Библиографические ссылки

1. *Weber A., Sturm Th., Adbel-Rahman E. O.* Algorithmic global criteria for excluding oscillations // Bull. of Math. Biology. 2011. V. 73. № 4. P. 899–916.
2. *Черкас Л. А.* Функция Дюлака полиномальных автономных систем на плоскости // Дифференц. уравнения. 1997. Т. 33. № 5. С. 689–699.

О РЕШЕНИЯХ СТАЦИОНАРНЫХ ИЕРАРХИЙ ПЕРВОГО И ВТОРОГО УРАВНЕНИЙ ПЕНЛЕВЕ

В. И. Громак

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
vgromak@gmail.com

Для стационарных иерархий первого и второго уравнений Пенлеве для специальных значений параметров установлена вложимость множеств решений.

В работе рассматриваются аналитические свойства решений иерархий первого и второго уравнений Пенлеве, которые являются бесконечными последовательностями нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений четного порядка, имеющих единую дифференциально-алгебраическую структуру, при этом первыми членами таких иерархий являются уравнения Пенлеве. Уравнения иерархий, как и сами уравнения Пенлеве, обладают симметриями, определяемыми преобразованиями Беклунда [1–3]. При специальных значениях параметров эти иерархии имеют классы решений, выражающиеся через классические трансцендентные функции, а также алгебраические или даже рациональные решения. Для второго уравнения Пенлеве и его иерархии это обобщенные полиномы Яблонского–Воробьева, которые позволяют построить рациональные решения уравнений иерархии уравнения Кортевега–де Фриза.

Рассмотрим обобщенную иерархию первого уравнений Пенлеве в виде

$$P_1^{[2n-2]}: \quad \mathcal{L}_n[q(z)] - \gamma_n z - \delta_n = 0, \quad n \in \mathbb{N},$$

и обобщенную иерархию второго уравнения Пенлеве

$$P_2^{[2n]}: \quad (D+2w)\mathcal{L}_n[w'-w^2] - (k_n z + p_n)w - \alpha_n = 0, \quad n \in \mathbb{N}, \tag{1}$$

где оператор $\mathcal{L}_n$ определяется рекуррентным соотношением

$$D\mathcal{L}_{n+1}[u] = (D^3 + (4u+\beta_n)(D+2Du))\mathcal{L}_n[u],$$

$$D = d/dz, \quad \mathcal{L}_1[u] = u, \quad u = u(z), \quad n \in \mathbb{N}, \tag{2}$$

а $\alpha_n,\ \beta_n,\ \gamma_n,\ \delta_n,\ k_n,\ p_n$ – параметры.

Обыкновенные дифференциальные уравнения (1), (2), определяемые оператором $\mathcal{L}_n$ (3), имеют соответственно порядок $2n-2$ и $2n$. Уравнение (1) при $n=2$ и уравнение (2) при $n=1$ определяют соответственно первое и второе уравнение Пенлеве.

Обозначим через G_{2n-2} и H_{2n} множество решений соответственно уравнения (1) и (2) при фиксированных значениях параметров.

Теорема. *Пусть $q(z)$ – решение уравнения (1) при фиксированных значениях параметров γ_n, δ_n. Тогда функция $w(z)$, определяемая как решение уравнения Риккати $w'(z) = w(z)^2 + q(z)$, является решением уравнения (2) при значениях параметров*

$$k_n = 2\gamma_n, \quad p_n = 2\delta_n, \quad \alpha_n = k_n/2. \tag{3}$$

Сформулированное утверждение условно определяет вложение множеств решений уравнений (1) и (2) при некоторых соотношениях между параметрами (4), которое справедливо и в стационарном случае уравнений (1) и (2), т.е. в случае $k_n = \gamma_n = 0$. Заметим, что в стационарном случае $k_n = \gamma_n = 0$, при некоторых дополнительных условиях на остальные параметры, которые мы здесь не приводим в силу громоздкости, также справедливы включения

$$G_0 \subset G_2 \subset G_4 \subset G_6, \quad H_2 \subset H_4 \subset H_6 \subset H_8. \tag{4}$$

Заметим, что свойство вложимости множеств решений (5) для первых стационарных уравнений иерархий (1), (2) частично получено в [4].

Библиографические ссылки

1. *Airault H.* Rational solutions of Painlevé equationsc // Stud. Appl. Math. 1979. V. 61. P. 31–53.

2. *Gromak V. I., Laine I., Shimomura S.* Painleve Differential Equations in the Complex Plane. De Gruyter. Studies in Mathematics V. 28. Berlin; New York, 2002.

3. *Кудряшов Н.А.* Аналитическая теория нелинейных дифференциальных уравнений, М.; Ижевск, 2004.

4. *Громак В. И.* О преобразовании Беклунда стационарных уравнений иерархии второго уравнения Пенлеве // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 2024. Т. 60. № 3. С. 195–202.

УСЛОВИЕ УСТОЙЧИВОСТИ В ЦЕЛОМ РЕЖИМА РАВНОМЕРНОГО ВРАЩЕНИЯ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОМОТОРА

Б. И. Коносевич, Ю. Б. Коносевич

Институт прикладной математики и механики, Донецк, Россия
konos.donetsk@yandex.ru

На основе двухтоковой модели асинхронного электромотора установлено достаточное условие устойчивости в целом режима его равномерного вращения.

Простейшая адекватная модель асинхронного электромотора получена в [1] из двухтоковой модели синхронного электромотора. После введения вместо токов переменных x, y она приведена к системе трех обыкновенных дифференциальных уравнений

$$C\ddot{\gamma} = -ay + M_d(\omega + \dot{\gamma}), \quad \dot{x} = -bx - \dot{\gamma}y, \quad \dot{y} = -by + \dot{\gamma}(x+1) \tag{1}$$