

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

\_\_\_\_\_ О.Г. Прохоренко

«30» июня 2023 г.

Регистрационный №УД- 2419/м.

**Mechanics of nonelastic and nonlinear solid body**

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для  
специальности

**7-06-0533-06 Mechanics and Mathematical Modelling**

Profiling: Theoretical and Applied Mechanics

2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 7-06-0533-06-2023 и учебного плана № М54а-5.4-114/уч. от 11.04.2023.

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**Мармыш Денис Евгеньевич** – доцент кафедры теоретической и прикладной механики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТ:**

**Чигарев Виталий Анатольевич** – доцент кафедры «Теоретическая механика и механика материалов» машиностроительного факультета Белорусского национального технического университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Коновалов Олег Леонидович**, заведующий НИЛ факультета прикладной математики и информатики, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой теоретической и прикладной механики механико-математического факультета БГУ  
(протокол № 10 от 19.05.2023)

Научно-методическим советом БГУ  
(протокол № 9 от 29.06.2023)

Заведующий кафедрой



---



М.А. Журавков

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи учебной дисциплины

**Цель учебной дисциплины** – создание базы для освоения основных идей и методов современной механики и математики, подготовка высококвалифицированных специалистов, способных ставить и решать задачи из различных областей науки и техники. Формирование установки на творческую профессиональную деятельность; развитие профессионального мышления, которое обеспечило бы будущему специалисту возможность свободно оперировать профессиональными знаниями, видеть проблемы и оптимальные пути их решения в самостоятельной практической деятельности. Формирование основополагающих знаний по теории пластичности, ползучести и методах расчета напряженно-деформированного состояния твердых тел в пластическом состоянии.

### Задачи учебной дисциплины:

- ознакомление магистрантов с основными концепциями и методами теории пластичности и ползучести материалов;
- знакомство магистрантов с различными методами расчета напряженно-деформированного состояния твердых тел в пластическом состоянии;
- знакомство магистрантов с прикладными задачами механики сплошной среды и последними достижениями в области механики деформированного твердого тела.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с углубленным высшим образованием (магистра).

Дисциплина «Mechanics of nonelastic and nonlinear solid body» посвящена изучению математических подходов, основанных на основных положениях механики сплошной среды, к решению задач механики деформируемых твердых тел с учетом их пластического поведения и ползучести материала.

Учебная дисциплина входит **в модуль** «Actual issues of modern mechanics» государственному компоненту учебного плана.

Учебная программа составлена с учетом межпредметных связей и программ по дисциплинам: «Modern numerical methods in mechanics», «Integral transforms and complex variable functions» и «Solid mechanics».

### Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Mechanics of nonelastic and nonlinear solid body» должно обеспечить формирование следующей **универсальной профессиональной компетенции:**

DPC-1. Develop and solve current and significant problems of mechanics of deformed solids.

В результате изучения дисциплины «Mechanics of nonelastic and nonlinear solid body» магистрант должен:

**знать:**

- предмет изучения в механике неупругого и нелинейного поведения твердого тела;
- фундаментальные концепции, определения и теоремы механики сплошной среды;
- основные математические модели в теории упругости, пластичности и вязкоупругости;
- модели изотропного и анизотропного состояний деформируемых тел;
- модели упругого линейного и нелинейного деформирования твердого тела, реологические модели;
- приближенные аналитические и численные методы решения задач теории упругости, пластичности и вязкоупругости.

**уметь:**

- применять приближенные аналитические и численные методы решения задач теории упругости, пластичности и вязкоупругости;
- разработать алгоритмы и вычислительные схемы для решения различных классов прикладных задач механики неупругого и нелинейного деформирования твердого тела;
- сравнивать полученные результаты с экспериментальными данными, делая соответствующие заключения и выводы;

**владеть:**

- навыками работы с современными программными средствами для численного решения математических и прикладных задач механики неупругого и нелинейного деформирования твердого тела.

**Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 1 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Mechanics of nonelastic and nonlinear solid body» отведено:

- в очной форме получения углубленного высшего образования: 198 часов, в том числе 72 аудиторных часа, из них: лекции – 36 часов, лабораторные – 36 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма промежуточной аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Theme 1. Plastic potential and the associated law of plastic flow**

Perfect plasticity. Plasticity condition. The principle of maximum in the stress space. Plastic potential and the associated law of plastic flow. Principles of the maximum in the velocity space of plastic deformations. Dissipative function and associated loading law. Extreme properties of plasticity conditions.

### **Theme 2. Equations of deformation of bodies beyond the elastic limit**

The hypothesis of the strength of the formation. Piecewise linear plasticity conditions. Equations of deformation of bodies beyond the elastic limit. Isotropy relations and the generalized associated law of plastic flow. Properties of equations under the condition of full plasticity.

### **Theme 3. Plane flows of an ideally plastic medium. Axisymmetric problem and the Brinell test**

The plane problem of the theory of ideal plasticity. Stamp indentation. Flat flows of an ideally plastic medium. Axisymmetric problem and the Brinell test. The initial plastic flow during the introduction of a spherical indenter into a rigidly plastic half-space. Compression of the layer by rough slabs.

### **Theme 4. Hardening and softening**

Hardening and softening. Loading surface. Loading function. Loading and unloading. The principle of maximum in the stress space. Associated deformation law. Deformed theories of plasticity. Dissipative function. The principle of maximum in space. Strain rates.

### **Theme 5. Plane deformation in the presence of linear hardening**

Plane deformation in the presence of linear hardening. Models of complex environments. The effect of viscosity on mechanical behavior. Dissipative function in the theory of plasticity.

### **Theme 6. Residual stresses during torsion**

About the equal-strength section of the beam. On residual stresses during torsion. Rolling friction. Rolling of rigid and pneumatic wheels on the ground. Rolling and drawing at high speeds. Impact of a viscoplastic rod on a rigid barrier.

### **Theme 7. Stretching of the strip weakened by recesses**

Stretching of a strip of variable cross-section. Stretching of the strip weakened by recesses. Stretching of a cylindrical rod. Deformation of the hollow cylinder. A stressed state near a spherical cavity. Compression of a round plastic layer in terms of rough layers. Stability of the viscoplastic flow of the strip, rod, round plate.

### **Theme 8. Boltzmann-Volterra theory of heredity**

Fundamentals of the linear theory of viscoelasticity. Models of viscoelastic behavior of materials. Boltzmann-Volterra theory of heredity. A complex tense state. Flat bending of the beam.

### **Theme 9. Steady creep of the beam with a clean bend**

Creep of metals. Defining one-dimensional equations. Steady creep of the beam with a clean bend. Steady-state creep of the rod during torsion. Creep in a complex stressed state. Creep of thick-walled pipe.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная (дневная) форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий  
(ДОТ)

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	иное	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Plastic potential and the associated law of plastic flow	4			4			Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
2	Equations of deformation of bodies beyond the elastic limit	4			4			Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
3	Flat flows of an ideally plastic medium. Axisymmetric problem and the Brinell test	4			4			Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
4	Hardening and softening	4			4			Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
5	Flat deformation in the presence of linear hardening	4			4			Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе

6	On residual stresses during torsion	4			4			Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
7	Stretching of the strip weakened by recesses	4			4			Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
8	Boltzmann-Volterra theory of heredity	4			4			Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
9	Steady creep of the beam with a clean bend	4			4			Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
	<b>Всего</b>	<b>36</b>			<b>36</b>			

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. Журавков М.А. Современные численные методы в механике: курс лекций / М.А. Журавков; БГУ, Механико-математический факультет, кафедра теоретической и прикладной механики. – Минск: БГУ, 2022. – 132 с.
2. Журавков, М. А. Основные подходы, принципы и особенности механико-математического моделирования в геомеханике : курс лекций / М. А. Журавков, С. Н. Лопатин ; БГУ, Механико-математический фак., Каф. теоретической и прикладной механики. - Минск : БГУ, 2024. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/320041>.
3. Молотников, В. Я. Теория упругости и пластичности : учебное пособие / В. Я. Молотников, А. А. Молотникова. – Изд. 2-е, стер. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2023. – 528 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/209966>.

### Перечень дополнительной литературы

4. Paz M., Kim Y.H. Structural dynamics. Theory and computation, 6th edition. – Springer, 2019. – 634 с.
5. Popov E.P. Engineering mechanics of solids. Prentice-Hall, 1990. – 727 p.
6. Bertram A., Glüge R. Solid mechanics. Theory, modelling and problems. Springer, 2015. – 318 p.
7. Srinath L.S. Advanced mechanics of solids. 3rd ed. McGraw-Hill, 2009. – 504 p.
8. Ghaboussi J., Wu X.S. Numerical methods in computational mechanics. – CRC Press, 2017. – 313 p.
9. Ferreira A.J.M. Matlab codes for finite element analysis. Solids and structures. – Springer, 2009. – 235 p.

### Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций магистрантов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений магистрантов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Диагностика результатов учебной деятельности по дисциплине «Mechanics of nonelastic and nonlinear solid body» проводится, как правило, во время аудиторных занятий. Для диагностики используются:

- вопросы для самопроверки;
- устный опрос;
- отчеты по лабораторным работам;

- решение задач.

Оценка за ответы на лекциях (опрос) и лабораторных занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики.

Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины.

Для магистрантов, пропустивших контрольные мероприятия или получивших неудовлетворительную отметку, решение о повторном проведении контрольного мероприятия выносится в соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Mechanics of nonelastic and nonlinear solid body» учебным планом предусмотрен **экзамен**.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний магистранта, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации:

Формирование отметки за текущую аттестацию:

- ответы на устный опрос – 10 %;
- решение задач – 20 %;
- отчет по лабораторной работе – 70 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) - 40% и экзаменационной отметки - 60%.

### **Примерный перечень заданий для лабораторных работ**

#### **Theme 1. Stretching of a strip of variable cross-section. (4 ч)**

форма контроля – отчет по лабораторной работе.

#### **Theme 2. Stretching the strip with recesses (4 ч.)**

форма контроля – отчет по лабораторной работе.

#### **Theme 3. Stretching of the rod (4 ч.)**

форма контроля – отчет по лабораторной работе.

#### **Theme 4. Calculation of stresses in the cylinder (4 ч.)**

форма контроля – отчет по лабораторной работе.

#### **Theme 5. Calculation of stresses near spherical cavities (4 ч.)**

форма контроля – отчет по лабораторной работе.

**Theme 6. Creep of a beam, thick-walled pipe under the influence of internal pressure (4 ч.)**

форма контроля – отчет по лабораторной работе.

**Theme 7. Calculation of stresses in conical bodies (4 ч.)**

форма контроля – отчет по лабораторной работе.

**Theme 8. Stability of the viscoplastic flow of the strip and rod (4 ч.)**

форма контроля – отчет по лабораторной работе.

**Theme 9. Squeezing a round layer in terms of rough slabs (4 ч.)**

форма контроля – отчет по лабораторной работе.

**Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- использование процедур, способов оценивания, фиксирующих формирование профессиональных компетенций.

**Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

**1. Самостоятельная работа в процессе работы с литературой.**

Просмотрите конспект сразу после занятий. Пометьте материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания.

Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя предлагаемую литературу.

Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь на ближайшей лекции за помощью к преподавателю.

Каждую неделю рекомендуется отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

**2. Самостоятельная работа по составлению конспекта.**

1. Соберите литературу по теме. Изучите тот источник, где она изложена наиболее полно и на современном уровне.

2. По этому источнику составьте подробный план с указанием страниц книги, относящихся к определенному пункту плана.

3. Изучите другие источники. Если в них встречается материал по уже имеющемуся пункту плана, запишите в плане и новый источник с указанием страниц. Если же в другом источнике материал раскрывает тему с другой стороны, добавьте еще пункт плана.

4. Проанализировав всю литературу, собранную по теме, вы получите окончательный план, по которому можно писать конспект, объединяя по пунктам материал из разных источников.

5. Отредактируйте составленный вами конспект, внимательно прочтите его и подумайте: - удовлетворяет ли вас его общий план; - хорошо ли воспринимается смысловая, логическая связь между отдельными элементами содержания; - удачно ли использованы цитаты, правильно ли установлена связь между оборотами речи и фразами; - верно ли поставлены знаки препинания в цитатах.

### **3. Подготовка к лабораторным занятиям**

Назначение лабораторных занятий - углубление и проработка теоретического материала предмета путем регулярной и планомерной самостоятельной работы студентов на протяжении всего курса. Непосредственное проведение лабораторного занятия предполагает: решение задач и упражнений по образцу; проведение анализа результатов; систематизацию материала и подготовка отчета о проведенной работе.

#### *Инструкция:*

Изучите нормативные документы, обязательную и дополнительную литературу по рассматриваемому вопросу.

прочтите конспект лекции по теме.

Внимательно изучите порядок выполнения индивидуальной практической работы или алгоритм, представленный преподавателем.

### **4. Подготовка к экзамену**

Внимательно прочитайте материал по конспекту, составленному на учебном занятии.

Прочитайте тот же материал по учебнику, учебному пособию.

Постарайтесь разобраться с непонятными, в частности новыми терминами. Часто незнание терминологии мешает студентам воспринимать материал на занятиях на должном уровне.

Ответьте на контрольные вопросы для самопроверки, имеющиеся в учебнике.

Кратко перескажите содержание изученного материала «своими словами». Заучите «рабочие определения» основных понятий, законов.

Освоив теоретический материал, приступайте к выполнению заданий, упражнений; решению задач, расчетов по индивидуальным заданиям и т.д.

### **Примерный перечень вопросов к экзамену**

1. Perfect plasticity. Plasticity condition.

2. The principle of maximum in the stress space. Plastic potential and the associated law of plastic flow.
3. Principles of the maximum in the velocity space of plastic deformations.
4. Dissipative function and associated loading law. Extreme properties of plasticity conditions.
5. Fundamentals of the linear theory of viscoelasticity. Models of viscoelastic behavior of materials.
6. Steady creep of the beam with a clean bend.
7. Steady-state creep of the rod during torsion.
8. Creep in a complex stressed state. Creep of thick-walled pipe.
9. Stability of the viscoplastic flow of the strip, rod, round plate.
10. The plane problem of the theory of ideal plasticity.
11. The initial plastic flow during the introduction of a spherical indenter into a rigidly plastic half-space.
12. Flat flows of an ideally plastic medium.
13. Stretching of a strip of variable cross-section.
14. Stretching of the strip weakened by the darts.
15. Stretching of a cylindrical rod.
16. Deformation of the hollow cylinder.
17. A tense state near a spherical cavity.
18. Compression of a round plastic layer in terms of rough layers.
19. Stability of the viscoplastic flow of the strip, rod, round plate.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
дисциплина не требует согласования			

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ  
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

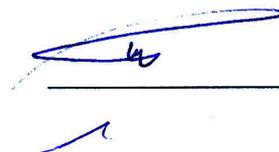
на \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
\_\_\_\_\_ (протокол № 9 от 29.06 2023 г.)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_



УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ  
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

**Mechanics of nonelastic and nonlinear solid body**

**для специальности**

**7-06-0533-06 Механика и математическое моделирование**

от 30.06.2023, регистрационный № УД-2419/м.

на \_2025/2026 учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание
1.	Учебная программа по учебной дисциплине «Mechanics of nonelastic and nonlinear solid body» соответствует учебному плану БГУ №М54а-5:4-02/уч. от 02.05.2025 г. Срок действия учебной программы определяется сроком действия соответствующего образовательного стандарта и учебного плана БГУ	Решение Научно-методического совета БГУ (26 июня 2025, протокол № 11)
2.	Добавить следующую литературу: 1. K. Havner. The Mechanics of Finite Deformation with Applications in Metal Plasticity. Cambridge Scholars Publishing, 2023. - 261 p. URL: <a href="https://www.google.by/books/edition/The_Mechanics_of_Finite_Deformation_with/6egYEQAAQBAJ?hl=ru&amp;gbpv=0">https://www.google.by/books/edition/The_Mechanics_of_Finite_Deformation_with/6egYEQAAQBAJ?hl=ru&amp;gbpv=0</a> 2. Zhuravkov M., Lyu Y., Starovoitov E. Mechanics of Solid Deformable Body. Springer. 2023. 317p. ISBN 978-981-19-84009-9. <a href="https://doi.org/10.1007/978-981-19-8410-5">https://doi.org/10.1007/978-981-19-8410-5</a>	Актуализация основной англоязычной литературы по изучаемой дисциплине

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры теоретической и прикладной механики протокол № 13 от 30.06.2025 г.

Заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики  
д-р физ.-мат. наук,  
профессор

М.А. Журавков

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета  
д-р физ.-мат. наук,  
профессор

С.М. Босяков