

КОРРЕКЦИЯ ПРОГНОЗОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С АВТОКОРРЕЛИРОВАННЫМИ ОСТАТКАМИ

Н. Д. Бажанова

*Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4,
220030, г. Минск, Беларусь, nadia.bazhanova@gmail.com
Научный руководитель – В. И. Малюгин, доктор экономических наук, доцент*

Для прогнозирования темпов роста ВВП белорусской экономики построены модель на основе коинтеграционного уравнения и модель с марковскими переключениями состояний. Поскольку автокорреляция остатков в данных моделях не может быть устранена в рамках используемых методов оценивания, для ее учета предлагается алгоритм коррекции моделей. Сравнительный анализ точности прогнозов для построенных моделей указывает на эффективность предлагаемого алгоритма.

Ключевые слова: коинтеграционные зависимости; модели с марковскими переключениями состояний; коррекция автокорреляции остатков; модели зависимости темпов роста ВВП белорусской и российской экономик.

1. Общая характеристика проблемы, цель исследования

В работе представляются результаты решения задачи анализа и моделирования зависимости годовых темпов роста реального валового внутреннего продукта (ВВП) Республики Беларусь (РБ) от годовых темпов роста валового внутреннего продукта Российской Федерации (РФ) [1] для пролонгированных данных с использованием новых типов моделей.

В рамках проведенного исследования установлена коинтеграционная зависимость между указанными показателями. Для прогнозирования темпов роста ВВП белорусской экономики построены следующие модели: модель линейной коинтеграционной регрессии CLR (Cointegrating Linear Regression) и модель линейной регрессии с марковскими переключениями состояний MS-LR (Markov Switching Linear Regression) на основе коинтегрированных временных рядов. Методы оценивания для обеих моделей не предполагают включение лаговых переменных для учета автокорреляции остатков.

Целью исследования является разработка и тестирование на реальных экономических данных алгоритмов коррекции прогнозов для моделей временных рядов в случаях, когда автокорреляция остатков не может быть исключена в рамках используемых методов оценивания [2, 3].

Для достижения цели исследования решались следующие задачи: 1) тестирование интегрированности и коинтегрированности временных рядов годовых темпов роста ВВП экономик РБ и РФ; 2) построение эконометрических моделей CLR и MS-LR с помощью традиционных методов; 3) по-

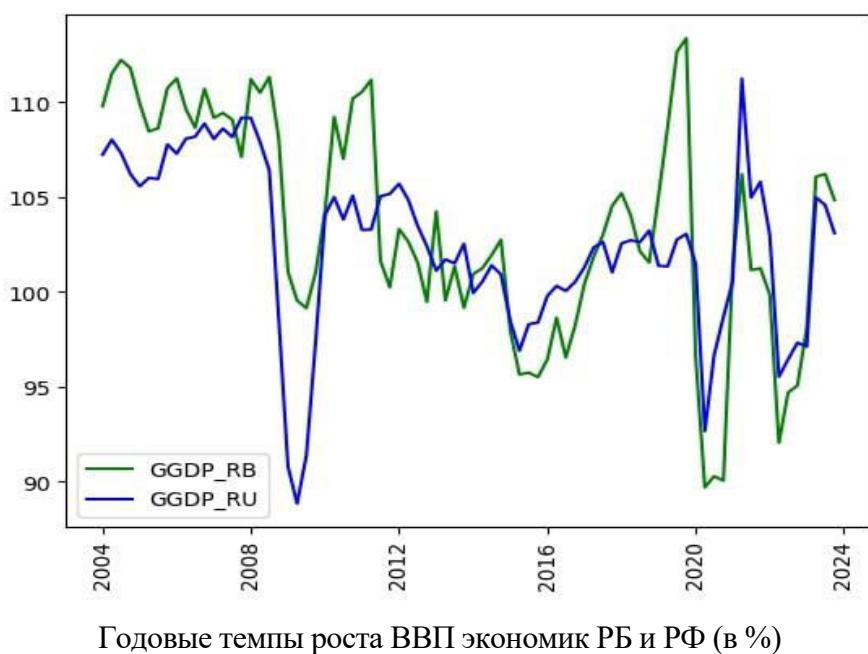
строение моделей CLR-AR и MS-LR-AR с использованием алгоритма коррекции остатков; 4) сравнительный анализ прогностических возможностей моделей при прогнозировании темпов роста экономики РБ на основе темпов роста экономики РФ.

2. Результаты построения моделей и оценки точности прогнозов

Для проведения исследований использовались следующие квартальные временные ряды реальных ВВП двух стран, рассчитываемых производственным методом (период наблюдения: 1 кв. 2004 г. – 4 кв. 2023 г.):

- $GGDP_RB$ – годовые темпы роста реального ВВП РБ к уровню предыдущего года (в %);
 - $GGDP_RU$ – годовые темпы роста реального ВВП РФ к уровню предыдущего года (в %).

На рисунке приводятся графики временных рядов годовых темпов роста ВВП экономик РБ и РФ.



Результаты построения моделей CLR и CLR-AR. Модель CLR, построенная с помощью метода FMOLS (Fully Modified Linear Regression) [6], на временном интервале с 1-го квартала 2004 г. по 4-й квартал 2022 г. имеет вид:

$$GGDP_RB_t = 0,690627 \times GGDP_RU_t - 0,113939t + 37,41958. \quad (1)$$

Оценки всех параметров модели (1) статистически значимы на уровне значимости 0,05 (Р-значения указаны в (1) под соответствующими оценками).

Однако остатки модели имеют автокорреляцию, которую нельзя устраниć в рамках метода FMOLS, поэтому перейдем к построению модели CLR-AR(1). Построим модель AR(1) для остатков CLR_resid модели (1) с помощью метода наименьших квадратов (МНК) вида:

$$CLR_resid_t = 0,608168 \times CLR_resid_{t-1} \quad (2)$$

Скорректируем временной ряд GGDP_RB, исключая из него автокоррелированный случайный процесс, описываемый моделью (2):

$$GGDP_RB_M_t = GGDP_RB_t - 0,608168 \times CLR_resid_{t-1} \quad (3)$$

Применяя метод FMOLS для оценивания коинтеграционной зависимости между GGDP_RB_M и GGDP_RU, получаем модель CLR-AR вида:

$$GGDP_RB_M_t = 0,738660 \times GGDP_RU_t - 0,110430t + 32,34478 \quad (4)$$

Остатки модели (4) являются гауссовским белым шумом.

Результаты построения моделей MS-LR и MS-LR-AR. Модель MS-LR, оцененная с использованием EM-алгоритма для моделей с марковскими переключениями состояний [7] включает два уравнения:

$$\text{класс 1 (рост): } GGDP_RB_t = 0,617010 \times GGDP_RU_t + 0,069895t + 42,48934 \quad (5)$$

$$\text{класс 0 (спад): } GGDP_RB_t = 0,945580 \times GGDP_RU_t - 0,091819t + 8,985451$$

Остатки модели (5) имеют автокорреляцию первого порядка. В связи с обнаружением автокорреляции остатков перейдем к построению модели MS-LR-AR(1) на том же временном интервале. Скорректированный временной ряд GGDP_RB (GGDP_RB_M) примет вид:

$$GGDP_RB_M_t = GGDP_RB_t - 0,322307 \times MSLR_resid_{t-1} \quad (6)$$

В рассматриваемом случае имеем два регрессионных уравнения для двух классов 1 (рост) и 0 (спад):

$$\begin{aligned}
 \text{класс 1: } GGDP_RB_M_t &= 0,677479 \times GGDP_RU_t + 0,0424588t + 36,66269 \\
 &\quad 0,0000 \qquad \qquad \qquad 0,0003 \qquad \qquad \qquad 0,0003 \\
 \text{класс 0: } GGDP_RB_M_t &= 0,857834 \times GGDP_RU_t - 0,095433t + 18,28557 \\
 &\quad 0,0000 \qquad \qquad \qquad 0,0000 \qquad \qquad \qquad 0,0973
 \end{aligned} \tag{7}$$

Остатки модели (7) являются некоррелированными.

3. Сравнительный анализ точности прогнозов

На основе полученных результатов сравнительного анализа показателей точности прогнозов для будущих моментов времени и ретроспективных прогнозов (табл.) модель MS-LR-AR имеет лучшие показатели точности по сравнению с другими моделями.

Показатели точности прогнозов годовых темпов роста ВВП РБ на основе построенных моделей, период оценивания 2004q1-2022q4

Прогнозный период: 2004q1 – 2022q4 (ретроспективные прогнозы)				
Модели	Число наблюдений	RMSE	MAE	MAPE, %
CLR	76	3,577786	2,618631	2,542643
CLR-AR	75	3,204123	2,021531	1,999610
MS-LR	76	3,778016	2,981515	2,917201
MS-LR-AR	75	3,314016	2,645306	2,590417
Прогнозный период: 2023q1 – 2023q2 (прогнозы для будущих моментов времени)				
Модели	Число наблюдений	RMSE	MAE	MAPE, %
CLR	2	4,275829	4,071562	3,943600
CLR-AR	2	4,368961	4,288069	4,163886
MS-LR	2	4,161541	4,159622	4,074875
MS-LR-AR	2	4,056927	4,014784	3,919405

4. Заключение

В работе решается задача анализа и моделирования зависимости между годовыми темпами роста реальных ВВП Беларуси и России, а также задача прогнозирования временного ряда темпов роста ВВП РБ на основе его коинтеграционной зависимости с темпами роста ВВП РФ.

При решении указанных задач получены следующие основные результаты: 1) построены регрессионные модели на основе коинтеграционного уравнения CLR и модели с марковскими переключениями состояний MS-LR; 2) для учета автокорреляции в построенных моделях разработан алгоритм коррекции моделей и построены скорректированные модели CLR-AR и модели с марковскими переключениями состояний MS-LR-AR с некоррелированными остатками; 3) проведен сравнительный анализ точности прогнозов

для построенных моделей, указывающий на эффективность предлагаемого алгоритма.

Библиографические ссылки

1. *Малюгин В. И., Новопольцев А.Ю.* Взаимосвязь темпов роста экономик Беларуси и России при воздействии шоков: эконометрический анализ и прогнозирование. Минск: НИЭИ, 2022. – С. 236-250.
2. *Малюгин В. И.* Дискриминантный анализ многомерных автокоррелированных регрессионных наблюдений в условиях параметрической неоднородности моделей. Информатика, № 3(19), 2008. – С.17-28.
3. *Малюгин В. И.* Методы анализа многомерных эконометрических моделей с неоднородной структурой. Минск: БГУ, 2014. – 351 с.
4. *Малюгин В. И., Макаревич А. С.* Модель MS-VARX и ее применение для анализа бизнес-цикла белорусской экономики. Банковский вестник, 2020. С. 22–31.
5. *Харин Ю. С., Малюгин В. И., Харин А. Ю.* Эконометрическое моделирование: учебное пособие - Минск: БГУ, 2003. – 313 с.
6. *Hong S. H., Wagner M.* Cointegrating Polynomial Regressions: Fully Modified OLS Estimation and Inference. *Econometric Theory*, Vol. 32, No. 5, 2016. P. 1289–1315.
7. *Malugin V., Novopoltsev A.* Statistical Estimation and Classification Algorithms for Regime-Switching VAR Model with Exogenous Variables. *Austrian Journal of Statistics*, Vol. 46, 2017. P. 47-56.