при изучении высшей математики, дифференциальных и интегральных уравнений. Она играет исключительно важную роль в формировании теоретических знаний по специальности 6-05-0533-03 «Медицинская физика», давая основу для математического моделирования физических процессов, происходящих в линейных ускорителях, других установках, генерирующих ионизирующее излучение, способствуя освоению методов математического описания явлений, происходящих при взаимодействии ионизирующего излучения с веществом.

Изучение дисциплины «Уравнения математической физики» необходимо для дальнейшего освоения таких предметов, как «Физика ядра и ионизирующего излучения», «Электродинамика», «Квантовая физика», «Защита от ионизирующего излучения» и т.д.

Перед преподающими дисциплину ставятся следующие задачи:

- обоснованно и четко излагать учебный материал;
- проиллюстрировать использование изучаемых математических закономерностей в естественных науках;
- подготовить студентов к изучению специальных дисциплин.

Цели учебной дисциплины: освоение ключевых понятий, вопросов теории уравнений математической физики, классификации, постановок задач, методов решения; формирование систематизированных знаний и навыков по таким взаимосвязанным разделам высшей математики, как векторный анализ, дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных, ряды и преобразования Фурье, уравнения гиперболического, параболического и эллиптического типов в частных производных, специальные функции.

Задача учебной дисциплины: систематизировать знания по ранее изученным математическим и физическим дисциплинам, обеспечить их применение в разделах математической физики, выработать навыки решения уравнений в частных производных.

Для успешного усвоения дисциплины необходимы знания по математическому анализу, аналитической геометрии и линейной алгебре, дифференциальным уравнениям, общей физике.

Изучение и усвоение дисциплины предполагает владение следующими **компетенциями:**

- владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации (УК-1);
- применять аппарат математической физики для постановки и решения нестационарных задач для волновых и диффузионных процессов и стационарных задач с уравнением Лапласа, Пуассона и Гельмгольца (БПК-10).

В результате усвоения дисциплины студент должен

знать:

- основы векторного анализа;

- применение дифференциальных операторов в криволинейных системах координат;
- характеристики дифференциальных уравнений в частных производных, типы уравнений математической физики (УМФ);
- постановку краевых задач при решении УМФ;
- метод разделения переменных при решении УМФ;
- роль и значение векторного анализа и УМФ при построении математических моделей различных процессов;

уметь:

- определять поверхности уровня и векторные линии полей;
- вычислять дифференциальные операторы для заданных полей в декартовой и в цилиндрической и сферической системах координат;
- определять поток и циркуляцию векторного поля;
- решать линейные и квазилинейные дифференциальные уравнения в частных производных (ДУЧП) 1-го порядка;
- определять тип УМФ и приводить их к каноническому виду;
- применять метод разделения переменных (метод Фурье) при решении задач УМФ;
- решать однородные и неоднородные уравнения гиперболического и параболического типа при различных формулировках краевых задач;
- решать уравнения эллиптического типа методом Фурье;
- использовать метод функции Грина при решении задач УМФ;

владеть:

- терминологией методов математической физики.
- методами математической физики с целью их использования в теоретических и экспериментальных исследованиях;
- навыками интерпретации полученных результатов математического исследования.

Программа курса рассчитана на 200 ч, аудиторных часов 102, из которых лекционных – 42 ч, практических занятий – 60 ч.

Форма получения высшего образования – очная (дневная).

Форма промежуточной аттестации – экзамен в IV семестре.

Трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Векторный анализ в задачах математической физики

Векторная функция скалярного аргумента. Скалярные поля и поверхности уровня. Векторные поля и векторные линии. Дифференциальные операторы теории поля. Градиент, дивергенция, ротор и их свойства. Операторы Гамильтона и Лапласа. Дифференциальные операторы второго порядка.

Производная скалярного поля по направлению и ее связь с градиентом. Нормаль к поверхности и ее уравнение. Поток векторного поля и его вычисление. Теорема Остроградского-Гаусса. Инвариантное определение дивергенции. Циркуляция векторного поля. Формула Стокса. Инвариантное определение ротора векторного поля. Соленоидальное потенциальное и гармоническое виды полей. Теорема разложения Гельмгольца.

Тема 2. Элементы теории поля в криволинейных координатах

Криволинейные ортогональные системы координат. Коэффициенты Ламе. Элементы длин, площадей и объёмов в криволинейных ортогональных координатах. Основные дифференциальные операции в криволинейных ортогональных координатах. Основные дифференциальные операции на примере цилиндрических и сферических координат.

Тема 3. Уравнения математической физики

Дифференциальные уравнения в частных производных, их порядок, решение и отличия от ОДУ. ДУЧП первого порядка, их решения. Решения линейного и квазилинейного ДУЧП 1-го порядка. ДУЧП второго порядка (ДУЧП–2). Уравнения математической физики и примеры их использования при описании физических процессов.

Классификация ДУЧП–2 с двумя переменными. Уравнения гиперболического, параболического и эллиптического типов и их канонический вид. Приведение заданного линейного ДУЧП–2 к каноническому виду. Постановка задач УМФ. Начальные условия (задача Коши). Граничные условия (задачи Дирихле и Неймана, смешанная граничная задача). Краевая задача.

Тема 4. Уравнения гиперболического типа

Решение уравнения свободных колебаний однородной неограниченной струны методом Д'Аламбера. Вынужденные колебания однородной неограниченной струны.

Свободные колебания ограниченной струны: задача Дирихле. Метод разделения переменных (метод Фурье). Граничная задача для пространственной составляющей. (задача Штурма-Лиувилля). Частные и общее решения задачи.

Свободные колебания ограниченной струны с одним закрепленным и другим упруго связанным концами. Формулировка краевой задачи и ее

решение. Решение задачи Неймана для свободных колебаний ограниченной струны. Вынужденные колебания жестко закрепленной ограниченной струны. Вынужденные колебания струны с подвижными концами. Формулировка краевой задачи, ее редукция и схема решения.

Свободные колебания закрепленной по краям прямоугольной мембраны. Формулировка краевой задачи и ее решение.

Тема 5. Общая схема применения метода Фурье

Применение метода Фурье к решению краевых задач. Формулировка задачи Штурма-Лиувилля (о собственных значениях и собственных функциях). Нормировка собственных функций.

Свойства собственных значений (СЗ) и собственных функций (СФ) задачи Штурма-Лиувилля. Оператор задачи Штурма-Лиувилля и его свойства.

Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Евклидово пространство. Скалярное произведение векторов и его свойства. Метрические пространства. Гильбертово пространство. Обобщенный ряд Фурье. Интеграл и преобразование Фурье. Линейные отображения и линейные операторы. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Ортогональность системы собственных векторов.

Общая схема применения метода Фурье при решении задач математической физики. Свободные колебания жестко закрепленной круглой мембраны. Функции Бесселя.

Тема 6. Уравнения параболического типа

Уравнение теплопроводности. Начальное и граничные условия. Решение однородного уравнения теплопроводности для однородной краевой задачи Дирихле. Собственные значения и собственные функции данной краевой задачи. Условие существования и единственности решения. Функция мгновенного точечного источника.

Решение неоднородного уравнения теплопроводности. Постановка краевой задачи. Общий вид искомого решения. Общее решение для однородной части. Частное и общее решение для неоднородной части. Функция мгновенного точечного источника для данной задачи. Запись решения исходной краевой задачи в интегральном виде.

Решение задачи Дирихле для неоднородного уравнения теплопроводности при неоднородных граничных условиях. Постановка краевой задачи. Общие решения однородной по граничным условиям части и исходной краевой задачи.

Решение уравнения теплопроводности для бесконечного стержня. Общее решение задачи. Интеграл Пуассона. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности. δ - функция Дирака и ее свойства.

Общая характеристика уравнения диффузии и соответствующих краевых задач.

Тема 7. Уравнения эллиптического типа. Функция Грина

Уравнения Лапласа и Пуассона. Постановка краевых задач.

Решение уравнения Лапласа в цилиндрических и сферических координатах. Фундаментальные решения. Формулы Грина. Гармонические функции и их свойства.

Решение задачи Дирихле для круга методом Фурье. Формулировка внутренней краевой задачи. Общее решение задачи и условие его существования и единственности. Интеграл Пуассона. Ядро Пуассона. Решение краевых задач в шаре. Формулировка внутренней краевой задачи. Использование метода Фурье в данной задаче. Присоединенные многочлены Лагранжа. Сферические функции. Частное и общее решение исходной краевой задачи.

Решение задачи Дирихле. Метод функции Грина. Постановка двумерной краевой задачи. Построение функции Грина и фундаментальное решение уравнения Лапласа на плоскости. Свойства функции Грина.

Постановка трехмерной краевой задачи. Построение функции Грина и фундаментальное решение уравнения Лапласа в пространстве. Свойства функции Грина. Функция Грина для уравнения Шредингера.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
(очная (дневная) форма получения высшего образования)

Номер раздела, темы, раздела	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Иное	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	Управляемая самостоятельная работа			
1	2	3	4	5	6	7	8	
1	Векторный анализ в задачах математической физики	10	10			метод. пособие	сам. раб.	
2	Элементы теории поля в криволинейных координатах	4	6			метод. пособие	опрос	
3	Уравнения математической физики	4	8			метод. пособие	опрос	
4	Уравнения гиперболического типа	12	8			метод. пособие	сам. раб.	
	Контрольная работа		2					
5	Общая схема применения метода Фурье	4	8			метод. пособие	опрос	
6	Уравнения параболического типа	4	8			метод. пособие	сам. раб.	
7	Уравнения эллиптического типа. Функция Грина	4	8			метод. пособие	сам. раб.	
	Контрольная работа		2					
ВСЕГО		42	60					

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рекомендуемая литература

Основная

1. Белявец, П.С. Задачник-практикум па метадах матэматычнай фізікі / П.С. Белявец, І.Р. Кожух, М.П. Семянчук. – Мінск : Дызайн ПРО, 1998. – 144 с.
2. Жевняк, Р.М. Высшая математика: Дифференциальные уравнения. Ряды. Уравнения математической физики. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие / Р.М. Жевняк, А.А. Карпук. – Минск : ИРФ "Обозрение", 1997. – 570 с.
3. Русак, В.Н. Математическая физика : Учеб. пособие для студ. физ-мат. спец. ун-тов / В.Н. Русак. – Минск : Дизайн ПРО, 1998. – 208 с.

Дополнительная

4. Байков, В.А. Уравнения математической физики / В.А. Байков, А.В. Жибер. – Москва-Ижевск : Институт компьютер. исследований, 2003. – 252 с.
5. Борковская, И.М. Уравнения математической физики / И.М. Борковская, О.Н. Пыжкова. – Минск : БГТУ, 2010 – 77 с.
6. Будаков, Б.М. Сборник задач по математической физике / Б.М. Будаков, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 521 с.
7. Деревич, И.В. Практикум по уравнениям математической физики : учебное пособие / И.В. Деревич. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 428 с.
8. Емельянов, В.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач : учебное пособие для вузов / В.М. Емельянов, Е.А. Рыбакина. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 216 с.
9. Жевняк, Р.М. Высшая математика : Учеб. пос. для вузов. Ч. IV. / Р.М. Жевняк, А.А. Карпук – Мн. : Выш. шк., 1987. – 240 с.
10. Каплан, И.А. Практические занятия по высшей математике. Ч. V. / И.А. Каплан. – 2-е изд. – Харьков : Изд-во Харьковского университета, 1972. – 412 с.
11. Карчевский, М.М. Лекции по уравнениям математической физики : учебное пособие для вузов / М.М. Карчевский. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 164 с.
12. Колесникова, С.И. Методы решения основных задач уравнений математической физики / С.И. Колесникова. – М.: МФТИ, 2015. – 486 с.
13. Краснов, М. Л. Вся высшая математика : Учебник. Т. 4. / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Т. И. Макаренко, Е. В. Шикив, В. И. Заляпин, С. К. Соколов. – М. : Едиториал УРСС, 2001. – 352 с.
14. Краснов, М.Л. Задачи и примеры с подробными решениями : Учеб. пос. / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Т.И. Макаренко – 2-е изд. – М. : Едиториал УРСС, 2002. – 144 с.

15. Мартинсон, Л.К., Малов Ю.М. Дифференциальные уравнения математической физики / Л.К. Мартинсон, Ю.М. Малов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 345 с.
16. Математика : учеб.-метод. комплекс. В 4 ч. Ч.3 / А.А. Тиунчик [и др.]. – Мн. : БГАТУ, 2014. – 236 с.
17. Романко, В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. – 2-е изд. – М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 344 с.
18. Русак, В.Н. Математическая физика / В.Н. Русак – Мн. : Дизайн ПРО, 1998. – 208 с.
19. Сборник задач по математике для втузов. В 4 частях. Ч. 3 : Уч. пос. для втузов / Под общ. Ред. А.В. Ефимова и А.С. Поспелова. – 4-е изд. – М. : Изд-во ФМЛ, 2002. – 576 с.
20. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : Учеб. пос. В 3 ч. Ч. 3 / А.П. Рябушко, В.В. Бархатов, В.В. Державец, И.Е. Юреть; Под общ. ред. А.П. Рябушко. – Мн. : Выш. шк., 1991. – 288 с.
21. Холодова, С.Е. Специальные функции в задачах математической физики / С.Е. Холодова, С.И. Перегудин. – СПб: НИУ ИТМО, 2012. – 631 с.
22. Черненко, В.Д. Высшая математика в примерах и задачах : Учеб. пос. В 3 т. Т. 2 / В.Д. Черненко. – СПб. : Политехника, 2003. – 477 с.

Инновационные подходы и методы преподавания учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется *метод учебной дискуссии*, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме. Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

Для организации самостоятельной работы студентов по курсу необходимо использовать современные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (программа, методические указания к практическим занятиям, список рекомендуемой литературы и информационных ресурсов, задания в тестовой форме для самоконтроля и др.).

При этом не ставится цель охватить все стороны предмета или заменить другие формы работы. Подбор заданий для самостоятельной работы направлен на формирование базовых предметных компетенций путем применения теоретических знаний в конкретных ситуациях, а также на развитие активности и самостоятельности студентов.

Качество самостоятельной работы студентов целесообразно проверять в ходе текущего промежуточного и итогового контроля в форме устного опроса, коллоквиумов, контрольных работ по темам и разделам дисциплины (модулям).

Перечень рекомендуемых средств диагностики

С целью диагностики знаний, умений и навыков студентов по данной дисциплине рекомендуется использовать:

- 1) контрольные работы;
- 2) самостоятельные работы;
- 3) индивидуальные домашние задания;
- 4) тесты;
- 5) устный опрос в ходе практических занятий;
- 6) проверку конспектов лекций студентов.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Согласование не требуется			