

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ОПТИМИЗАЦИЯ СМЕШИВАНИЯ В БОЗОННЫХ ЦЕПОЧКАХ ТИПА РУДНЕРА-ЛЕВИТОВА

М. А. Анцух

*Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4,
220030, г. Минск, Беларусь, vanishinggraceew@gmail.com
Научный руководитель – Д. С. Мозилевцев, доктор физико-математических наук,
член-корреспондент НАН РБ*

В данной работе рассмотрена оптимизация времени смешивания в линейных решетках типа Руднера–Левитова путем подбора начального состояния. Показано, как время смешивания зависит от положения начального одиночного возбуждения и влияние параметров самой системы на характер данной зависимости и что соответствующим начальным возбуждением нескольких мод возможно достижение разных “скейлингов” времени смешивания.

Ключевые слова: смешивание состояния; время смешивания; модель Руднера – Левитова; исключительные точки.

Смешивание, т. е. процесс перехода системы от начального локализованного состояния к конечному делокализованному стационарному состоянию, вызывает широкий интерес в физике и находит приложения в том числе в квантовых вычислениях [1].

Определённые типы систем со смоделированными потерями можно рассматривать с точки зрения неэрмитовой физики, особенностью которой является то, что неэрмитовы матрицы, допускают особый тип вырождений в исключительных точках [2]. Было показано, что в неэрмитовых цепочках, рассматриваемых в данной работе, особые точки могут определять не только характер смешивания, но даже и само его существование; помимо этого, было показано, что оптимизировать время смешивания можно посредством изменения параметров системы [3].

Мы рассматриваем цепочку, состоящую из унитарно связанных одно-модовых волноводов, моделируя дополнительные потери в каждом втором волноводе. Полагая начальное состояние системы когерентным, динамику системы можно записать в виде уравнения Шредингера для вектора когерентных амплитуд с неэрмитовым эффективным гамильтонианом:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{\psi}(t)}{dt} = -i\hat{H}\vec{\psi}(t), \quad H_{2n,2n} = -i\Gamma, \quad H_{2n-1,2n} = H_{2n,2n-1} = v_1 \\ H_{2n,2n+1} = H_{2n+1,2n} = v_2, n = \overline{1, N_L} \end{aligned} \quad (1)$$

где компоненты вектора амплитуд ψ_j – амплитуды населенностей соответствующих узлов решетки, Γ – скорости затухания мод с потерями, N_L – число мод с потерями, v_j – скорости унитарного взаимодействия между модами. Далее положим, что $v_1 = v \cos(\phi)$, $v_2 = v \sin(\phi)$, $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$.

Предполагается, что рассматриваемые системы обладают «темновым» состоянием. Темновое состояние является невакуумным стационарным состоянием, что требует наличия нулевого собственного значения в спектре матрицы, определяемой выражением. Практическая значимость рассматриваемых систем заключается в том, что они проецируют начальное состояние на темновое.

Ввиду потерь в системе необходимо ввести нормированные в каждый момент времени вероятности населенности, что позволит определить время смешивания классическим образом:

$$\begin{aligned} p_j(t) = \frac{|\psi_j(t)|^2}{P_{tot}(t)}, \quad P_{tot}(t) = \sum_{j=1}^{2N_L+1} |\psi_j(t)|^2, \\ T_{mix}(\varepsilon) = \min\{t \geq 0 : \sum_{\forall j} |p_j(t) - p_j^{st}| \leq \varepsilon\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где p_j^{st} – стационарное распределение, к которому система смешивается, T_{mix} – время смешивания.

Зависимость времени смешивания от положения начального одномодового возбуждения определяется отношением v/Γ относительно наибольшей исключительной точки. Рисунок 1(в) представляет зависимость для случаев как симметричной ($v_1 = v_2$), так и асимметричной ($v_1 \neq v_2$) решеток, когда система находится до наибольшей исключительной точки. Получаем, что для симметричной системы, время смешивания также симметрично относительно центрального узла (рис. 1(в)), при этом, что довольно очевидно, возбуждение центрального узла приводит к минимальному времени смешивания. Введение асимметрии в систему сдвигает наибольшую исключительную точку в сторону меньшего отношения параметров. Пока отношение параметров системы находится между двумя исключительными точками, зависимость времени смешивания от положения начального возбуждения будет оставаться немонотонной. При этом, есть

соответствие между компонентами собственного вектора, соответствующего собственному значению со второй наименьшей мнимой частью и зависимостью времени смешивания от положения начального одномодового возбуждения. За наибольшей исключительной точкой зависимость времени смешивания от положения становится монотонной функцией номера узла. Это связано с тем, что теперь в системе нельзя выделить самую медленную динамику, следовательно, зависимость диктуется структурой вектора темного состояния.

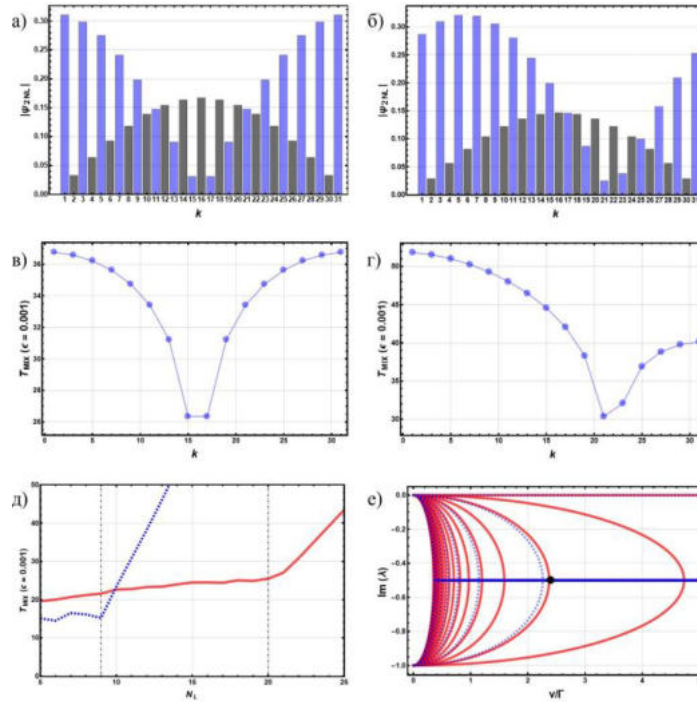


Рис. 1. (а)-(б): Абсолютные значения компонент собственного вектора, соответствующего собственному значению со второй наименьшей мнимой частью для симметричной и асимметричной систем с параметром асимметрии $\varphi = 0.23\pi$; На каждом графике синие столбики соответствуют модам без затухания, серые – модам с затуханием. (в)-(г): Зависимость времени смешивания в единицах Γ^{-1} от положения одномодового начального возбуждения для симметричной и асимметричной решеток с отношением $\nu/\Gamma = 3$; 2.3 соответственно при параметре $\varepsilon = 0.001$. Число узлов с потерями для обоих случаев $N_L = 15$. (д): Зависимость времени смешивания в единицах Γ^{-1} от числа мод с потерями N_L при начальном возбуждении двух мод; сплошная кривая соответствует случаю, когда вектор начального возбуждения ортогонален вектору с собственным значением со второй наименьшей мнимой частью; пунктирная кривая отвечает возбуждению мод с одинаковой по модулю амплитудой, вертикальными линиями отмечен переход фиксированного ν/Γ исключительных точек; параметры системы в двух случаях: $\nu/\Gamma = 2$, $\varphi = 0.25\pi$. Во всех случаях возбуждались первая и третья моды. (е): Мнимая часть спектра исследуемой системы в зависимости от отношения ν/Γ при различных N_L ; сплошные линии отвечают $N_L = 20$, пунктирные – $N_L = 9$.

При нахождении системы до наибольшей исключительной точки знание компонент собственного вектора, позволяет сразу выбрать узел, возбуждение которого при заданных параметрах системы, приведет к наиболее интенсивному процессу смешивания. За наибольшей исключительной точкой зависимость времени от изначально возбуждаемого узла определяется вектором темнового состояния.

Выбор начального одномодового возбуждения позволяет в общем случае лишь минимизировать вклад медленной динамики в процесс смешивания. В случае начального возбуждения двух мод можно полностью исключить нежелательную динамику, выбрав возбуждение таким образом, чтобы вектор начального состояния был ортогонален вектору, соответствующему медленной динамике. Возбуждая в начальный момент времени две моды так, чтобы вектор начального состояния был ортогонален собственному вектору, соответствующему собственному значению со второй наименьшей мнимой частью, мы ставим своей целью эффективно сдвинуть наибольшую исключительную точку в сторону меньших значений, увеличивая область логарифмического скейлинга. Рисунок 1(д) показывает, что такой эффект обусловлен смещением исключительной точки при надлежащем начальном возбуждении.

Было показано, что время смешивания может быть уменьшено не только изменением констант связи или геометрии системы, но также и подбором начального состояния в соответствии со структурой собственных векторов эффективного гамильтониана; при перемещении одномодового начального возбуждения по цепочке есть явное соответствие между компонентами вектора и временем смешивания – минимальное время смешивания соответствует минимальной по абсолютному значению компоненте (рис. 1(г)). Подбирая начальное состояние, ортогональное вектору, соответствующему медленной динамике, можно добиться значительного увеличения области логарифмического скейлинга (рис. 1 (д)).

Библиографические ссылки

1. S. Venegas-Andraca/Quantum walks: A comprehensive review//Quantum Information Processing 11 (2012).
2. Y. Ashida, Z. Gong, and M. Ueda / Non-hermitian physics//Advances in Physics 69, 249–435 (2020).
3. D. Mogilevtsev, I. Peshko, M. Antsukh, D. Novitsky/Optimizing mixing in the Rudner–Levitov lattice // JOSAB Vol. 40, Issue 10, 2566-2575(2023).