MID

Учреждение образования «Международный государственный экологический институт имени А.Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

**УТВЕРЖДАЮ** 

Директор

МГЭЙим. А.Д. Сахарова БГУ

О. И. Родькин

2024

Регистрационный № УД-1532-24 /уч.

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для специальности:

6-05-0533-03 Медицинская физика

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 6-05-0533-03-2023 от 01.09.2023 и учебного плана учреждения образования для специальности 6-05-0533-03 Медицинская физика Рег.№158-23/уч. от 07.04.2023

### СОСТАВИТЕЛИ:

Л.А. Хвощинская, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Д.И. Радюк, старший преподаватель кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

#### РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра физико-математических дисциплин Института информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники;

В.А. Иванюкович, доцент кафедры информационных технологий в экологии и медицине учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНД	OBAH.	AK	ТВЕРЖДЕНИ	Ю:				
Кафедрой	общей	И	медицинской	физики	учре	ждения	образо	вания
«Междунарс	дный	госу	дарственный	экологиче	ский	институ	т им.	А.Д.
Сахарова» Б	елорусс	кого	государственн	юго универ	оситет	a		
(протокол №	<u> </u>	от	20	)24);				
государствен государствен	нный эн ного ул	солог		тут им. А.				
(протокол №	<u> </u>	OT	20	024)				

#### ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В связи с возросшей ролью математики в современной науке и технике будущие инженеры нуждаются в серьезной математической подготовке. Изучение математических дисциплин развивает логическое мышление, приучает студента к точности, к умению выделять главное, дает необходимые сведения для понимания сложных задач, возникающих в различных областях человеческой деятельности. Математический аппарат позволяет единообразно описать широкий круг фактов и явлений, провести их детальный количественный анализ, предсказать, как поведет себя объект в различных условиях. Математические модели широко применяются в механике, физике, экологии и т. д. Построение математических моделей реальных физических явлений и процессов нередко приводит к необходимости построения и решения дифференциальных уравнений.

Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения» предполагает наличие у студентов знаний основ математического анализа и линейной алгебры. Эта дисциплина является математической основой различных разделов физики и специальных дисциплин.

#### Цели обучения дисциплине:

- формирование математической компетентности обучающихся для непрерывного образования и профессиональной деятельности;
- развитие интеллектуального потенциала студентов и способностей их к логическому и алгоритмическому мышлению;
- обучение навыкам работы с основными понятиями и методами решений дифференциальных уравнений, необходимыми для анализа и моделирования устройств, процессов и явлений при поиске оптимальных решений прикладных задач и выбора наилучших способов реализации этих решений.

#### Задачи обучения дисциплине:

- изучение возможностей использования дифференциальных уравнений при построении математических моделей в физике, химии, экологии и других естественных науках;
  - изучение теоретических основ математического аппарата;
  - применение теоретических основ для решения практических задач;
- привить студентам умение самостоятельного изучения учебной литературы;
  - развить логическое и алгоритмическое мышление;
  - выработать навыки математического исследования прикладных вопросов.

Обучающийся должен владеть следующими **компетенциями**: Использовать дифференциальные уравнения для построения математических моделей и решении прикладных и фундаментальных задач физики (БПК-8).

В результате усвоения дисциплины студент должен

#### знать:

- основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения в квадратурах;
  - методы решения дифференциальных уравнений с частными производными;
  - методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений;

– условия существования, единственности и устойчивости решений обыкновенных дифференциальных уравнений и систем;

#### уметь:

- находить общее и частное решения дифференциальных уравнений первого порядка;
- решать линейные дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами;
  - исследовать решения уравнений и систем уравнений на устойчивость;
- решать линейные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка;

#### владеть:

- основными методами решения дифференциальных уравнений;
- навыками применения математических методов при решении более сложных задач прикладного характера.

Программа курса рассчитана на 108 часов, из которых аудиторных – 58 часов (28 ч. – лекционных, 30 ч. – практических занятий).

Форма получения высшего образования – очная (дневная).

Форма промежуточной аттестации – экзамен в 3-м семестре.

Трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

# 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Общие понятия из теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Понятие дифференциального уравнения. Роль дифференциальных уравнений в естественных науках. Формы записи ДУ первого порядка. Общее и частное решения ДУ первого порядка. Задача Коши. Понятие об интегральных кривых. Изоклины. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ДУ первого порядка. Уравнения, интегрируемые в квадратурах: уравнение, не содержащее искомой функции; уравнение с разделяющимися переменными; однородное уравнение; линейное уравнение; уравнение Бернулли; уравнение в полных дифференциалах; уравнение, допускающее интегрирующий множитель. ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка.

# 2. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Системы дифференциальных уравнений

Линейные ОДУ высших порядков. Принцип суперпозиции. Линейная независимость функций, фундаментальная система решений ДУ. Вронскиан. Теоремы о структуре общего решения однородного и неоднородного линейного ДУ. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Фундаментальные системы решений. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.

Системы линейных ОДУ. Общее и частное решения системы ДУ, задача Коши. Физический смысл нормальной системы ДУ. Решение систем ДУ методом исключения неизвестных. Первые интегралы системы ДУ. Метод интегрируемых комбинаций. Приложения дифференциальных уравнений к решению задач химии, биологии, экологии, физики.

# 3. Элементы теории устойчивости

Устойчивость решений ОДУ и систем ОДУ. Фазовое пространство дифференциального уравнения и фазовые траектории. Устойчивость решений по Ляпунову. Критерий устойчивости решений системы по первому приближению. Точки покоя. Особые точки на фазовой плоскости.

# 4. Дифференциальные уравнения с частными производными

Дифференциальные уравнения в частных производных (ДУЧП) первого порядка. Общие определения. Линейные и квазилинейные уравнения. Задача Коши. ДУЧП второго порядка и их классификация. Решение уравнения колебаний струны методом Фурье.

# 6 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (очная (дневная) форма получения высшего образования)

КИЯ		К					
Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы	Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	Управляемая самостоятельная	Иное	Формы контроля знаний
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Дифференциальные уравнения первого порядка	8	8			метод. пособие	сам. раб., опрос
2	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Системы дифференциальных уравнений	10	8			метод. пособие	сам. раб., опрос
	Контрольная работа		2				
3	Элементы теории устойчивости	4	4			метод. пособие	сам. раб., опрос
4	Дифференциальные уравнения с частными производными	6	6			метод. пособие	сам. раб., опрос
	Контрольная работа	• •	2				
ВСЕГО		28	30				

# ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

#### Рекомендуемая литература

- 1. Гусак, А.А. Математический анализ и дифференциальные уравнения : справ. пособие к решению задач / А.А. Гусак. 4-е изд. Минск : ТетраСистемс, 2006. 415 с.
- 2. Катковская, И.Н. Дифференциальные и интегральные уравнения : практикум / И.Н. Катковская, Л.А. Хвощинская; Мин-во образования РБ, УО "МГЭИ им. А.Д. Сахарова" БГУ. Минск : ИВЦ Минфина, 2022. 87 с.
- 3. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс / Д.Т. Письменный. 18-е изд. Москва : АЙРИС-пресс, 2021. 608 с.

#### Дополнительная

- 4. Березкина, Н.С. Дифференциальные и интегральные уравнения . Тесты : учебное пособие. В 2 ч. Ч. 1 / Н.С. Березкина, А.А. Гринь, В.С. Немец. Минск : РИВШ, 2021.-308 с.
- 5. Березкина, Н.С. Дифференциальные и интегральные уравнения . Тесты : учебное пособие. В 2 ч. Ч. 2 / Н.С. Березкина, А.А. Гринь, В.С. Немец. Минск : РИВШ, 2021. 324 с.
- 6. Глецевич, М.А. Высшая математика. Сборник задач: учеб. пособие: в 3 ч. Ч. 3. Дифференциальные уравнения. Аналитические функции. Элементы функционального анализа / М.А. Глецевич и др. Минск: БГУ, 2015. 480 с.
- 7. Демидович, Б.П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович, В.П. Моденов. 6-е изд., стер. Санкт-Петербург : Лань, 2022.-280 с.
- 8. Матвеев, Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Н.М. Матвеев. Минск: Вышэйшая школа, 2002. 432 с.
- 9. Эльсгольц, Л.Э. Дифференциальные уравнения  $\ /\$  Л.И. Эльсгольц. М.: ЛКИ, 2014. 424 с.
- 10. Шилин, А.П. Дифференциальные и интегральные уравнения : Учебное пособие. М.: ЛЕНАНД, 2023. 312 с.

# Инновационные подходы и методы преподавания учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется практикоориентированный который предполагает: подход, освоение содержание образования практических приобретение через решения задач; навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности; использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

В процессе чтения лекций используются мультимедиа презентации. В процессе проведения практических занятий используются дидактические материалы, включающие задачи повышенной сложности. Использование

дидактических материалов позволяет работать хорошо успевающим студентам с большим коэффициентом полезного действия.

Изучение дисциплины предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов с рекомендуемыми учебно-методическими материалами, Internet-источниками и другими источниками.

Для организации самостоятельной работы студентов по курсу необходимо использовать современные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (программа, методические указания к практическим занятиям, список рекомендуемой литературы и информационных ресурсов, задания в тестовой форме для самоконтроля и др.).

Самостоятельная работа осуществляется в виде аудиторных и внеаудиторных форм. Для самостоятельной работы студентам предлагаются индивидуальные домашние задания. В рамках индивидуальных консультаций студенты обсуждают ход выполнения индивидуальных домашних заданий.

#### Перечень рекомендуемых средств диагностики

С целью диагностики знаний, умений и навыков студентов по данной дисциплине рекомендуется использовать:

- 1. контрольные работы;
- 2. самостоятельные работы;
- 3. тесты;
- 4. коллоквиумы по пройденному теоретическому материалу;
- 5. устный опрос в ходе практических занятий;
- 6. проверку конспектов лекций студентов.

Оценка учебных достижений студента производится по десятибалльной шкале.

# Темы самостоятельных работ:

- 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.
- 2. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
- 3. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
- 4. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
  - 5. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений.
  - 6. Дифференциальные уравнения с частными производными.

# Темы итоговой контрольной работы

- 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого и второго порядков. Системы дифференциальных уравнений.
- 2. Устойчивость. Дифференциальные уравнения с частными производными.

# ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Согласования с другими дисциплинами не требуется			