

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ
БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра теории функций**

ПОЛОНИН Илья Валерьевич

Аннотация к дипломной работе

**КЛАССЫ СОБОЛЕВСКОГО ТИПА НА МЕТРИЧЕСКИХ
ПРОСТРАНСТВАХ С ЛОКАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ
УДВОЕНИЯ**

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук
профессор В.Г. Кротов

Минск, 2025

АННОТАЦИЯ

Тема дипломной работы: «Классы соболевского типа на метрических пространствах с локальным условием удвоения»

Объём дипломной работы: 32 страницы, 7 использованных источников.

Ключевые слова: ПРОСТРАНСТВА СОБОЛЕВА, ТЕОРЕМА КАЛЬДЕРОНА.

Соболевские пространства являются центральным понятием современной математического анализа, обеспечивая строгую основу для изучения слабых производных и регулярности функций. Они играют ключевую роль в теории дифференциальных уравнений и вариационного исчисления.

Одним из фундаментальных результатов, касающихся соболевских пространств, является теорема Альберто Кальдерона, которая предлагает критерий их описания с помощью интегральных операторов. Вместо классического определения через слабые производные, подход Кальдерона использует интегральные операторы, чтобы аналитически и операторно охарактеризовать структуру соболевских пространств.

В данной работе рассматривается теория соболевских пространств с акцентом на интегральный критерий Кальдерона. Представлены необходимые теоретические сведения, изложена формулировка и доказательство теоремы. Также рассматривается подход к введению классов Соболевского типа на метрических пространствах с локальным условием удвоения, реализующий идею теоремы Кальдерона.

АНАТАЦЫЯ

Тэма дыпломнай працы: «Класы сабалеўскага тыпу на метрычных прасторах з лакальнай умовай падваення»

Аб'ём дыпломнай працы: 32 старонкі, 7 выкарастаных крыніц.

Ключавыя словы: ПРАСТОРЫ СОБАЛЕВА, ТЭАРЭМА КАЛЬДЭРОНА.

Прасторы Собалева з'яўляюцца адным з ключавых паняццяў сучаснага аналізу, забяспечваючы строгую аснову для вывучэння слаба вызначаных вытворных і рэгулярнасці функцый. Яны шырока выкарыстоўваюцца ў тэорыі дыферэнцыяльных ураўненняў і вар'яцыйным злічэнні.

Адзін з асноўных вынікаў у гэтай вобласці — тэарэма Альберта Кальдэрона, якая дае крытэрыі апісання прастор Собалева праз інтэгральныя аператары. Замест класічнага вызначэння праз слабыя вытворныя, у падыходзе Кальдэрона выкарыстоўваюцца інтэгральныя аператары для аналітычнай і аператарнай характарыстыкі гэтых прастор.

Гэтая дыпломная праца прысвечана вывучэнню прастор Собалева з асаблівай увагай да крытэрыя Кальдэрона. Прыводзяцца неабходныя тэарэтычныя звесткі, фармулюецца і даказваецца тэарэма. Таксама разгледжаны падыходы да ўвядзення класаў тыпу Собалева на метрычных прасторах з лакальнай умовай падваення, якія рэалізуюць ідэю тэарэмы Кальдэрона.

ANNOTATION

Thesis: «Sobolev-type classes on metric spaces with a local doubling condition»

The thesis contains: 32 pages, 7 sources used.

Keywords: SOBOLEV SPACES, CALDERON THEOREM.

Sobolev spaces are a central concept in modern analysis, providing a rigorous framework for studying weak derivatives and the regularity of functions. They are indispensable in the theory of partial differential equations and the calculus of variations.

Among the many foundational results concerning Sobolev spaces is a theorem by Alberto Calderon, which offers an integral operator criterion for characterizing these spaces. Rather than relying on the classical definition via weak derivatives, Calderon's approach uses integral operators to describe the structure of Sobolev spaces in a more analytic and operator-theoretic way.

This thesis explores the theory of Sobolev spaces with an emphasis on Calderon's integral operator characterization. We present the necessary background, develop the theoretical framework, and examine the theorem's proof. An approach to introducing Sobolev-type classes on metric spaces with a local doubling condition, implementing the idea of Calderon's theorem, is also considered.