Рассмотрим пространство $\boldsymbol{C}[-\pi, \pi]$ со скалярным произведением, заданным с помощью формулы $(f, g) = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x)dx$. В этом пространстве тригонометрическая система $\{1, \cos kx, \sin kx\ ;\ k \in \mathbb{N}, k \le n\}$ является ортогональной. Для любой функции $f \in \boldsymbol{C}[-\pi, \pi]$ коэффициенты Фурье по отношению к рассматриваемой ортогональной системе вычисляются следующим образом: $\alpha_0 = \frac{1}{2\pi}(f, 1) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx$, при $k \in \mathbb{N}$

$$a_k = \frac{1}{\pi}(f, \cos kx) = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos kx\, dx,\ b_k = \frac{1}{\pi}(f, \sin kx) = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin kx\, dx.$$

В этом частном случае неравенство Бесселя формулируется так: для любого фиксированного натурального n:

$$\frac{a_0^2}{2} + \sum_{k=1}^{n}(a_k^2 + b_k^2) \le \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\,dx.$$

В своем докладе авторы планируют рассказать и о других особенностях преподавания вышеназванного курса: о методике проведения практических занятий и применении тестирования, об использовании презентаций при чтении лекций, а также о «маленьких хитростях» при решении отдельных практических задач.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Бровка Н.В.

Белорусский государственный университет, г. Минск

Динамичность развития компьютерной сферы, развитие и внедрение технологий на базе искусственного интеллекта, лавинообразное нарастание объема информации (за последних пять лет человечеством произведено больше информации, чем за всю предшествующую историю) свидетельствуют о необходимости перестройки образовательной системы в целом и математической подготовки в высшей школе, в частности. Программа подготовки студентов математических специальностей в классических университетах включает представительный перечень фундаментальных математических дисциплин, которые, как правило, изучаются на первом-втором курсах. Содержание таких дисциплин, как математический анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения, дифференциальная геометрия и др. в значительной степени остается инвариантным на протяжении десятилетий, поскольку оно составляет классическое ядро математической науки и является базисом университетской образовательной подготовки. Анкетирование студентов двух первых и четвертого курсов научно-педагогической специальности и специальности «Компьютерная математика и системный анализ» БГУ показало, что возможность получения серьезной фундаментальной математической подготовки и освоение методов, путей использования и создания современных компьютерных разработок в будущей профессиональной деятельности признали ведущими мотивами обучения на механико-математическом факультете 81,7% первокурсников (155 чел), 90,6% второкурсников (163 чел) и 94% (166 чел) выпускников бакалавриата [1]. Таким образом, значимость фундаментального математического знания возрастает по мере того, как оно выступает основанием систематизации и решения профессионально-ориентированных задач. Соотнесение инвариантного математического ядра с методами, подходами инженерии знаний как методологией развития информационных технологий и программного обеспечения является одним из путей трансформации образовательной подготовки студентов математических специальностей в классическом университете.

В отличие от гуманитарных дисциплин, где содержание может носить описательный характер с соблюдением определенной последовательности фактов, проявление знаний и умений в математических и «компьютерных» дисциплинах основано на деятельности. Поэтому активизация деятельностной составляющей с учетом характерных особенностей содержания – важный фактор организации обучения в современных условиях. Этот подход согласуется, во-первых, с положениями инженерии знаний, во-вторых, с тенденцией развития компьютерного (или вычислительного) мышления. Получившая начало еще в 1970-х годах благодаря усилиям Эдварда Фейгенбаума область, связанная с поиском, анализом, способами представления и методами организации и обработки сведений в некоторой предметной области, стала методологией, теорией и сферой деятельности, называемой «инженерией знаний» или теорией экспертных систем [2]. Важно отметить, что речь идет о деятельности (выполняемой человеком либо компьютером), касающейся организации специального экспертного знания из некоторой проблемной области. Прежде всего, речь идет о решении «неформализованных» задач, то есть тех, которые не заданы в числовой форме, носят эвристический характер, так как не имеют единого алгоритма решения, обладают неполнотой, неоднозначностью и неопределенностью исходных данных, большой размерностью пространства решений. Развитие этой методологии отвечает и особенностям математики и информатики как наукам и учебным дисциплинам, для которых характерны опора на символьный язык, абстрактный характер объектов изучения, логичность и доказательность утверждений и выводов, алгоритмичность ряда методов, а для математики − неосуществимость эмпирической проверки ряда ее положений и др.[1] Использование символьного языка в математике и информатике позволяет подключить язык семантических сетей − представление информации в виде знаково-символьных схем, графов и др. и язык фреймовых моделей − разработку вариаций изучаемого математического объекта или их совокупности с опорой на устойчивые связи между их компонентами. Это согласуется с терминологией инженерии знаний, в которой база знаний трактуется как семантическая модель, описывающая предметную область и позволяющая отвечать на такие вопросы из этой предметной области, ответы на которые в явном виде не присутствуют в базе.

В образовании знания представляют собой результат мыслительной деятельности человека, направленной на актуализацию знаний (как освоенной информации и методов работы с ней), на развитие навыков и компетенций, обогащение и обобщение опыта. Как известно, вычислительное (или компьютерное) мышление – это процесс решения проблем, который включает разбиение сложной задачи на более простые шаги (декомпозицию), установление ключевых признаков (паттернов), которые помогают эффективно решить основную задачу, абстрагирование: выявление и учет ключевых и игнорирование несущественных свойств и связей, создание алгоритма решения по результатам предыдущих шагов, автоматизацию и оценку оптимальности алгоритма [3].

В практике обучения студентов математическому анализу мы используем задания, связанные с выявлением ключевых, повторяющихся применительно к разным математическим объектам свойств (отношений), разработкой шаблонов (фреймов) типовых заданий и их комбинаций с рандомной генерацией входящих параметров. Применение компьютерных технологий для выполнения таких заданий составляет суть семантического и аналитико-процедурного моделирования в процессе обучения студентов математическому анализу [1].

Семантическое моделирование - выявление общих черт в формулировках определений, свойств и теорем с целью расширения знаково-символического опыта оперирования математическими объектами. Оно применяется в отношении символьных записей формулировок критериев или признаков, которые в курсе математического анализа повторяются применительно к различным математическим объектам. Семантическое моделирование предполагает использование приема смысловых опор. Приведем пример его использования. Определение равномерной сходимости функционального ряда и несобственного интеграла укладываются практически в единую «канву», внутри которой варьируются лишь рассматриваемые объекты. Например, для функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x) = S(x),\ x \in X \subset R,\ S_n(x) = \sum_{k=1}^{n} u_k(x)$ определение равномерной сходимости на языке «$\varepsilon - \delta$» запишется в виде «цепочки»:

$$\langle\ \forall \varepsilon > 0\ \exists\ n_\varepsilon \in N : \forall n > n_\varepsilon\ \rangle \langle\ \forall x \in X\ \rangle \Rightarrow \langle\ \left|S_n(x) - S(x)\right| < \varepsilon\ \rangle.$$

Для несобственного интеграла $I(x) = \int_a^w f(t,x)\,dt,\ x \in X$ с особенностью в точке w определение его равномерной сходимости на множестве X может быть записано в виде:

$$\langle \forall \varepsilon > 0\ \exists \eta_\varepsilon \in (a,w) : \forall \eta \in (\eta_\varepsilon, w)\ \rangle \langle\ \forall x \in X\ \rangle \Rightarrow \langle\ \left|\int_a^\eta f(t,x)dt - I(x)\right| < \varepsilon\ \rangle.$$

В этих определениях три ключевых фрагмента, которые разделены значками $\langle\ \rangle$, однотипны и неизменны с точки зрения их сущности: первый – что для любого положительного ε существует некоторый объект, зависящий от выбора ε $(\forall \varepsilon > 0\ \exists \ldots)$; второй – что рассматриваемое далее условие должно выполняться на всем множестве X, т. е. $\forall x \in X$; третий – оценка модуля разности рассматриваемых математических объектов. Таким образом, выделенные выше фрагменты являются *смысловыми опорами понятия равномерной сходимости,* которая изучается применительно к разным обьекта курса – функциям, интегралам, функциональным рядам. Если фрагменты, стоящие в приведенных формулировках на втором месте переместить на первое, то получим определение не равномерной, а поточечной сходимости функционального ряда или несобственного интеграла. Это как перенос запятой в известной фразе «Казнить нельзя помиловать». Использование динамического визуального скриншота для сравнения этих формулировок способствует лучшему усвоению Использование приема смысловых опор также целесообразно при работе с определениями непрерывности и дифференцируемости функций одной и многих переменных, а также некоторыми другими понятиями курса.

Аналитико-процедурное моделирование состоит в разработке шаблонов (фреймов) заданий, которые включают ряд параметров, в зависимости от которых для выполнения задания необходимо применить тот или иной метод, критерий или признак и реализуются средствами Volfram Mathematica. Например, таких, как

$$\lim_{n\to\infty} \frac{An^{k+1} + a^n}{Ba^n + \ln n^p + Cn^{k+1}};\quad \int \frac{\sin f(x) f'(x)}{\cos^k f(x)} dx$$

Выполнение таких заданий направлено на развитие умения анализировать представленную задачу с целью установления того, какой метод решения или исследования будет оптимальным, а далее выбора подходящей ориентировочной основы действий для его решения. Количество параметров в заданиях увеличивается по мере усложнения заданий. Такая организация содержания обучения состоит

− в комплексном использовании символьно-семантической и графической наглядности в сочетании с аналитико-алгоритмической деятельностью,

−включении элементов проблемного обучения в виде постановки вопросов или выявления противоречий, которые побуждают к самостоятельному осмыслению и изучению существенных связей, свойств и отношений рассматриваемых математических объектов,

−в переключении студентов с созерцательно-репродуктивной на активно-деятельностную позицию.

Литература

1. Бровка Н.В. Об инженерии знаний и обучении студентов механико-математических специальностей // Университетский педагогический журнал: БГУ, 2022. − №1. С. 3 – 8.

2. Баррат Д. Последнее изобретение человечества: искусственный интеллект и конец эры Homo sapiens. – М.: Альпина нон-фикшн, 2015. – 36 с.

3. Kallia M, van Borkulo SP, Drijvers P, Barendsen E, Tolboom J. Characterising computational thinking in mathematics education: a literature-informed Delphi study. Research in Mathematics Education. 2020;3:159–187. DOI: 10.1080/14794802. 2020.1852104.2

СПЕЦИФИКА УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ «ОСНОВЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ» ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ «СОЦИОЛОГИЯ», «СОЦИАЛЬНЫЕ КОММУНИКАЦИИ»

Велько О.А.

Белорусский государственный университет, г. Минск

Связь социологии и математики в последние годы становится все более тесной и многоплановой. В настоящее время невозможно представить себе социолога, не знающего математических методов исследования основных экономических процессов и закономерностей на производстве и в обществе. Поэтому математические дисциплины занимают одно из ведущих мест в общем ряде дисциплин на факультете философии и социальных наук. Дисциплина «Основы высшей математики и теории вероятностей» является основой для изучения следующих учебных дисциплин: «Анализ и представление результатов социальных исследований», «Прикладная статистика» «Статистический анализ социологической информации» и «Социальная и экономическая статистика». Кроме того, практические навыки, полученные при изучении дисциплины, будут полезны студентам при написании курсовых и дипломной работ, проведении исследовательских проектов, а также в самообразовании.

Анализ исследований по проблемам преподавания математики в вузах показывает, что содержание математической подготовки студентов должно формироваться в соответствии с их специализацией. Таким образом, принцип профессиональной