Аппроксимативно управляемую ЛНСВС можно с помощью гладких управлений из последовательности $\{u_{i\sigma}(t,\mu)\}$ из любого начального состояния z_0 перевести в сколь угодно малую ε-окрестность нулевого состояния за сколь угодно малое время, предшествующее моменту σ.

Определим матрицы

$$A_s(t) \triangleq A_1(t) - A_2(t)A_4^{-1}(t)A_3(t), \quad B_s(t) \triangleq B_1(t) - A_2(t)A_4^{-1}(t)B_2(t);$$

n-вектор функции $q_i^j(t)$, $j=\overline{0,i}$, $i=\overline{0,n-1}$ по рекуррентным формулам $q_i^j(t) = \big(A^0(t)q_{i-1}^j(t) + A^1(t)q_{i-1}^{j-1}(t) - \dot q_{i-1}^j(t)\big)$, $q_0^0(t) = B^0(t)$, $q_0^1(t) = B^1(t)$, $q_i^j(t) = 0$ при $j<0$ или $j>i+1$; n_1-вектор функции $q_{si}(t)$, $i=\overline{0,n_1-1}$, и n_2-вектор функции, $q_{fi}(t)$, $i=\overline{0,n_2-1}$, по рекуррентным формулам $q_{si}(t) = A_s(t)q_{s,i-1}(t) - \dot q_{s,i-1}(t)$, $q_{s0}(t) = B_s(t)$, $q_{si}(t)=0$ при $i<0$, $q_{fi}(t) = A_4(t)q_{f,i-1}(t)$, $q_{f0}(t) = B_2(t)$, $q_{fi}(t) = 0$ при $i<0$.

Составим матрицы $Q_s(t) = \{q_{si}(t),\ i=\overline{0,n_1-1}\}$, $Q_f(t) = \{q_{fi}(t),\ i=\overline{0,n_2-1}\}$.

Теорема. *Если функции $q_i^j(t)$, $i=\overline{0,n-1}$, $j=\overline{0,i}$, непрерывно-дифференцируемы на T, то ЛНСВС (1) имеет класс $n-1$ для любого $\mu>0$. Если к тому же $\operatorname{rank} Q_s(t) = n_1$, $\operatorname{rank} Q_f(t) = n_2$, для любого $t\in T$, то ЛНСВС (1) аппроксимативно управляема на T при всех достаточно малых $\mu\in(0,\mu^0]$.*

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь в рамках государственной программы научных исследований Республики Беларусь на 2021–2025 гг. (шифр задания «Конвергенция 1.2.04»).

Библиографические ссылки

1. *Антосик П., Микусинский Я., Сикорский Р.* Теория обобщенных функций. Секвенциальный подход. М., 1976.

2. *Куржанский А. Б.* О синтезе импульсных управлений и теории быстрых управлений // Тр. МИАН. 2010. Т. 268. С. 215–230.

ЭКРАНИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ТОНКОСТЕННЫМ СФЕРИЧЕСКИМ ЭКРАНОМ

Г. Ч. Шушкевич

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Гродно, Беларусь
gsys@grsu.by

Рассматривается аналитическое решение задачи экранирования высокочастотного электромагнитного поля тонкостенным сферическим экраном. Для аналитического решение поставленной задачи используются векторные сферические волновые функции.

Электромагнитная обстановка представляет собой совокупность электромагнитных полей в заданной области пространства, которая может влиять как на биологические объекты, так и на функционирование конкретных электронных устройств. Для создания благоприятной электромагнитной обстановки производится электромагнитное экранирование [1]. Пусть в пространстве $\mathbb{R}^3$ находится тонкостенный сферический экран толщиной Δ, ограниченный сферическими поверхностями $S_2(r = a_2)$ и $S_1(r = a_1)$, $a_2 > a_1$. Обозначим внешнюю часть пространства по отношению к экрану через $D_2(r > a_2)$, внутреннюю – через $D_1(r < a_1)$. Тонкостенный экран выполнен из материала с электромагнитными параметрами ε, μ, γ : ε – диэлектрическая проницаемость, μ – абсолютная магнитная проницаемость, γ – удельная электрическая проводимость Область D_m, $m = 1, 2$, заполнена средой с электромагнитными параметрами ε_m, μ_m, γ_m. В области D_2 расположен источник электромагнитного поля – магнитный диполь Герца, колеблющийся с круговой частотой ω.

Будем полагать, что на поверхностях S_1 и S_2 отсутствуют поверхностные токи и заряды. Для тонкостенных оболочек электромагнитное поле внутри оболочки не исследуется. Граничные условия рассматривают на срединной поверхности S_c [2, 3].

Обозначим через $\vec{E}_e$, $\vec{H}_e$ векторы напряженности электрического и магнитного полей диполя соответственно. В результате взаимодействия электромагнитного поля диполя с тонкостенным экраном образуются вторичные поля. Пусть $\vec{E}_m$, $\vec{H}_m$ – вторичные поля в области $D_m, m = 1, 2$.

Постановка задачи. Требуется определить вторичные электромагнитные поля $\vec{E}_2, \vec{H}_2 \in C^1(D_2)\bigcap C(\bar{D}_2)$, $\vec{E}_1, \vec{H}_1 \in C(D_1)\bigcap C(\bar{D}_1)$, которые удовлетворяют:

– уравнениям Максвелла [2]

$$\mathrm{rot}\vec{E}_m = i\omega\mu_m\vec{H}_m, \quad \mathrm{rot}\vec{H}_m = -i\omega\varepsilon_m\vec{E}_m, \quad m = 1, 2;$$

– граничным условиям на поверхности сферы S_c

$$[\vec{n}, \vec{E}_e + \vec{E}_2 - \vec{E}_1]|_{S_c} = Z[\vec{n}, [\vec{H}_e + \vec{H}_2 + \vec{H}_1, \vec{n}]]|_{S_c},$$

$$[\vec{n}, \vec{H}_e + \vec{H}_2 - \vec{H}_1]|_{S_c} = G[\vec{n}, [\vec{E}_e + \vec{E}_2 + \vec{E}_1, \vec{n}]]|_{S_c},$$

$$Z = ik\,\mathrm{tg}\,(0.5k\Delta)/\omega\varepsilon, \quad G = ik\,\mathrm{tg}\,(0.5k\Delta)/\omega\mu, \quad k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu},$$

где $\vec{n}$ – единичная нормаль к поверхности S_c;

– условию на бесконечности

$$\lim_{r\to\infty} r\left(\frac{\partial\vec{E}_2}{\partial r} - ik_2\vec{E}_2\right) = 0, \quad \lim_{r\to\infty} r\left(\frac{\partial\vec{H}_2}{\partial r} - ik_2\vec{H}_2\right) = 0.$$

Для решения задачи вторичные электромагнитные поля представим в виде суперпозиции векторных сферических волновых функций [4]. После выполнения граничных условий получим систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов, входящих в представление вторичного поля.

Библиографические ссылки

1. *Кечиев Л. Н.* Экранирование радиоэлектронной аппаратуры. М., 2019.

2. *Аполлонский С. М.* Моделирование и расчет электромагнитных полей в технических устройствах. Т. III. Расчеты электромагнитных полей в научных и инженерно-технических задачах. М., 2024.

3. *Ерофеенко В. Т., Козловская И. С.* Аналитическое моделирование в электродинамике. Мн., 2010.

4. *Шушкевич Г. Ч.* Рассеяние поля электрического диполя на многослойном биизотропном шаре // Всерос. конф. с междунар. участием (Теория управления и математическое моделирование). Ижевск, 2020. С. 347–348.