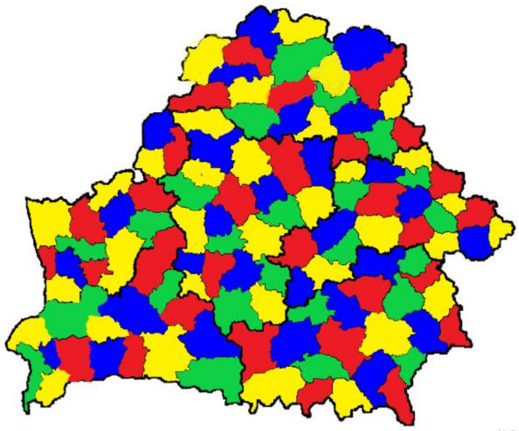


Литература

1. Емеличев, В.А. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 384 с.

2. Коваленко, Н.С. Практикум по высшей математике для студентов химических специальностей: учеб.-метод. пособие / Н.С. Коваленко, М.Н. Василевич, В.И. Яшкин. – Минск: БГУ, 2021. – 279 с.

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМИ-БИОЛОГАМИ

Матейко О. М., Яблонская Н. Б.

Белорусский государственный университет, г. Минск

Содержание математической подготовки студентов должно формироваться в соответствии с их специальностью, т.е. при рассмотрении конкретного материала математической дисциплины на первый план должна быть выдвинута идея его связи с будущей профессией.

Целесообразно, например, включать в учебный материал начальные элементы математического моделирования. Приводимые на лекциях и решаемые на практических занятиях задачи прикладного содержания должны носить обучающий характер, давать начальные практические сведения о применении математических методов в специальной области знаний. Даже простейшие задачи прикладного содержания способны привить исходные положения математической культуры и показать студентам роль и значение математики в исследованиях по их специальности. При решении данных задач на практических занятиях необходимо делать ссылки на соответствующие разделы или кратко повторять определения понятий, важных для построения математической модели.

В качестве примера математической модели, которую можно предложить при изучении высшей математики на биологическом факультете рассмотрим систему совместного существования двух популяций, которая называется системой «хищник-жертва». Считается, что популяции обитают в изолированной среде, которая обеспечивает всем необходимым только одну популяцию (жертвы). А вот особи второй популяции (хищники) питаются только особями первой популяции. В отличие от классической модели Лотки-Вольтерры, рассматривается более простая модель, доступная для понимания студентами-биологами первого курса, изучающими дисциплину «Высшая математика». Данный пример относится к теме «Исследование функций и построение их графиков».

В природе система «хищник-жертва» взаимодействия популяций встречается достаточно часто. Например, в пруду обитают караси и щуки. В пруду достаточно питания карасям, а щуки питаются только карасями. По такой же системе взаимодействуют зайцы и волки, мыши и лисы и т. д.

Обозначим $x(t)$ количество особей популяции жертв (зайцев), а $y(t)$ – количество особей популяции хищников (волков) в момент времени t.

Мы предполагаем, что популяция-жертва (численность которой мы обозначили $x(t)$) является единственным кормом для хищника. Естественно предположить, что при обилии корма для хищника его смертность уменьшается, а рождаемость увеличивается. Наоборот, нехватка корма уменьшает рождаемость. Таким образом, изменение $x(t)$ влечет за собой изменение $y(t)$.

Пусть они задаются следующими равенствами:

$$\begin{cases} x(t) = 100 + 50\sin\frac{\pi}{4}t, \\ y(t) = 50 - 30\cos\frac{\pi}{4}t, \end{cases}$$ где t – время, выраженное в годах.

Функции $x(t)$ и $y(t)$ определены на множестве $(-\infty;+\infty)$, однако, исходя из условия задачи будем считать, что $t \geq 0$. Они являются периодическими с наименьшим положительным периодом $t = \frac{2\pi}{\pi/4} = 8$ лет.

Найдем производные функций $x(t)$ и $y(t)$. Имеем

$x'(t) = \frac{25\pi}{2}\cos\frac{\pi}{4}t$, $y'(t) = \frac{15\pi}{2}\sin\frac{\pi}{4}t$.

$x'(t) = 0$ при $t = 2 + 4k,\ k \in \mathbf{Z},\ k \geq 0$. $y'(t) = 0$ при $t = 4k,\ k \in \mathbf{Z},\ k \geq 0$.

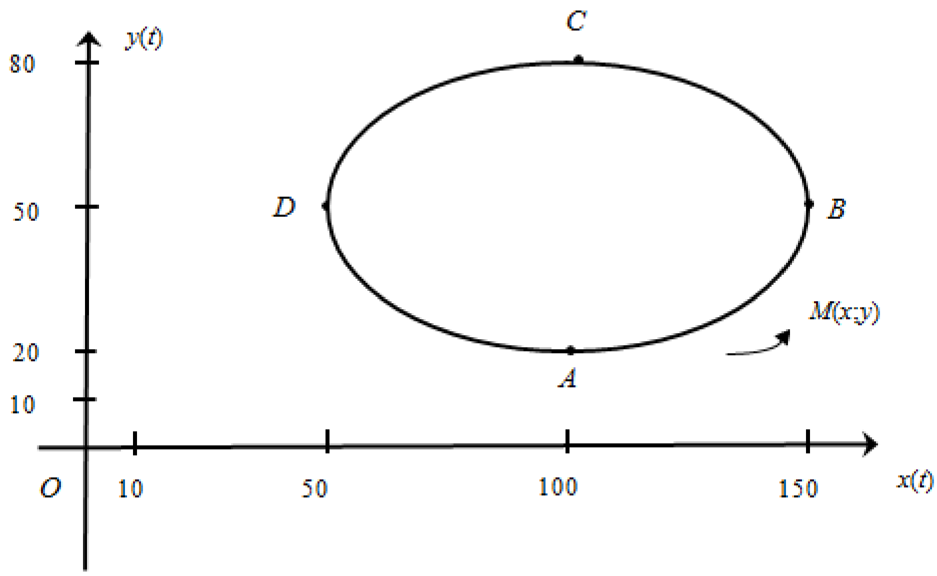
Учитывая периодичность данных функций, можно ограничиться рассмотрением их на отрезке $[0;8]$. Тогда на этом отрезке $x'(t) = 0$ при $t = 2, t = 6$ и $y'(t) = 0$ при $t = 0, t = 4$. Таким образом отрезок $[0;8]$ разобьем на следующие промежутки $[0;2), (2;4), (4;6), (6;8]$.

Занесем данные в таблицу.

t	$0 \leq t < 2$	$2 < t < 4$	$4 < t < 6$	$6 < t \leq 8$
Знак $x'(t)$	+	–	–	+
$x(t)$	Возрастает от 100 до 150	Убывает от 150 до 100	Убывает от 100 до 50	Возрастает от 50 до 100
Знак $y'(t)$	+	+	–	–
$y(t)$	Возрастает от 20 до 50	Возрастает от 50 до 80	Убывает от 80 до 50	Убывает от 50 до 20

Построим график данной кривой. Начинаем с точки $A(100;20)$, т. к. $x(0) = 100$, $y(0) = 20$. Когда t растет от 0 до 2, значения функций $x(t)$, $y(t)$ растут, движение по кривой происходит направо вверх до точки $B(150;50)$. Затем движение по кривой происходит налево вверх от точки $B(150;50)$ до точки $C(100;80)$. На промежутке (4;6) функции $x(t)$ и $y(t)$ обе убывают, поэтому движение происходит налево вниз до точки $D(50;50)$. И наконец, при $t \in (6;8)$ движение происходит направо вниз до первоначальной точки $A(100;20)$. Далее, из периодичности функций $x(t)$ и $y(t)$ следует, что все будет повторяться.

Изобразим зависимость между $y(t)$ и $x(t)$ на плоскости Oxy.



Отметим, что в неявном виде данную функцию можно задать равенством

$$\frac{(x-100)^2}{50^2} + \frac{(y-50)^2}{30^2} = 1.$$

В нижней точке A графика численность хищников минимальна (20) и, следовательно, для развития жертвы существуют наиболее благоприятные условия. Естественно поэтому, что с течением времени численность жертвы начнет увеличиваться. Но это означает, что увеличиваются запасы корма для хищника. Данное изменение отражается движением точки M в направлении, указанном на чертеже. Итак, начиная от точки A и до точки B обе численности растут до тех пор, пока значение $y(t)$ не достигнет величины 50. К этому моменту хищников становится так много, что они выедают жертву скорее, чем она успевает воспроизводить себя, и численность $x(t)$ начинает убывать. При этом численность $y(t)$ все еще растет. Эта ситуация описывается участком траектории от B до C. В точке C численность $y(t)$ достигает максимального значения (80). Хищников так много, а жертв, т.е. пищи для них, так мало, что скорость воспроизводства хищников падает, и численность $y(t)$ убывает. Продолжает убывать и $x(t)$. Это отражается участком траектории от C до D. В точке D хищников уже так мало, что они выедают жертву со скоростью меньшей, чем скорость воспроизводства жертвы. Поэтому, достигнув в точке D минимального значения (50), численность $x(t)$ начинает увеличиваться. Но запасов пищи для хищников все еще мало, и численность $y(t)$ все еще убывает. Это участок от D до A. После того, как точка M придет в положение A все повторяется.

Таким образом, в нашей модели жизнедеятельность хищников не ведет к полному истреблению жертвы, а затем и гибели самих хищников от голода. Наоборот, оба вида, периодически изменяя свою численность, могут сосуществовать долго.

Литература

1. Гильдерман Ю.И. Математизация биологии. М., «Знание», 1969 –48 с.

КУРС «ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ» ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Моисеева Н.А.

Белорусский государственный университет, г. Минск

В последние годы мы наблюдаем огромный скачок в использовании цифровых технологий во всех сферах нашей жизни, в том числе и в образовании. Традиционные учебники и лекции уступают место интерактивным приложениям и образовательным платформам, которые обогащают учебный процесс и позволяют сделать его более эффективным и индивидуализированным.

Применение информационных технологий в преподавании предметов естественнонаучного цикла основано на широких возможностях вычислительных средств, компьютерных сетей и компьютерных обучающих программ. Перечень компьютерных обучающих средств включает в себя электронные учебники; электронные лекции; контролирующие компьютерные программы; справочники и базы данных учебного назначения; сборники задач и генераторы примеров (ситуаций); предметно-ориентированные среды; компьютерные иллюстрации для поддержки различных видов знаний.

Повышению эффективности образовательного процесса способствуют не только привлекаемые наглядные ресурсы и видео-материалы, но и обучающие программы – слайд-занятия. Под слайд-лекцией понимается такая форма реализации лекции, при которой «живая» речь лектора дополняется иллюстрациями и видеоматериалами, визуализированными на экране с помощью видеопроектора, управляемого компьютером. Существует большое разнообразие программных продуктов, позволяющих подготовить и реализовать демонстрацию большинства текстовых и анимированных тематических слайдов. Материал можно структурировать по слайдам, что способствует поэтапному логическому подходу к обучению и облегчает планирование необходимого материала.

Существует большой набор интерактивных платформ, которые внедряют элементы игр в учебный процесс. Это включает в себя баллы, достижения, соревнования и другие механизмы мотивации, которые способствуют увлечению студентов и повышают их мотивацию к изучению. Интерактивная платформа menti.com эффективно и наглядно доводят до студентов необходимую информацию. Следует отметить, что с применением интерактивных технологий студенты становятся более заинтересованными и мотивированы, быстрее запоминают новый изучаемый материал и показывают хорошие остаточные знания.

Одним из перспективных направлений модернизации учебного процесса, проводимой на кафедре общей математики и информатики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, является разработка заданий, ориентированных на будущую профессиональную деятельность студентов.

Учебный материал, разработанный для курса «Информационные технологии» [1] нацелен на развитие у студентов умений анализировать, структурировать, обрабатывать информацию с помощью компьютерных средств; выработку у них готовности решать профессиональные задачи на основе применения информационных технологий. Изучение представляемой дисциплины направлено также и на подготовку студентов к