## БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**УТВЕРЖДАЮ** 

Ректор Белорусского государственного университета

А.Д.Король

5 NOOM 2024

ет странионный МУД- 13650/уч.

## ТЕОРИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 02 Механика и математическое моделирование

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 7 1-31 03 02-2021 и учебного плана №G 31-1-209/уч., №G 31-1-029/уч.-СИБД от 30.06.2021.

#### составители:

**Конон Павел Николаевич** — доцент кафедры теоретической и прикладной механики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

### РЕЦЕНЗЕНТЫ:

**Василевич Юрий Владимирович** – профессор кафедры теоретической механики и механики материалов машиностроительного факультета Белорусского национального технического университета, доктор физико-математических наук, профессор;

**Видякин** Василий Владимирович – директор Научно-производственного общества с ограниченной ответственностью «ГЕОСПЛАЙН», кандидат физико-математических наук, доцент.

## РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теоретической и прикладной механики механико-математического факультета БГУ (протокол № 13 от 25.06.2024)

Научно-методическим советом БГУ (протокол № 9 от 28.06.2024)

Заведующий кафедрой

М.А. Журавков

#### ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи учебной дисциплины

**Целью учебной дисциплины** является получение студентами качественных знаний и практических навыков решения задач в области исследования устойчивости гидродинамических течений, возникающих при изучении нестационарной динамики жидкости и газа, с возможностью их практического использования.

### Задачи учебной дисциплины:

- формирование у студентов базовых знаний в области устойчивости течений жидкостей и газов;
- приобретение теоретических знаний для описания и моделирования устойчивости течений;
- обучение методам аналитического и численного исследования сформулированных задач.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю *дисциплинам специализации* компонента учреждения высшего образования.

Учебная программа составлена с учетом межпредметных связей и программ по дисциплинам: «Теория функции комплексного переменного», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Теоретическая механика», «Введение в механику сплошных сред», «Численные методы механики сплошных сред», «Механика жидкости и газа».

### Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория гидродинамической устойчивости» должно обеспечить формирование *специализированной компетенции*:

СК. Применять методы и законы механики к исследованию робототехнических систем и решению прикладных задач механики.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

#### знать:

- фундаментальные понятия теории, примеры неустойчивых течений в природных явлениях и в технических приложениях,
  - общую постановку задачи теории гидродинамической устойчивости,
- методы решения линейных задач гидродинамической устойчивости течений,
  - методы решения нелинейных задач устойчивости течений,
- методы решения задач теории устойчивости с неизвестной областью течения;

#### уметь:

- формулировать физическую постановку задач устойчивости течений;
  - математически сформулировать краевые задачи,
  - решать и анализировать классические линейные задачи

### устойчивости,

– применять полученные знания для исследования и анализа нелинейных задач устойчивости гидродинамических течений;

#### владеть:

- способами математического моделирования задач движения и устойчивости течений,
  - аналитическими методами исследования устойчивости,
- численными и численно-аналитическими методами решения линейных и нелинейных задач устойчивости течений,
- возможностью теоретического анализа практических задач устойчивости движений жидкостей и газов.

### Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 7 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория гидродинамической устойчивости» отведено для очной формы получения высшего образования — 90 часов, в том числе 50 аудиторных часа, из них: лекции —8 часов, лабораторные занятия —38 часов, управляемая самостоятельная работа (УСР) — 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы. Форма промежуточной аттестации – экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел 1 Постановка задачи теории гидродинамической устойчивости

#### Тема 1.1 Модели течений идеальной и вязкой жидкостей

Уравнения Эйлера и Навье-Стокса. Граничные условия. Точные стационарные решения задач основных задач гидродинамики. Понятия ламинарного и турбулентного течений. Опыт Рейнольдса.

## Тема 1.2 Линейная задача теории гидродинамической устойчивости

Основное течение. Метод малых колебаний. Уравнение Зоммерфельда. Задача на собственные значения. Теорема Сквайра.

## Тема 1.3 Методы решения линейной задачи устойчивости

Прямой метод. Метод конечных разностей. Асимптотический метод.

## Раздел 2 Невязкая неустойчивость

### Тема 2.1 Неустойчивость открытых течений

Признак невязкой неустойчивости. Уравнение и теоремы Релея.

#### Тема 2.1. Метод Релея

Устойчивость затопленных струй, слоев смешения, следов за обтекаемыми телами.

## Раздел 3 Устойчивость течений со свободной поверхностью и поверхностью раздела

## Тема 3.1 Течения с поверхностью раздела двух сред

Граничные условия на поверхности раздела. Случай двух идеальных жидкостей. Случай свободной поверхности. Ветровые волны. Неустойчивости Кельвина-Гельмгольца и Релея-Тейлора.

## Тема 3.2 Течение с градиентом средней скорости

Исследования установившегося течения и его устойчивости под действием касательной силы.

## Тема 3.3 Волны в слое жидкости на наклонной поверхности

Стационарное решение. Движение и нелинейное развитие поверхностных волн под действием силы тяжести в слое на наклонной поверхности. Метод и уравнения Капицы-Шкадова.

## Раздел 4. Движение и распад капиллярных струй

## Тема 4.1 Постановка задачи о движении капиллярной струи

Приближение типа пограничного слоя. Метод коллокаций. Стационарное решение.

## Tema 4.2 Исследование устойчивости течения струи идеальной жидкости в линейном приближении

Исследование устойчивости в случае потенциального течения в струе. Устойчивость свободной струи. Решение Релея. Устойчивость струйного течения с учетом внешнего воздействия. Исследование устойчивости течения в струе при постоянстве давления в сечении. Связь пространственно-и временно растущих возмущений.

### Тема 4.3 Нелинейное развитие возмущений в струе

Случай длинных волн. Метод Фурье исследования нелинейных решений. Развитие возмущений с учетом переменного внешнего давления. Распад струи на капли разного размера.

## Раздел 5. Движение и устойчивость жидкостей, слоев и пленок в центробежном поле сил

# **Тема 5.1 Устойчивость течения между вращающимися цилиндрами** Стационарное решение. Устойчивость в линейной постановке.

Образование вихрей Тейлора.

# Tema 5.2 Относительное равновесие слоя вязкой жидкости на поверхности вращающегося цилиндра

Формы равновесия осесимметричных и плоских слоев на внутренней и внешней поверхностях вращающегося цилиндра. Первые интегралы. Ветвление решений.

# Tema 5.3 Устойчивость и распад слоя вязкой жидкости на внешней и внутренней поверхностях вращающегося цилиндра

Исследование устойчивости плоского и осесимметричного слоев на внешней поверхности цилиндра в невязком приближении. Экспериментальные и теоретические исследования распада слоя на внешней и внутренней поверхностях вращающегося цилиндра. Вывод уравнения эволюции поверхности. Метод Капицы- Шкадова для течений в поле центробежных сил. Численное решение уравнений эволюции и результаты. Неизотермическая задача.

## Тема 5.4 Формы равновесия, устойчивость и распад слоя вязкой жидкости на вращающемся диске

Формы равновесия осесимметричных односвязных и двусвязных капель на поверхности вращающегося диска. Их устойчивость. Экспериментальные и теоретические исследования движения изолированных и сплошных слоев по поверхности вращающегося диска. Вывод уравнения эволюции поверхности сплошного слоя. Численное решение уравнений эволюции и результаты. Возможность образования гидравлического прыжка.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная (дневная) форма получения высшего образования

<b>–</b>			Количество аудиторных часов			_	OB	
Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	Количество часов УСР	Форма контроля
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Постановка задачи теории гидродинамической устойчивости							
1.1	Модели течений идеальной и вязкой жидкостей	2			2			экспресс-опрос
1.2	Линейная задача теории гидродинамической устойчивости				2			экспресс-опрос
1.3	Методы решения линейной задачи устойчивости				2			презентация
2	Невязкая неустойчивость							
2.1	Неустойчивость открытых течений				2			экспресс-опрос
2.2	Метод Релея				2			экспресс-опрос
3	Устойчивость течений со свободной поверхностью и поверхностью раздела							
3.1	Течения с поверхностью раздела двух сред	2			2		2	отчет

3.2	Течение с градиентом средней скорости		2		экспресс-опрос
3.3	Волны в слое жидкости на наклонной поверхности		4		контрольная работа
4	Движение и распад капиллярных струй				
4.1	Постановка задачи о движении капиллярной струи		2		экспресс-опрос
4.2	Исследование устойчивости течения струи идеальной жидкости в линейном приближении	2	4		отчет
4.3	Нелинейное развитие возмущений в струе		2		экспресс-опрос
5	Движение и устойчивость жидкостей, слоев и пленок в центробежном поле сил				
5.1	Устойчивость течения между вращающимися цилиндрами		2		экспресс-опрос
5.2	Относительное равновесие слоя вязкой жидкости на поверхности вращающегося цилиндра.		4		контрольная работа
5.3	Устойчивость и распад слоя вязкой жидкости на внешней и внутренней поверхностях вращающегося цилиндра	2	2	2	отчет
5.4	Формы равновесия, устойчивость и распад слоя вязкой жидкости на вращающемся диске		4		презентация
	всего часов	8	38	4	

### ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

#### Основная литература

- 1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: учебное пособие для студентов физических специальностей университетов : в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц; под ред. Л. П. Питаевского. Изд. 6-е, испр. Москва : Физматлит, 2021.—Т. 6 : Гидродинамика. 2021. 727 с. URL: https://znanium.com/catalog/document?id=369178.
- 2. Александров, Д. В. Прикладная гидродинамика: учебное пособие для вузов / Д. В. Александров, А. Ю. Зубарев, Л. Ю. Искакова. Москва: Издательство Юрайт, 2024. 109 с.
- 3. Швед, Г. М. Введение в динамику и энергетику атмосферы: учебное пособие / Г. М. Швед ; Санкт-Петербургский гос. ун-т. Санкт-Петербург: Издво Санкт-Петербургского ун-та, 2020. 394 с. URL: https://znanium.com/catalog/document?id=373760.

## Дополнительная литература

- 1. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. II. М.: Физматгиз, 1963.
  - 2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Изд. 5. М.: Наука, 1978.
- 3. Шкадов В.Я. Некоторые методы и задачи теории гидродинамической устойчивости. Изд. МГУ, Научные труды № 25, 1973.
  - 4. Шлихтинг. Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
- 5. Шкадов В.Я., Запрянов З.Д. Течения вязкой жидкости. Изд. МГУ, 1984.
- 6. Дразин Ф. Введение в теорию гидродинамической устойчивости. М.: Физматлит, 2005.
- 7. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М., Наука, 1972.
- 8. Бетчов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. М., Мир, 1971.
  - 9. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир. 1986.
- 10. Линь Цзя-Цзяо. Теория гидродинамической устойчивости. М: ИЛ, 1958.
- 11. Шкадов В.Я., Конон П.Н., Епихин В.Е. О возмущенном движении слоя вязкой жидкости на поверхности вращающегося цилиндра// Инженерно-физический журнал. 1994. Т. 66, № 6.
- 12. Epikhin, V.E., Konon, P.N., Shkadov, V.Ya. Form of a liquid layer of constant mass on the surface of a rotating cylinder(1990) Journal of Engineering Physics, 59 (1), pp. 879-882.
- 13. Epikhin, V.E., Konon, P.N., Shkadov, V.Ya. Shape of an axisymmetric liquid film on the surface of a rotating cylinder (1989) Fluid Dynamics, 24 (4), pp. 507-510.

- 14. Konon, P.N., Zhuk, A.V. Bifurcations of Equilibrium States of a Fluid Layer Inside a Rotating Cylinder(2017) Journal of Engineering Physics and Thermophysics, 90 (2), pp. 442-448
- 15. A. V. Zhuk, V. Y. Shkadov, Pavel N. Konon. Hydrodynamic and thermal processes of applying coating and lubrication on the inner surface of the cylinder by rotation// Interfacial Phenomena and Heat Transfer, V.9, 2021, p. 61-74.
- 16. Yauheni V. Audzeichyk, Pavel N. Konon Stability of a bounded liquid layer on a rotating horizontal plane// Interfacial Phenomena and Heat Transfer 11(2):11–32 (2023).

## Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Диагностика результатов учебной деятельности по дисциплине «Теория гидродинамической устойчивости» проводится, как правило, во время аудиторных занятий. Для диагностики используются:

- отчеты по лабораторным работам;
- разработанные презентации;
- экспресс-опрос на аудиторных занятиях;
- контрольные работы.

Отметка за ответы на лекциях (опрос) и выполнение отчетов по лабораторным работам включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики. Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Теория гидродинамической устойчивости» учебным планом предусмотрен экзамен.

Для студентов, пропустивших контрольные мероприятия или получивших неудовлетворительную отметку, решение о повторном проведении контрольного мероприятия выносится в соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете.

Для формирования итоговой отметки по учебной дисциплине используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущей и промежуточной аттестации студентов по учебной дисциплине.

Формирование итоговой отметки в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации (примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации):

- разработанные презентации -20 %;
- отчеты по лабораторным работам 50 %;
- контрольные работы -30%.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе итоговой отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) -40% и экзаменационной отметки -60%.

## Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы

### Тема 3.1 Течения с поверхностью раздела двух сред (2ч.)

Задание. Исследовать устойчивость течений с поверхностью раздела двух неограниченных перемещающихся с различными постоянными скоростями жидкостей в невязкой постановке с учетом сил тяжести и поверхностного натяжения в двумерном случае.

- а) Получить общее дисперсионное соотношение для течения двух невязких неограниченных жидкостей с поверхностью раздела. Показать, что волны на свободной поверхности всегда устойчивы. Найти фазовую скорость распространения таких волн.
- b) Исследовать общее дисперсионное соотношение для течения двух невязких неограниченных жидкостей с поверхностью раздела воздух-вода. Построить график зависимости скорости нарастания неустойчивых возмущений  $\alpha c_i(\alpha)$  для различных значений модуля разности постоянных скоростей основных потоков, равных 0;1;5,10 м/с.

# Тема 5.3 Устойчивость и распад слоя вязкой жидкости на внешней и внутренней поверхностях вращающегося цилиндра (2ч.)

Задание. Исследовать устойчивость слоя вязкой жидкости на внешней и внутренней поверхностях вращающегося цилиндра в невязкой постановке

- а) Рассмотреть осесимметричное течение слоя на вращающемся цилиндре.
- b) Исследовать устойчивость плоского слоя.

Форма контроля – проверка отчета по лабораторной работе.

## Примерный перечень лабораторных занятий

Лабораторная работа № 1. Исследование устойчивости затопленной струи методом Рейнольдса.

Лабораторная работа № 2. Исследование устойчивости двух встречных потоков методом Рейнольдса.

Лабораторная работа № 3. Исследование устойчивости поверхности раздела двух невязких потоков в ограниченной области течения.

Лабораторная работа № 4. Неустойчивость капиллярной струи жидкости, обтекаемой внешним потоком, в потенциальном течении.

Лабораторная работа № 5. Неустойчивость плоского слоя жидкости на вращающемся цилиндре в линейном приближении.

Лабораторная работа № 6. Неустойчивость осесимметричного слоя жидкости на вращающемся цилиндре в линейном приближении.

# Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется *практико-ориентированный подход*, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- использование процедур, способов оценивания, фиксирующих формирование профессиональных компетенций.

### Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

При изучении учебной дисциплины организация самостоятельной работы студентов должна представлять единство трех взаимосвязанных форм:

- 1) внеаудиторная самостоятельная работа;
- 2) аудиторная самостоятельная работа, которая осуществляется под непосредственным руководством преподавателя;
  - 3) творческая, в том числе научно-исследовательская работа.

На лекционных занятиях по дисциплине «Теория гидродинамической устойчивости» рекомендуется контролировать усвоение учебного материала студентов путем проведения экспресс-опросов по темам дисциплины. При этом необходимо фиксировать внимание на использование изученных терминов, принципов и законов для соответствующих моделей.

На лабораторных занятиях по дисциплине «Теория гидродинамической устойчивости» рекомендуется применять вариативные индивидуальные, в том числе исследовательские, задания для студентов с целью приобретения навыков самостоятельного решения практических задач.

В силу различного уровня готовности студентов к восприятию новых понятий на лабораторных занятиях по дисциплине рекомендуется проводить регулярные самостоятельные работы и при необходимости проводить дополнительные консультации для объяснения и закрепления сложного материала.

Условия для самостоятельной работы студентов, в частности, для развития навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса, обеспечиваются наличием и полной доступностью электронных вариантов курсов лекций, учебно-методических пособий и сборников задач по основным разделам дисциплины.

## Примерный перечень вопросов к экзамену

- 1. Основные уравнения и постановка задачи об устойчивости стационарных течений. Метод малых колебаний.
- 2. Уравнение Орра-Зоммерфельда. Задача на собственные значения. Теорема Сквайра.
  - 3. Исследования устойчивости струйного течения с профилем  $U=(ch\ y)^{-2}$ .

- 4. Неустойчивость течений в следах и струях. Невязкая неустойчивость. Уравнение Релея.
- 5. Метод Релея исследования невязкой неустойчивости. Примеры: устойчивость струйного течения, устойчивость встречных потоков.
- 6. Неустойчивость в течениях с поверхностью раздела. Неустойчивость Тейлора-Лапласа. Неустойчивость Гельмгольца.
  - 7. Течение под действием касательного напряжения, его устойчивость.
- 8. Неустойчивость и распад капиллярных струй. Стационарное решение. Исследование устойчивости в линейном приближении при потенциальном течении.
- 9. Исследование устойчивости капиллярных струй в линейном приближении при постоянстве давления в сечении.
- 10. Нелинейная неустойчивость. Нелинейное развитие возмущений в струе идеальной жидкости.
  - 11. Движение слоя на наклонной поверхности. Метод Капицы-Шкадова.
- 12. Устойчивость течения между вращающимися цилиндрами. Стационарное решение. Образование вихрей Тейлора.
- 13. Движение слоя жидкости на внешней поверхности вращающегося цилиндра. Исследование форм относительного равновесия. Первые интегралы в осесимметричном и плоском случаях. Исследование форм равновесия в естественных координатах.
- 14. Движение слоя жидкости на внешней поверхности вращающегося цилиндра. Ветвление квазистационарных решений в линейном приближении. Бифуркации квазистационарных решений в нелинейной задаче.
- 15. Исследование устойчивости плоского слоя на внешней поверхности закрученного цилиндра в невязком приближении.
- 16. Исследование устойчивости осесимметричного слоя на внешней поверхности закрученного цилиндра в невязком приближении
- 17. Экспериментальные исследования распада слоя на внешней поверхности вращающегося цилиндра.
- 18. Теоретические исследования распада слоя на внешней поверхности вращающегося цилиндра. Вывод уравнения эволюции поверхности. Численное решение уравнений эволюции и результаты.
- 19. Формы равновесия и распад слоя вязкой жидкости на вращающемся диске. Гидравлический прыжок.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

			and the same of th
Название	Название	Предложения	Решение, принятое
учебной	кафедры	об изменениях в содержании	кафедрой,
дисциплины,		учебной программы	разработавшей
с которой	,	учреждения высшего	учебную программу
требуется	* e** = =	образования по учебной	(с указанием даты и
согласование		дисциплине	номера протокола)
Учебная		8	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
дисциплина не			=
требует			W.
согласования			

Заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики доктор ф/м наук профессор

<u>а5.</u> <u>06 "</u>202<u>4</u> г.

М.А.Журавков

# ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на 2025/2026 учебный год

<b>~</b>	<b>&gt;&gt;</b>	202	Γ
		the same of the sa	-

$N_{\underline{0}}$	Дополнения и изменения	Основание
п/п		
1	Учебная программа по учебной	Решение Научно-
	дисциплине «Теория	методического Совета БГУ
	гидродинамической устойчивости»	(27 мая 2022, протокол №5)
	№ УД-13650 /уч. от 15.07.2024	
	соответствует учебному плану БГУ	
	№ G31-1-209/учСИБД от 22.03.2022	
	3	
	4	1.5
		- * ×
	·	
	H + 544	
		2
	(8)	-
	A A	74
		, -

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры теоретической и прикладной механики (протокол № 12 от 23.05 2025 г.)

Заведующий кафедрой д-р физ.-мат. наук, профессор

М.А.Журавков

**УТВЕРЖДАЮ** 

Декан механико-математического

факультета

д-р физ.-мат. наук, профессор

he 6

С.М.Босяков