

# СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИНАНСОВЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ (НА ПРИМЕРЕ ИНДЕКСА DOW JONES)

У. А. Кришень

*Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4,  
220030, г. Минск, Беларусь, ukrishen@mail.ru*  
Научный руководитель – С. В. Рогозин, кандидат физико-математических наук,  
доцент

В статье проводится исследование процессов моделирования финансовых временных рядов на примере индекса Dow Jones с помощью моделей класса ARFIMA, GARCH. Производится сравнительный анализ полученных выводов по моделям с длинной памятью (ARFIMA) и условной гетероскедастичностью (GARCH).

**Ключевые слова:** финансовые временные ряды; Dow Jones; эконометрическое моделирование; ARFIMA; GARCH.

Бурное развитие финансовых рынков в XXI веке является одним из ключевых факторов, определяющих современную экономическую ситуацию. Финансовые рынки отличаются своей сложной и глобальной структурой с использованием новых форм финансовых активов. Вопрос моделирования изменения финансовых активов, являющихся нестационарными временными рядами, является актуальным вопросом для инвесторов, чьей целью является получение максимальной выгоды от вложенных в актив(-ы) денежных средств.

Дальновидные инвесторы перед приобретением некоего финансового актива или совокупности финансовых активов (к примеру акции/облигаций) проводят всесторонний анализ текущей ситуации на финансовом рынке и стараются предусмотреть всевозможные риски от проведенных операций.

Это достигается посредством анализа фондовых индексов. Они представляют собой показатели изменения цен (котировок) на определенные группы финансовых активов. Также международные индексы являются индикаторами состояния рынка и инструментами для мониторинга текущей ситуации на финансовой арене. Фондовый индекс представляет собой длинный временной ряд, что позволяет использовать различные методы эконометрического анализа для дальнейшего прогнозирования ситуаций на рынке.

В связи с тем, что количество индексов превалирует за три тысячи, в работе анализируется один из наиболее популярных индексов – индекс Dow Jones (далее – DJI), являющимся старейшим фондовым индексом,

представленным на рынке еще в 1884 году. На 2024 год индекс учитывает котировки акций тридцати международных компаний, которые влияют на финансовую и экономическую ситуацию в стране нахождения и далеко за её пределами. Эконометрический анализ данного индекса и моделирование дальнейших изменений интересны для тех, кому важно составить сбалансированный портфель активов. Инвесторы, вместо того, чтобы покупать акции каждой компании, включенной в перечень исследуемого индекса, могут получить доступ к уже сформированному портфелю.

Моделирование временных рядов, таких как DJI, можно проводить без составления факторных моделей. Для этого используются новые классы моделей: ARFIMA и ARCH/GARCH модели. Первый класс учитывает долгосрочную зависимость (длинную память) ряда. Второй класс позволяет учесть условную гетероскедастичность, свойственную временным рядам с большим количеством данных.

Т.к. данные методы моделирования обладают своими достоинствами и недостатками, следует провести сравнительный и определить, какой класс моделей более корректно и точно спрогнозирует краткосрочное изменение индекса DJI.

Итоговая модель класса ARFIMA с длинной памятью ряд адля индекса DJI (временной промежуток: с января 1992 года по апрель 2024) имеет следующий вид:

$$CLOSE = 4402,02 - 0,00017 \cdot E^2 + 0,48548 \cdot D + 0,99988 \cdot AR(2) - 0,71235 \cdot MA(2),$$

где Close – котировки индекса DJI;  $E^2$  – квадрат остатков модели;  $D$  – дробный показатель модели ARFIMA, учитывающий длинную память ряда; AR – показатель авторегрессии ряда; MA – показатель скользящего среднего ряда.

Видно, что построение модели с применением параметра  $D$ , как модели ARFIMA, целесообразно, о чем свидетельствует значимости показателя  $D$ . Также положительный знак при коэффициенте указывает на наличие долгосрочной зависимости данных во временных рядах.

Перспективный прогноз по модели класса ARFIMA на 3 будущих периода (май, июнь и июль 2024 года) показал ошибку прогноза по MAPE в 7 %, что меньше 10 % (рис. 1).

При построении модели класса GARCH, для приведения показателя Close к стационарному виду, необходимо взять разности между последовательными значениями показателя. Таким образом, полученные разности будут являться новыми значениями, которые можно использовать для построения модели.

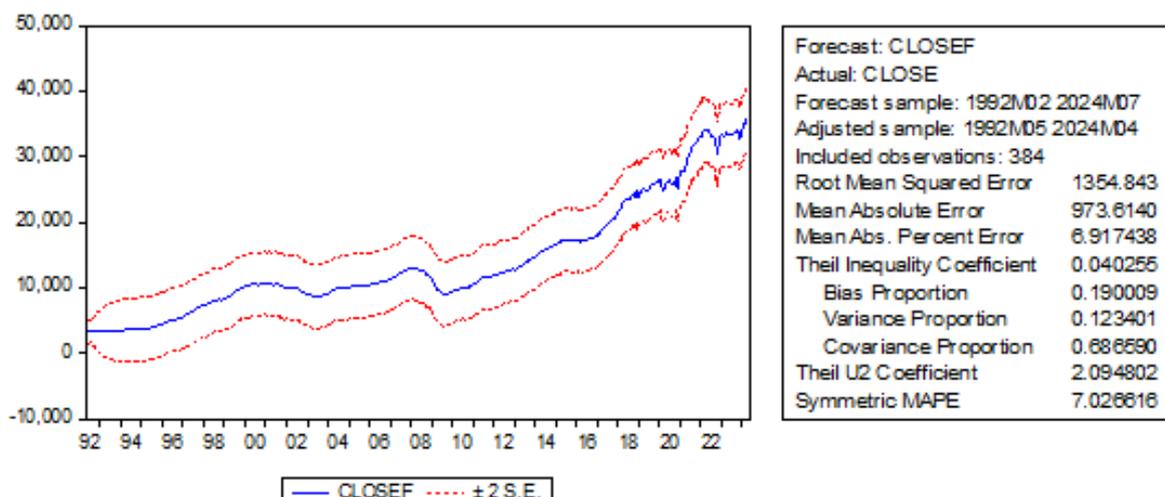


Рис. 1. Прогноз по модели ARFIMA для индекса DJI

Посредством модификаций ряда была получена следующая модель:

$$D(\text{CLOSE}) = 99,838 + 0,9037 \cdot \text{AR}(4) - 0,8807 \cdot \text{MA}(4),$$

$$\text{GARCH} = 492,8537 + 0,1481 \cdot \text{RESID}(-1)^2 + 0,8813 \cdot \text{GARCH}(-1),$$

где  $D(\text{Close})$  – первая разность временного ряда DJI; AR – показатель авторегрессии ряда; MA – показатель скользящего среднего ряда;  $\text{RESID}(-1)^2$  – ARCH-эффекты, характерные для моделей класса GARCH;  $\text{GARCH}(-1)$  – GARCH-эффект, корректирующий условную гетероскедастичность ряда.

Введение как ARCH, так и GARCH эффектов положительно сказалось на качестве модели: была исправлена автокорреляция и гетероскедастичность. По сравнению с моделью ARFIMA, изменился порядок AR и MA: более давние порядки данных показателей стали сильнее влиять при учете условной гетероскедастичности в ряду. Влияние на показатель Close не изменилось ( $\text{AR}(p)$  положительно сказывается, а  $\text{MA}(q)$  отрицательно).

Прогноз по модели GARCH представлен следующим образом (рис. 2).

Прогноз по данной модели составил 3,11 % также является удовлетворительным результатом. Если сравнивать прогнозы, то более точным является модель, учитывающая условную гетероскедастичность ряда, что является довольно естественным выводом для столь длинного временного ряда как Dow Jones. Однако модель с учетом длины памяти для данного ряда тоже предоставила удовлетворительные результаты.

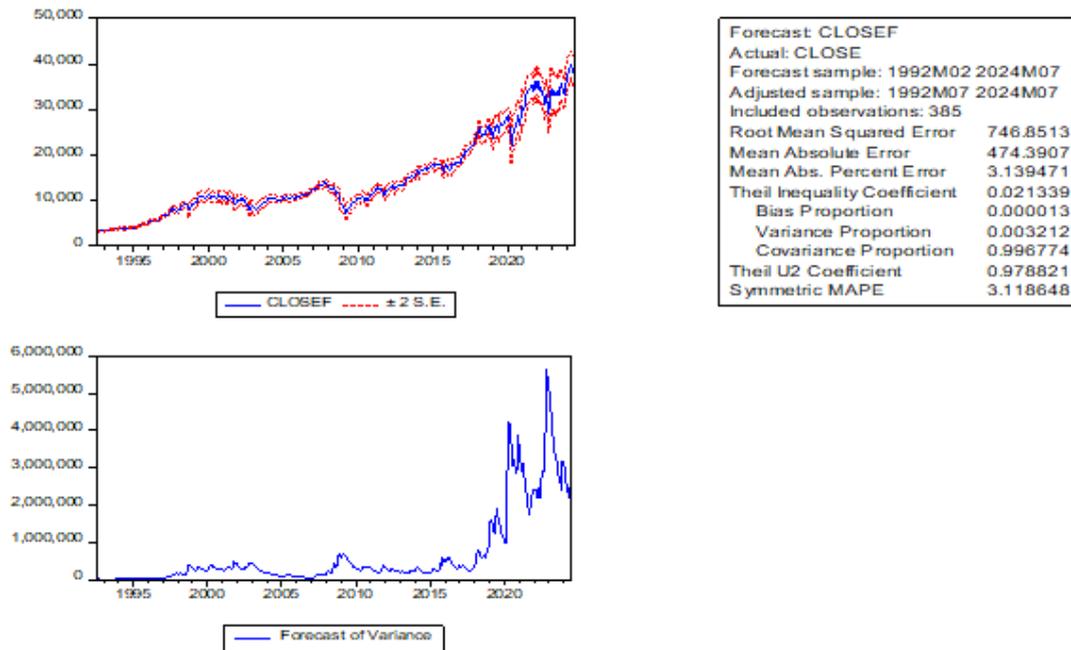


Рис. 2. Прогноз по модели GARCH для индекса DJI

Таким образом, вопрос выбора модели для прогнозирования длинных временных рядов без учета иных, сторонних факторов, остается на выбор аналитика.

### Библиографические ссылки

1. Маманович П. А. Фондовые индексы: методика расчета и международная практика применения [Электронный ресурс] // Банкаўскі веснік. 2009. URL: <https://www.nbrb.by/bv/pdf/articles/1676.pdf?ysclid=lp40abtibe541852960> (дата обращения: 20.04.2024).
2. Численное исследование персистентных временных рядов на основе модели ARFIMA [Электронный ресурс]. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/chislennoe-issledovanie-persistentnyh-vremennyh-ryadov-na-osnove-modeli-arfima?ysclid=lupmoutnd349177453> (дата обращения: 14.04.2024).
3. DJIA Advanced Charting [Electronic resource]. URL: <https://www.nasdaq.com/market-activity/etf/djia/advanced-charting?timeframe=Max> (date of access: 01.05.2024).
4. The Story of GARCH: A Personal Odyssey by Tim Bollerslev [Electronic resource]. URL: [https://public.econ.duke.edu/~boller/Papers/GARCH\\_Musings.pdf](https://public.econ.duke.edu/~boller/Papers/GARCH_Musings.pdf). (date of access: 14.04.2024)