МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ

Кафедра высшей алгебры и защиты информации

ЗАЯЦ Полина Дмитриевна

**КЛАССИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ В**

**ЧЕТВЕРТИ ПЛОСКОСТИ ДЛЯ ПОЛУЛИНЕЙНОГО**

**УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА С ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ ДИРИХЛЕ И НЕЙМАНА**

Дипломная работа

Научный руководитель:
профессор, доктор физико-математических наук
В. И. Корзюк

Допущена к защите

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2025 г.

Заведующий кафедрой высшей алгебры и защиты информации

доцент, кандидат физико-математических наук С. В. Тихонов

Минск, 2025

# **Реферат**

Структура и объём дипломной работы:

* 41 страница,
* 1 иллюстрация (рисунок),
* 11 использованных источников.

Ключевые слова: УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА, СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА, КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ, ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДИРИХЛЕ И НЕЙМАНА, ЗАДАЧА КОШИ, КРАЕВАЯ ЗАДАЧА, ЧЕТВЕРТЬ ПЛОСКОСТИ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА.

Объектом исследования являются уравнения переноса. Предметом исследования являются классические решения смешанных задач для полулинейного уравнения переноса в четверти плоскости с граничными условиями Дирихле и Неймана.

Цель исследования состоит в построении и доказательстве существования и единственности классического решения смешанных задач в четверти плоскости для полулинейного уравнения переноса с граничными условиями Дирихле и Неймана.

Методы исследования:

* методы теории уравнений в частных производных;
* аналитические методы математической физики;
* использование элементов математического анализа.

Полученные результаты и их новизна:

* получено решение смешанных задач с граничными условиями Дирихле и Неймана для полулинейного уравнения переноса в четверти плоскости;
* доказана корректность постановок и полученных решений в классах непрерывных и дифференцируемых функций.

Достоверность материалов и результатов дипломной работы обеспечивается строгим математическим выводом, внутренней согласованностью решений и их проверкой.

Результаты могут быть использованы при аналитическом и численном моделировании физических процессов переноса в различных задачах, а также в разработке и верификации вычислительных алгоритмов в программных комплексах для прикладных областей.

# **Рэферат**

 Структура і аб’ём дыпломнай работы:

* 41 старонка,
* 1 ілюстрацыя (малюнак),
* 11 выкарыстаных крыніц.

Ключавыя словы: УРАЎНЕННЕ ПЕРАНОСУ, ЗМЕШАНАЯ ЗАДАЧА, КЛАСІЧНАЕ РАШЭННЕ, ГРАНІЧНЫЯ ЎМОВЫ ДЗІРЫХЛЕ І НЕЙМАНА, ЗАДАЧА КОШЫ, КРАЯВАЯ ЗАДАЧА, ЧВЕРЦЬ ПЛОШЧЫ, МАТЭМАТЫЧНАЯ ФІЗІКА.

Аб’ектам даследавання з’яўляюцца ўраўненні пераносу. Прадметам даследавання з’яўляюцца класічныя рашэнні змешаных задач для паўлінейнага ўраўнення пераносу ў чвэрці плоскасці з граничнымі ўмовамі Дзірыхле і Неймана.

Мэта даследавання: пабудова і дакладанне існавання і адзінасці класічнага рашэння змешаных задач у чвэрці плоскасці для паўлінейнага ўраўнення пераносу з граничнымі ўмовамі Дзірыхле і Неймана.

Метады даследавання:

* метады тэорыі ўраўненняў з прыватнымі вытворнымі;
* аналітычныя метады матэматычнай фізікі;
* выкарыстанне элементаў матэматычнага аналізу.

Атрыманыя вынікі і іх навізна:

* атрымана рашэнне змешаных задач з граничнымі ўмовамі Дзірыхле і Неймана для паўлінейнага ўраўнення пераносу ў чвэрці плоскасці;
* даказана карэктнасць пастаноўкі і атрыманага рашэння ў класах бесперапынных і дыферэнцыруемых функцый.

Дакладнасць матэрыялаў і вынікаў дыпломнай працы забяспечваецца строгімі матэматычнымі вывадамі, унутранай узгодненасцю рашэнняў і іх праверкай.

Вынікі могуць быць выкарыстаны пры аналітычным і лікавым мадэляванні фізічных працэсаў пераносу ў розных задачах, а таксама ў распрацоўцы і верыфікацыі вылічальных алгарытмаў у праграмных комплексах для прыкладных абласцей.

# **Abstract**

Structure and Scope of the Thesis:

* 41 pages,
* 1 illustration (figure),
* 11 referenced sources.

Keywords: TRANSPORT EQUATION, MIXED PROBLEM, CLASSICAL SOLUTION, DIRICHLET AND NEUMANN BOUNDARY CONDITIONS, CAUCHY PROBLEM, BOUNDARY VALUE PROBLEM, QUARTER-PLANE, MATHEMATICAL PHYSICS.

The object of the research is transport equations. The subject of the research is classical solutions of mixed problems for a semilinear transport equation in the quarter-plane with Dirichlet and Neumann boundary conditions.

The purpose of the research is to construct and rigorously prove the existence and uniqueness of a classical solution to the mixed problems for a semilinear transport equation in the quarter-plane under Dirichlet and Neumann boundary conditions.

Methods of research:

* methods of partial differential equations theory;
* analytical methods of mathematical physics;
* use of tools from mathematical analysis.

The results of the work and their novelty:

* an explicit analytical solution has been obtained for mixed problems with Dirichlet and Neumann boundary conditions for the semilinear transport equation in the quarter-plane;
* the well-posedness and correctness of the problem formulation and solutions have been proven in the classes of continuous and differentiable functions.

Authenticity of the materials and results is ensured by strict mathematical reasoning, internal consistency of the obtained solutions, and their verification.

The results may be applied in analytical and numerical modeling of physical transport processes in various applied problems, as well as in the development and validation of computational algorithms in software systems for scientific and engineering applications.