

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

г. Минск, пр. Независимости, 4  
220030, Республика Беларусь

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

О.Г.Прохоренко



30 апреля 2024 г.

Регистрационный № УД- 13858/уч.

## **ОСНОВЫ ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА**

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности

**1-31-03-02 Механика и математическое моделирование**

Приказ № 1

Министерства образования Республики Беларусь

2024 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-31 03 02-2021, учебных планов № G31-1-029/уч. от 30.06.2021, № G31-1-029/уч. СИБД от 30.06.2021, № G31-1-209/уч. от 22.03.2022, № G31-1-209/уч. СИБД от 22.03.2022.

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**Чорный Андрей Дмитриевич**, доцент кафедры теоретической и прикладной механики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**Жукова Юлия Владимировна**, ведущий научный сотрудник Института тепло- и массообмена имени А.В. Лыкова НАН Беларуси, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой теоретической и прикладной механики БГУ  
(протокол № 11 от 26.04.2024)

Научно-методическим советом БГУ  
(протокол № 7 от 30.04.2024)

Заведующий кафедрой



М.А.Журавков

## **ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

### **Цели и задачи учебной дисциплины**

**Целью учебной дисциплины «Основы теории турбулентного переноса»** является формирование цельного теоретического представления о роли и физических механизмах турбулентного движения, способах математического описания и современных методах решения научно-исследовательских и прикладных задач турбулентного переноса.

### **Задачи учебной дисциплины:**

- изучение физических механизмов и процессов, определяющих явления турбулентного переноса;
- изучение основных физико-математических принципов и подходов для описания турбулентного переноса;
- изучение моделей турбулентности, условий их применимости;
- формирование умений и навыков применения законов и моделей турбулентности при решении научно-исследовательских и практических задач механики жидкости и газа.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к циклу дисциплин специализации компонента учреждения высшего образования.

Дисциплина «Основы теории турбулентного переноса» связана с рассмотрением основных понятий и устойчивых представлений о свойствах и закономерностях турбулентных процессов и явлений, связанных с динамическим состоянием различных жидкостей и газов. Такие знания базируются на подходах и положениях механики сплошных сред как научного направления физики, а решаемые задачи – на методах математического описания динамического поведения исследуемых систем, а также методах компьютерного моделирования и анализа физических процессов. Данная дисциплина опирается и использует знания ранее изучаемых дисциплин: «Математический анализ», «Основы механики сплошных сред», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Механика жидкости и газа», «Численные методы», «Теория вероятностей».

### **Требования к компетенциям**

Освоение учебной дисциплины «Основы теории турбулентного переноса» должно обеспечивать формирование следующей *специализированной* компетенции:

**СК-6 Применять методы и законы механики к исследованию робототехнических систем и решению прикладных задач механики.**

В результате освоения дисциплины студент должен

#### **знать:**

- основные физические законы и процессы, определяющие характер турбулентного переноса;
- о роли турбулентности в переносе массы, импульса и энергии;

- основные принципы и подходы математического описания турбулентного переноса;
- классические и современные модели для описания турбулентных течений, условия их применимости и ограничения;
- новые и перспективные направления в исследовании турбулентного переноса;

**уметь:**

- использовать адекватные методы и соответствующий математический аппарат для описания турбулентного переноса;
- применять полученные знания для постановки и решения научно-исследовательских и практических задач гидrogазодинамики;
- проводить анализ результатов и формулировать объективные физические выводы;

**владеТЬ:**

- методами выявления доминирующих физических механизмов, определяющих турбулентный режим при решении задач гидрогазодинамики;
- методами анализа явлений турбулентного переноса, физико-математической постановки задач и определения граничных условий;
- математическими методами решения сформулированных задач;
- навыками компьютерного моделирования при решении задач турбулентного переноса.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 7 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Основы теории турбулентного переноса» отведено 90 часов, в том числе 50 аудиторных часов, из них: лекции – 8 часов, лабораторных занятий – 38 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – **зачет**.

## **СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

### **Раздел 1. Теория турбулентного переноса**

#### **Тема 1.1 Понятие о турбулентном переносе**

Что такое турбулентность? Основные законы гидромеханики. Уравнения неразрывности, переноса импульса, энергии. Уравнения Навье – Стокса. Молекулярный и турбулентный перенос. Гидромеханическое подобие, критерии подобия, число Рейнольдса. Методы описания вихревой структуры турбулентных течений.

#### **Тема 1.2. Элементы статистического анализа в теории турбулентного переноса**

Случайные поля. Методы осреднения. Средние и пульсационные компоненты гидродинамических величин, разложение Рейнольдса. Статистические моменты гидродинамических полей. Функции плотности вероятности случайных гидродинамических величин. Эргодичность.

#### **Тема 1.3 Режимы и сценарии развития турбулентности**

Ламинарный, переходный и турбулентный режимы движения. Качественные сценарии развития турбулентности. Диссипация энергии в вязких средах. Опыт Рейнольдса. Критическое число Рейнольдса. Оценка масштабов турбулентности. Механизм растяжения вихревых структур.

#### **Тема 1.4. Теория однородной и изотропной турбулентности**

Теория энергетического спектра турбулентности. Интервалы масштабов турбулентности. Теория А.Н. Колмогорова. Локально-изотропная турбулентность. Гипотезы Колмогорова и их следствия. Закон «пяти третей». Турбулентная диффузия.

#### **Тема 1.5. Дифференциальные уравнения для турбулентных пульсаций**

Цепочка уравнений Фридмана-Келлера. Турбулентные напряжения. Проблема замыкания. Уравнения кинетической энергии турбулентных пульсаций и ее изотропной диссипации. Уравнения для пульсаций турбулентного потока тепла.

#### **Тема 1.6. Замыкание уравнений Рейнольдса**

Турбулентное течение около стенки и логарифмический пограничный слой. Модель пути смешения Прандтля. Гипотеза Буссинеска. Модели турбулентной вязкости. Условия реализуемости.

#### **Тема 1.7. Полуэмпирические теории турбулентности**

Модели турбулентности первого порядка (алгебраические). Модели второго порядка – дифференциальные модели замыкания уравнений Рейнольдса. Замыкание уравнений кинетической энергии турбулентных пульсаций и ее изотропной диссипации.  $k-e$ ,  $k-\omega$  модели, SST модель сдвиговых напряжений.

### **Раздел 2. Моделирование процессов турбулентного переноса**

#### **Тема 2.1. Моделирование на основе уравнений Рейнольдса**

Моделирование турбулентного переноса на основе уравнений Рейнольдса, использование полуэмпирических моделей турбулентности ( $k-e$ ,  $k-\omega$  модели, SST модель сдвиговых напряжений).

**Тема 2.2. Моделирование крупных вихрей**

Фильтрованные уравнения Навье-Стокса и подсеточные напряжения. Модель Смагоринского. Динамическая модель Германо.

**Тема 2.3. Моделирование турбулентного тепло- и массопереноса**

Дифференциальное уравнение теплопроводности и диффузии. Тurbулентный перенос скаляров. Связь коэффициентов турбулентной вязкости, теплопроводности и диффузии. Модели замыкания.

**Тема 2.4. Численные методы моделирования турбулентного переноса массы, импульса и энергии**

Спектральный метод, метод конечных объемов, метод крупных частиц. Метод конечных объемов для решения гидродинамических задач. SIMPLE алгоритм. Метод конечных объемов для решения задач конвективного тепломассопереноса в турбулентных потоках. Граничные условия и их аппроксимация.

# УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

## Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Название раздела, темы

Название раздела, темы	Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов	Количество практического времени	Форма контроля знаний		
1	1	2	3	4	5	6	7
1	1	<b>Теория турбулентного переноса</b>					
1.1	1.1	Понятие о турбулентных течениях	1		2		Собеседование
1.2	1.2	Элементы статистического анализа в теории турбулентного переноса			2		Собеседование
1.3	1.3	Режимы и сценарии развития турбулентности	1		2		Отчет
1.4	1.4	Теория однородной и изотропной турбулентности	2		2		Собеседование
1.5	1.5	Дифференциальные уравнения для турбулентных пульсаций	1		2	2	Отчет
1.6	1.6	Замыкание уравнений Рейнольдса	1		2		Собеседование
1.7	1.7	Полуэмпирические теории турбулентности	1		4		Отчет
2	2	<b>Моделирование процессов турбулентного переноса</b>					
2.1	2.1	Моделирование на основе уравнений Рейнольдса			4		Собеседование
2.2	2.2	Моделирование крутых вихрей			4		Отчет
2.3	2.3	Моделирование турбулентного тепло- и массопереноса			4		Собеседование
2.4	2.4	Численные методы моделирования турбулентного переноса массы, импульса и энергии			10		Отчет
		<b>Итого</b>	8		38		4

## **ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

### **Основная литература**

1. Журавков М.А. Современные численные методы в механике [Электронный ресурс]: курс лекций / М.А.Журавков; БГУ, Механико-математический фак., Каф. теоретической и прикладной механики. – Минск: БГУ, 2022. - 1 электрон. опт.диск (CD-ROM). – URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/286556>.
2. Доманский, И. В. Механика жидкости и газа / И. В. Доманский, В. А. Некрасов. 2-е изд., стер. - СПб: Лань, 2023. - 140 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/277058>
3. Цирельман, Н. М. Теория и прикладные задачи тепломассопереноса: учебное пособие / Н. М. Цирельман. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург: Лань, 2022. - 504 с. Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/206651>

### **Дополнительная литература**

1. Курбацкий, А. Ф. Лекции по турбулентности. Введение в турбулентность. Ч.1.: учебное пособие [для студентов и аспирантов вузов] / А.Ф. Курбацкий; М-во образования Рос. Федерации, Новосиб. гос. ун-т, Физ. фак., Каф. аэрофизики и газовой динамики – Новосибирск: НБ НГУ, 2021. – URL: <http://e-lib.nsu.ru/dsweb/Get/Resource-6484/page00001.pdf>.
2. Курбацкий А. Ф. Лекции по турбулентности. Моделирование турбулентных течений. Ч.2.: учебное пособие [для студентов и аспирантов вузов] / А.Ф. Курбацкий; М-во образования Рос. Федерации, Новосиб. гос. ун-т, Физ. фак., Каф. аэрофизики и газовой динамики – Новосибирск: НБ НГУ, 2021. URL: <http://e-lib.nsu.ru/dsweb/Get/Resource-6484/page00001.pdf>.
3. Снегирёв. А.Ю. Высокопроизводительные вычисления в технической физике. Численное моделирование турбулентных течений: Учеб. пособие. / А.Ю. Снегирёв. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009. – 143 с.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа: учебник для вузов / Л. Г. Лойцянский - 7-е изд., испр. - М.: Дрофа, 2003. - 840 с.
5. Седов Л.И. Механика сплошной среды: учебник для вузов / Л. И. Седов; МГУ им. М. В. Ломоносова. - 6-е изд. - СПб.: Лань, 2004. Т. 2. – 560 с.
6. Шлихтинг. Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг; пер. с нем. Вольперт Г. А.; ред. пер. с нем. Лойцянский Л. Г. - М.: Наука, 1974. - 711 с.
7. Фрик П.Г. Турбулентность: подходы и модели / П.Г. Фрик. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. - 292 с.
8. Современные подходы к моделированию турбулентности: учебное пособие / А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец, А.К. Травин, М.Л. Шур – СПб: Изд-во Политехн. ун- та, 2016. – 234 с.

9. Термофизика. Термодинамика и статистическая физика: учебное пособие / В. И. Байков, Н. В. Павлюкевич. – Минск: Вышэйшая школа, 2018. – 447 с.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки**

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Диагностика компетенций и контроль освоения навыков работы используются следующие средства текущего контроля: собеседование, письменные отчеты по лабораторным работам.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Основы теории турбулентного переноса» учебным планом предусмотрен зачет.

### **Примерный перечень заданий управляемой самостоятельной работы**

#### **Тема 1.5. Дифференциальные уравнения для турбулентных пульсаций (2 ч)**

Вывести дифференциальные уравнения кинетической энергии турбулентных пульсаций и ее изотропной диссипации. Определить тип и структуру полученных уравнений.

Форма контроля – Отчет.

#### **Тема 2.2. Моделирование крупных вихрей (2 ч)**

Вывести фильтрованные уравнения Навье-Стокса. Определить подсеточную модель и структуру полученных уравнений.

Форма контроля – Отчет.

### **Примерный перечень лабораторных занятий**

Примерный перечень лабораторных занятий представлен в учебно-методической карте программы и соответствует названию тем содержания учебного материала:

1. Дифференциальное уравнение для турбулентных пульсаций случайной скалярной величины. Определение типа и структуры полученных уравнений.
2. Определение турбулентной вязкости для пристеночного течения с помощью модели пути смешения Прандтля.
3. Определение универсального профиля скорости в ламинарном и турбулентном пограничном слое
4. Определение универсального профиля скорости в турбулентном слое смешения

5. Определение структуры уравнения конвективной теплопроводности. Вывести критерии подобия конвективной теплопроводности и определить их смысл.

6. Определение теплового пограничного слоя при обтекании турбулентным потоком пластины.

7. Исследование турбулентного движения среды в трубах методом Рейнольдса или методом моделирования крупных вихрей.

8. Исследование турбулентного движения среды в струйных потоках (свободная струя, спутная струя, импактная струя, пристеночная струя) методом Рейнольдса или методом моделирования крупных вихрей

9. Исследование турбулентного движения среды при обтекании крылового профиля методом Рейнольдса или методом моделирования крупных вихрей.

По каждой лабораторной работе из списка необходимо провести физико-математическую постановку задачи, построить расчетную модель на основе различных аналитических или численных методов, выполнить расчеты для выбранной задачи, обработать и провести анализ с визуализацией данных расчетов в виде графиков, таблиц, пространственных распределений физических параметров задачи.

### **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

В качестве инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины «Основы теории турбулентного переноса» используются **практико-ориентированный подход, метод анализа конкретных ситуаций и метод группового обучения**, которые позволяют студентам освоить содержание дисциплины через решение практических задач механики с приобретением эффективных навыков проведения компьютерного моделирования с развитием способностей анализировать получаемую научно-техническую информацию, используя общедоступные профессиональные знания, а также собственный опыт. В качестве формы организации учебно-познавательной деятельности при выполнении лабораторных работ предполагается работа малыми группами над специфическими учебными заданиями.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы**

В отведенное для самостоятельной работы время обучающиеся прорабатывают теоретический материал дисциплины с поиском ответов на вопросы, которые вызывают затруднения, по предлагаемой литературе для дальнейшего выполнения необходимых расчетов и получения результатов учебных задач. Студенты самостоятельно прорабатывают вопросы построения численных схем, алгоритмов, методов моделирования турбулентного переноса, изучают свойства и возможности решения задач дисциплины с привлечением специализированных пакетов прикладных программ.

## **Примерный перечень вопросов к зачету**

1. Типы течений сплошной среды
2. Свойства турбулентных течений
3. Признаки турбулентных течений
4. Методы изучения движения сплошной среды
5. Законы сохранения и системы уравнений в частных производных для решения задач турбулентного переноса
6. Определение числа Рейнольдса
7. Метод моделирования, методы подобия, Пи–Теорема.
8. Статистическая теория турбулентности
9. Тензор напряжений Рейнольдса, кинетическая энергия турбулентности
10. Метод моделирования крупных вихрей
11. Энергетический спектр турбулентности и его интервалы
12. Каскад Ричардсона
13. Основные подходы к моделированию турбулентных потоков
14. Гипотеза Буссинеска
15. Модель пути смешения Прандтля.
16. Формула Колмогорова-Прандтля
17. Теория А.Н. Колмогорова об однородной и изотропной турбулентности
18. Гипотеза диссипативного интервала энергетического спектра
19. Гипотеза инерционного интервала энергетического спектра
20. Действия при проведении математического моделирования турбулентного переноса
21. Методы численного моделирования турбулентного переноса

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложений об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой  
д-р физ.-мат. наук, профессор

М.А. Журавков

26. 04 2024 г.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УО**  
на \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ учебный год

<b>№№ пп</b>	<b>Дополнения и изменения</b>	<b>Основание</b>

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
(протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 202\_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета