

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра высшей алгебры и защиты информации

ПЫШКО Ольга Олеговна

КЛАССИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА В АЛГЕБРЕ И ГЕОМЕТРИИ

Дипломная работа

Научный руководитель:
Доцент, кандидат физико-
математических наук
И. И. Воронович

Допущена к защите

« ____ » _____ 2025 г.

Заведующий кафедрой высшей алгебры и защиты информации
доцент, кандидат физико-математических наук С. В. Тихонов

Минск, 2025

РЕФЕРАТ

дипломной работы

«Классические неравенства в алгебре и геометрии»

Дипломная работа состоит из 58 страниц, 24 рисунков, использовано 9 источников, в работе большое количество примеров и их доказательств.

Ключевые слова: НЕРАВЕНСТВА, АЛГЕБРА, АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА, ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА, МЕТОДЫ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА, ДОКАЗАТЕЛЬСТВА НЕРАВЕНСТВ.

В работе рассматриваются алгебраические и геометрические методы доказательства различных классов неравенств, включая теоремы, приёмы и логические конструкции, применяемые в математическом анализе и школьной алгебре и геометрии.

При исследовании и написании работы использовались как русскоязычная, так и зарубежная математическая литература. Целью исследования является систематизация и анализ эффективных методов доказательства неравенств с целью расширения знаний о применении неравенств в решении задач олимпиадного уровня.

В первой главе рассмотрены методы доказательства неравенств разного уровня сложности: метод Штурма, использование соотношений между средними арифметическими, геометрическими, гармоническими и квадратическими, применение неравенства Коши-Буняковского, замена переменных, использование свойств симметрии и однородности и др.

Во второй главе рассмотрены геометрические неравенства и их доказательства на основе свойств фигур: неравенство треугольника, теорема о длине ломаной, выпуклый многоугольник лежит внутри другого многоугольника, вписанные многоугольники с наименьшим периметром и др.

В третьей главе представлены основные результаты работы. В частности, было рассмотрено одно общее неравенство, частными случаями которого являются три других неравенства (Несбитта и два других, представленных на математических олимпиадах разных лет).

В каждом разделе приводятся неравенства и их доказательства рассматриваемым методом. Полученные результаты могут быть полезны при подготовке учащихся к олимпиадам, преподавании математики, составлении задач и в научно-методической работе.

РЭФЕРАТ

дыпломнай працы

«Класічныя няроўнасці ў алгебры і геаметрыі»

Дыпломная работа складаецца з 58 старонак, 24 малюнкаў, выкарыстана 9 крыніц, у рабоце вялікая колькасць прыкладаў і іх доказаў.

Ключавыя словы: НЕРАВЕНСТВА, АЛГЕБРА, АЛГЕБРАІЧНЫЯ НЕРАВЕНСТВА, ГЕАМЕТРЫЧНЫЯ НЕРАВЕНСТВА, МЕТАДЫ ДОКАЗАЛЬНІЦТВА, ДОКАЗАЛЬНІЦТВА НЕРАВЕНСТВАЎ.

У рабоце разглядаюцца алгебраічныя і геаметрычныя метады доказу розных класаў няроўнасцей, уключаючы тэарэмы, прыёмы і лагічныя канструкцыі, якія прымяняюцца ў матэматычным аналізе і школьнай алгебры і геаметрыі.

Пры даследаванні і напісанні працы выкарыстоўваліся як рускамоўная, так і замежная матэматычная літаратура. Мэтай даследавання з'яўляецца сістэматызацыя і аналіз эфектыўных метадаў доказу няроўнасцей з мэтай пашырэння ведаў аб прымяненні няроўнасцей у вырашэнні задач алімпіяднага ўзроўню.

У першым раздзеле разгледжаны метады доказу няроўнасцей рознага ўзроўню складанасці: метады Штурма, выкарыстанне суадносін паміж сярэднімі арыфметычнымі, геаметрычнымі, гарманічнымі і квадратычнымі, прымяненне няроўнасці Кашы-Бунякоўскага, замена зменных, выкарыстанне ўласцівасцей сіметрыі і аднастайнасці і інш.

У другім раздзеле разгледжаны геаметрычныя няроўнасці і іх доказы на аснове ўласцівасцяў фігур: няроўнасць трыкутніка, тэарэма аб даўжыні ломанай, выпуклы шматкутнік ляжыць усярэдзіне іншага шматкутніка, упісаныя шматкутнікі з найменшым перыметрам і інш.

У трэцім раздзеле прадстаўлены асноўныя вынікі працы. У прыватнасці, была разгледжана адна агульная няроўнасць, прыватнымі выпадкамі якой з'яўляюцца тры іншыя няроўнасці (Несбіта і дзве іншыя, прадстаўленыя на матэматычных алімпіядах розных гадоў).

У кожным раздзеле прыводзяцца няроўнасці і іх доказы разглядаемымі метадамі. Атрыманыя вынікі могуць быць карысныя пры падрыхтоўцы вучняў да алімпіядаў, выкладання матэматыкі, складання задач і ў навукова-метадычнай рабоце.

ABSTRACT

of a graduate work

"Classical Inequalities in Algebra and Geometry"

The thesis consists of 58 pages, 24 figures, 9 sources are used, the work contains a large number of examples and their proofs.

Keywords: INEQUALITIES, ALGEBRA, ALGEBRAIC INEQUALITIES, GEOMETRIC INEQUALITIES, PROOF METHODS, PROOFS OF INEQUALITIES.

The work considers algebraic and geometric methods of proving various classes of inequalities, including theorems, techniques and logical constructions used in mathematical analysis and school algebra and geometry.

When researching and writing the work, both Russian-language and foreign mathematical literature were used. The purpose of the study is to systematize and analyze effective methods for proving inequalities in order to expand knowledge about the use of inequalities in solving Olympiad-level problems.

The first chapter discusses methods for proving inequalities of varying levels of complexity: Sturm's method, using relationships between arithmetic, geometric, harmonic and quadratic means, applying the Cauchy-Bunyakovsky inequality, changing variables, using symmetry and homogeneity properties, etc.

The second chapter discusses geometric inequalities and their proofs based on the properties of figures: triangle inequality, theorem on the length of a broken line, a convex polygon lies inside another polygon, inscribed polygons with the smallest perimeter, etc.

The third chapter presents the main results of the work. In particular, one general inequality was considered, special cases of which are three other inequalities (Nesbitt and two others, presented at mathematical olympiads of different years).

Each section presents inequalities and their proofs using the method under consideration. The results obtained can be useful in preparing students for olympiads, teaching mathematics, composing problems and in scientific and methodological work.