# БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ/ BELARUSIAN STATE UNIVERSITY

УТВЕРЖДАЮ / APPROVED

Ректор Белорусского государственного университета/
Rector of Belantsian State University

Король /Andrei D.Karol

3-12.2024

Региотрационный № / Registration №2307/m.

# ТЕОРИЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ / DECISION THEORY

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для специальности:

The program of the educational institution of the discipline for the speciality:

Специальность / Speciality:

7-06-0533-04 Математика и компьютерные науки/ 7-06-0533-04 Mathematics and Computer Sciences

Профилизация / Profilization:

Веб-программирование и интернет-технологии/ Web Development and Internet Technologies Учебная программа составлена на основе ОСВО 7-06-0533-04-2023 учебного плана № M52a-5.4-113/yч. от 11.04.2023.

#### СОСТАВИТЕЛИ:

**Иванишко Ия Александровна**, доцент кафедры интеллектуальных методов моделирования механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент:

**Бахтин Виктор Иванович**, профессор кафедры интеллектуальных методов моделирования механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

## РЕЦЕНЗЕНТЫ:

**Лыков Константин Владимирович**, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела нелинейного и стохастического анализа Института математики Национальной Академии наук Республики Беларусь **Кротов Вениамин Григорьевич**, профессор кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

## РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой интеллектуальных методов моделирования БГУ (протокол № 7 от 25.11.2024); Научно-методическим советом БГУ (протокол № 5 от 19.12.2024)

Заведующий кафедрой

Гладков А.Л.

#### ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

## Цели и задачи учебной дисциплины

**Цель** учебной дисциплины «Теория принятия решений» является подготовка специалистов, способных использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении прикладных исследований.

#### Задачи учебной дисциплины:

Ознакомление студентов магистратуры с методами решения проблем оптимизации в различных сферах трудовой деятельности, с основными способами математической формализации конфликтных ситуаций в экономической и социальной сферах и принципами их разрешения, обучение различным эффективным способам разрешения конфликтных ситуаций с учетом интересов конфликтующих сторон, повышение общего уровня математической культуры и совершенствование навыков использования математических методов для решения прикладных проблем.

**Место учебной дисциплины.** В системе подготовки специалиста с углубленным высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Статистический анализ и исследование операций» государственного компонента.

**Связи** с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Изучение дисциплины базируется на знаниях дисциплин «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел», «Дискретная математика», «Функциональный анализ», «Теория вероятностей».

Учебная дисциплина связана со следующими учебными дисциплинами: «Математическая и прикладная статистика».

#### Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория принятия решений» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

углубленные компетенции (УК):

УК Быть способным к прогнозированию условий реализации профессиональной деятельности и решению профессиональных задач в условиях неопределенности

углубленные профессиональные компетенции (УПК):

УПК Применять способы математической формализации конфликтных ситуаций в экономической и социальной сферах и принципами их разрешения.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

#### знать:

- определения неориентированных графов, деревьев, ориентированных графов;
  - определение сетевой модели;
- определение игры в развернутой и нормальной формах, их взаимосвязи;

- игры с совершенной памятью, совершенной и несовершенной информацией;
  - доминирующие и недоминируемые стратегии;
  - осторожные стратегии;
  - оптимальные по Парето исходы;
  - матричные и биматричные игры;
  - смешанные и поведенческие стратегии;
  - седловые точки и равновесия Нэша;
  - игры с неполной информацией;

#### уметь:

- применять методы теории принятия решений для решения практических задач;
  - составлять сетевые модели;
  - формализовать игру в нормальной и (или) развернутой форме;
- находить равновесия методом последовательного исключения доминируемых стратегий;
- находить равновесия в смешанных расширениях матричных и биматричных игр графоаналитическим методом;

#### иметь навык:

— основными понятиями рационального поведения игроков в условиях общего знания структуры игры.

## Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 2 семестре. В соответствии с учебным планом всего на изучение учебной дисциплины «*Теория принятия решений*» отведено для очной формы получения высшего образования — 216 часов, в том числе 72 аудиторных часа, из них: лекции — 36 часов, лабораторные занятия — 36 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц. Форма промежуточной аттестации – экзамен.

#### EXPLANATORY NOTE

## Aim and tasks of the discipline

Aim of the discipline – to provide master's students with fundamental knowledge of basic and essential mathematical concepts and methods, which are necessary for solving the problems of research, analysis and for conducting applied research.

Tasks of the discipline:

- 1. to familiarize master's students with methods for solving optimization problems in various areas of work, with the main methods of mathematical formalization of conflict situations in the economic and social spheres and the principles of their resolution;
- 2. to teach various effective methods of resolving conflict situations considering the interests of the conflicting parties, to increase the general level of mathematical culture and to improve the skills of using mathematical methods to solve applied problems.

Place of academic discipline in the system of training a specialist with higher education.

The academic discipline is part of the module «Statistical Analysis and Operations Research» of a state component.

The study of the discipline is based on knowledge of the disciplines Mathematical Analysis, Algebra and Number Theory, Discrete Math, Functional Analysis, Probability theory.

The academic discipline is related to the following academic disciplines: Mathematical and Applied Statistics.

# Requirements for competences

Mastering of the academic discipline Decision Theory should provide the formation of the following advanced and advanced professional competences:

**Advanced Competencies.** To be able to predict the conditions for the implementation of professional activities and solve professional problems in conditions of uncertainty.

Advanced Professional Competencies. To possess the basic methods of mathematical formalization of conflict situations in the economic and social spheres and the principles of their resolution.

As a result of mastering the academic discipline, the student is expected to:

#### know:

- definitions of undirected graphs, trees, directed graphs;
- definition of a network model;
- definition of a game in extensive and normal forms, their interrelations;
- games with perfect memory, perfect and imperfect information;
- dominant and non-dominated strategies;
- cautious strategies;
- Pareto optimal outcomes;
- matrix and bimatrix games;

- mixed and behavioral strategies;
- saddle points and Nash equilibria;
- games with incomplete information;

#### be able:

- apply methods of decision theory to solve practical problems;
- create network models;
- formalize a game in normal and (or) expanded form;
- find equilibria by the method of successive elimination of dominated strategies;
- find equilibria in mixed extensions of matrix and bimatrix games by the graph-analytical method;

#### have skills in:

 the basic concepts of rational behavior of players in conditions of general knowledge of the structure of the game.

## Structure of the academic discipline

The discipline is studied in the 2 semester. In total for the study of the discipline Decision Theory is allocated for full-time higher education -216 hours, including 72 in-class hours of them: lectures -36 hours, laboratory classes -36 hours.

The labour intensity of the discipline is 6 credit units.

Form of certification – is an exam.

#### CONTENT OF THE STUDY MATERIAL

## Topic 1. Graphs for decision making

Oriented and not oriented graphs, vertexes, edges, paths, examples.

## **Topic 2. Trees**

Trees, number of different trees on n vertices, minimum spanning trees, Kruscal and Prim algorithms.

## **Topic 3. Single person decisions**

Single person decision tree. The shortest paths problems. Single-sourse shortest paths, Dijkstra's algorithm. All-Pairs shortest paths, the Floyd-Warshall algorithm. Traveling Salesman Problem, branch and bound methods.

## **Topic 4. Network planning**

Network representation, real and dummy activities, network model, critical path, construction of the time schedule.

## **Topic 5. Ways to formalize conflict situations**

Mathematical interpretation of conflict situations. Types of games. Games in normal and explicit form, their relations. Strategies, payoff functions. Game trees. Information sets. Games with perfect information. Matrix and bi-matrix games. Examples.

# **Topic 6. Strategic dominance**

Dominant, strictly and weakly dominating and non-dominated strategies. Elimination of dominated strategies. Cautious strategies. Relations between different types of strategies. Pareto optimality.

# Topic 7. Pure and mixed strategies. Mixed extension of a game

Pure and mixed strategies. Mixed extension of a game. Mixed behavioral strategies.

# **Topic 8. Nash equilibrium**

Nash equilibrium. Mixed-Strategy Nash Equilibrium. Relations between equilibriums in pure and mixed strategies. Computing Nash equilibrium.

# Topic 9. Zero-sum games

Zero-sum game for two players. Payoff matrix. Upper and lower price of a game, Minimax theorem, saddle points.

# **Topic 10. Coalitional games**

Coalitional games. The core. The Shapley value

# TEACHING AND METHODOLOGICAL MAP OF THE DISCIPLINE

Full-time form of higher education with the use of distance learning technologies (DLT)

. <u>2</u>	Number of hours			'S		, a		
Title of section, topic	Title of section, topic	Lectures	Practical classes	Seminar classes	Laboratory classes	Other	Independent work	Form of control
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Graphs for decision making	1						
2	Trees	2			2			Reports on practical classroom exercises with their oral defense
3	Single person decisions	6			6			Reports on practical classroom exercises with their oral defense
4	Network planning	4			4			Reports on practical classroom exercises with their oral defense
5	Ways to formalize conflict situations	4			2			Interview
6	Strategic dominance	5			6			Test
7	Pure and mixed strategies.  Mixed extension of a game	4			4			Reports on practical classroom exercises with their oral defense
8	Nash equilibrium	4			2			Reports on practical classroom exercises with their oral

					defense	,
9	Zero-sum games	4		6	Test	
10	Coalitional games	2		4	Reports practica classroo exercise their or defense	om es with al
	Total	36		36		

#### INFORMATION AND METHODOLOGICAL PART

#### List of basic literature

- 1. Cormen T.H., Leiserson C.E., Rivest R.L., Stein C. Introduction to Algorithms 3rd Edition. MIT Press, 2009. 1312 p.
- 2. Charalambos D. Aliprantis, Subir K. Chakrabarti Games and Decision Making. Oxford University Press; 2nd edition, 2010. 480 p.
- 3. Myerson R. Game theory: analysis of conflict. Harvard University, 1997. 600 p.
  - 4. Owen G. Game Theory 3rd ed. Academic Press, 1995. 447 p.

#### List of additional literature

- 1. Taha H. A. Operations Research: An Introduction 10th Edition. Global Edition Pearson Education Ltd., 2017. 848 p.
- 2. Peterson M. An Introduction to Decision Theory Cambridge: Cambridge University Press, 2009. 328p.
- 3. Bahtin V.I., Kovalenok A.P., Lebedev A.V., Lysenko Y.V. Operations research. Minsk, BSU, 2003 (in Russian) 200 p.

## List of recommended diagnostic tools and methodology for final mark formation

Monitoring the master's student's work takes the form of an interview, a test in the classroom and practical exercises in the classroom, as well as independent work outside the classroom with the submission of a report with its oral defense. Assignments for tests are compiled according to the content of the educational material.

The exam for the discipline Decision Theory is held in oral or written form.

A rating system of the student knowledge is used for the final mark formation, which makes it possible to trace and evaluate the dynamics within the process of achieving learning objectives. The rating system stipulates the use of weighting coefficients for current and interim certification of students in the academic discipline.

The final mark formation in the course of control measures for current certification (approximate weighting coefficients determining the contribution of current certification to the mark for passing interim certification) includes:

- interview -25%;
- test -50%;
- written reports on laboratory work -25%;

The final mark for the discipline is calculated on the basis of the mark of current certification (rating system of knowledge) — 30 % and exam mark — 70 %.

## **Approximate list of laboratory classes**

## **Task 1.** Find a solution for the game

**Task 2.** Find the set of non-dominated strategies of a player A, if the set of his strategies X = [-4,0], if the set of strategies of a player B is  $Y = \{0,1\}$ , and the payoff function of player A is

$$u_A(x, y) = 10y \cos x + 5(1 - y) \sin x.$$

Task 3. Find Nash equilibria in pure and mixed strategies in a bimatrix game

$$\begin{bmatrix} (2;2) & (5;1) \\ (9;3) & (4;4) \end{bmatrix}.$$

Task 4. A bimatrix game is being given. Find:

a) Nash equilibria in pure strategies; b) Pareto equilibria; c) cautious strategies of each player; d) non-dominated strategies of each player. Calculate the minimum guaranteed payoffs of each player.

$$\begin{bmatrix}
(5;7) & (5;4) & (6;5) \\
(5;3) & (2;4) & (4;3) \\
(3;3) & (8;5) & (3;2)
\end{bmatrix}$$

**Task 5.** Find equilibria in pure and mixed strategies, as well as corresponding payoffs in a bimatrix game

$$\begin{bmatrix} (6;5) & (1;2) & (2;7) \\ (3;-4) & (6;1) & (-3;-4) \end{bmatrix}.$$

# Description of innovative approaches and methods for teaching discipline

The following approaches and methods can be used in organizing the educational process: heuristic approach, practice-oriented approach, project-based learning method, method of educational discussion, methods and techniques for developing critical thinking, group learning method. which involve:

- students making significant discoveries;
- demonstrating the diversity of solutions to most professional problems;
- creative self-realization of students in the process of creating educational products;
- individualization of learning through the ability to independently set goals, reflect on their own educational activities;
  - mastering the content of education through solving practical problems;

- acquiring skills for effectively performing various types of professional activities;
  - focusing on generating ideas, implementing group student projects;
- using procedures and assessment methods that record the formation of professional competencies;
  - student acquisition of knowledge and skills to solve practical problems;
- analysis of the situation, using professional knowledge, personal experience, additional literature and other sources;
- a method of organizing students' educational activities that develops the skills of planning, self-organization, and cooperation that are relevant for educational and professional activities and involves creating one's own product;
- acquiring skills for solving research, creative, social, entrepreneurial and communication problems.

All results and achievements are grouped based on the main types of students' activities: educational, research and other. The methods provide a new level of understanding of the topic being studied, the application of knowledge (theories, concepts) in solving problems, and determining ways to solve them. They also represent a system that forms skills in working with information in the process of reading and writing; understanding information as a starting point, not an end point of critical thinking and are an organization of students' educational and cognitive activities that involve the functioning of different types of small groups working on both general and specific educational tasks.

## Methodological recommendations for the organization of independent work

When studying academic discipline, it is recommended to use the following forms of independent work:

- search (selection) and review of literature and electronic sources on the topic being studied;
  - homework;
  - work that involves solving problems and doing exercises;
  - studying the material submitted for independent study;
  - preparation for practical seminars;
  - research work;
- analysis of statistical and factual materials on a given topic, calculations, drawing up diagrams and models based on statistical materials;
- preparation and writing of abstracts, reports, essays and presentations on given topics;
  - preparation for participation in conferences and competitions.

# Approximate list of questions for the exam

- 1. Графы. Маршруты, цепи, циклы, связные компоненты. / Graphs. Routes, chains, cycles, connected components.
- 2. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера. Построение эйлерова цикла. / Euler graphs. Euler's theorem, Euler cycle.

- 3. Деревья и их свойства. / Trees and their properties.
- 4. Остовные деревья. Алгоритмы Прима, Краскала. / Spanning trees. Prim's and Kruskal's algorithms.
- 5. Число деревьев на п вершинах. Теорема Кэли. Коды Прюфера. / The number of trees on n vertices. Cayley's theorem. Prufer codes.
- 6. Дерево принятия решений. Метод обратной индукции. / Decision trees. Backward induction method.
- 7. Ориентированные графы, маршруты, цепи, пути, циклы, контуры. / Oriented graphs, routes, chains, paths, cycles, contours.
- 8. Кратчайшие пути из заданной вершины. Алгоритм Дийкстры. / Single-sourse shortest paths, Dijkstra's algorithm.
- 9. Кратчайшие пути между любой парой вершин. Алгоритм Флойда. / All-Pairs shortest paths, the Floyd-Warshall algorithm.
- 10. Нахождение контуров отрицательной длины. / Finding contours of negative length.
  - 11. Метод ветвей и границ. / Branch and bound methods.
- 12. Задача коммивояжера. Алгоритм Литтла. / The traveling salesman problem. Little's algorithm.
- 13. Сетевое планирование. Работы, события, алгоритм построения сетевой модели, ранжирование событий. / Network planning. Works, events, algorithm for building a network model, events ranking.
- 14. Минимальный и максимальный сроки наступления событий, их свойства. Критический путь. Свободный и полный резерв времени. / Minimum and maximum timing of events, their properties. Critical Path. Free and full time reserve.
- 15. Оптимизация ресурсов в задаче сетевого планирования. / Optimization of resources in the problem of network planning.
- 16. Дерево игры, корень, путь игры, альтернативы, конечные вершины. / Game tree, root, game path, alternatives, end nodes.
  - 17. Игры в развернутой форме. / Explicit form of games.
- 18. Игры в нормальной форме. Биматричные игры. / Games in normal form. Bimatrix games.
- 19. Чистые, смешанные, поведенческие стратегии. / Pure, mixed, behavior-al strategies.
- 20. Доминирующие, недоминируемые, эквивалентные стратегии. / Dom-inant, non-dominated, equivalent strategies.
- 21. Последовательное исключение доминируемых стратегий. / Elimination of dominated strategies.
- 22. Осторожные стратегии. Минимакс и максимин. / Cautious strategies. Minimax and maximin.
- 23. Оптимумы по Парето. Теорема об их существовании. / Pareto optimals. Existence theorem.
- 24. Правила принятия решений и равновесия Нэша. / Decision rules and Nash equilibrium.

- 25. Теорема Нэша о существовании равновесий. / Nash's theorem on the existence of equilibria.
- 26. Поиск равновесий Нэша в матричных играх. / Nash equilibrium in ma-trix games.
- 27. Графоаналитический метод поиска равновесий Нэша./ Graphanalytical method for searching Nash equilibrium.
  - 28. Антагонистические и матричные игры. / Matrix games.
- 29. Нижняя и верхняя цена матричной игры. / Lower and upper price of a matrix game.
- 30. Седловые точки, их связь с ценой игры и осторожными стратегиями. / Saddle points, their connection with the price of the game and cautious strategies.
- 31. Теорема фон Неймана о седловой точке. /Von Neumann's saddle point theorem.
- 32. Поиск седловой точки методом линейного программирования. / Finding a saddle point using linear programming.

# ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название	Название	Предложения	Решение, принятое
учебной	кафедры	об изменениях в содержании	кафедрой,
дисциплины,		учебной программы	разработавшей
с которой		учреждения высшего	учебную программу
требуется		образования по учебной	(с указанием даты и
согласование		дисциплине	номера протокола)
Учебная			
дисциплина не			
требует			
согласования			

Заведующий кафедрой Доктор физ.-мат. наук, профессор

25.11.2024 г.

А.Л. Гладков

# ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на		/	учебный	год
----	--	---	---------	-----

<b>№</b> п/п	Дополнения и изменения	Основание				
Учебн	ая программа пересмотрена и одобрена на протокол № (протокол №	заседании кафедры от 202_ г.)				
Заведующий кафедрой						
	УТВЕРЖДАЮ Помом фомуну того					
Декан факультета						