где $\lambda : \mathbb{R}^2 \ni \boldsymbol{x} \to \lambda(\boldsymbol{x}) \in \mathbb{R}$, $f : \mathbb{R}^2 \ni \boldsymbol{x} \to f(\boldsymbol{x}) \in \mathbb{R}$ некоторые заданные функции. К уравнению (1) присоединяются начальные условия типа Коши

$$u|_{x_0} = \varphi(x_1), \quad \partial_{x_0} u|_{x_0} = \psi(x_1), \quad x_1 \in [0, l] \tag{2}$$

и граничные условия

$$\sum_{|\alpha| \leqslant \mathbf{n_j}} r_j^{(\alpha)}(x_0) \frac{\partial^{|\alpha|} u}{\partial_{x_0}^{\alpha_0} \partial_{x_1}^{\alpha_1}}(x_0, j) = \mu^{(j)}(x_0), \quad j \in \{0, l\}, \quad n_j \in \mathbb{N}, \quad n_j \geqslant 2. \tag{3}$$

Теорема. *Пусть функции* λ, $f \in C^{2n_m + k\zeta_j}$, $\mu^{(j)}, r_j^{(\alpha)} \in C^{n_j + k\zeta_j}([0, +\infty))$, $\varphi \in C^{2n_m + k\zeta_j}$, $\psi \in C^{2n_m - 1 + k\zeta_j}$, $j \in \{0, l\}$ *где* $n_m = \max(n_0, n_l)$, ζ_j *определяет скорость ухудшения гладкости решения и зависит от оператора граничных условий (3). Тогда классическое решение* u *задачи (1)–(3) существует и единственно в классе* $C^{n_m}([0, kl/a] \times [0, l])$ *тогда и только тогда, когда выполняются условия согласования*

$$\sum_{\nu_j = 0}^{n_j - 1} d^i \beta_{\nu_j}^{(j)}(j) C_{\nu_j}^{(0)} + \sum_{\nu_j = 0}^{n_j - 1} d^{i + n_0} \left(\beta_{\nu_j}^{(j)}(z) \int\limits_{\xi_j}^{z} \frac{W_{\nu_j + 1}^{(j)}(\tau)}{r_j^{n_j}(\tau) W^{(j)}(\tau)} \, d\tau \right), \quad i = \overline{0, k\zeta_j},$$

где $\beta_{\nu_j}^{(j)}$ *– функции фундаментальной системы решений уравнения (3),* $W^{(j)}$ *– определитель Вронского данной системы.*

Доказательство. Данная теорема доказывается с использованием метода характеристик, описанного в [1, с. 134], метода последовательных приближений, который применяется для доказательства разрешимости интегральных уравнений типа Вольтерры второго рода [2] и сведений о разрешимости линейных дифференциальных уравнений [3, с. 92].

Замечание. Если $\zeta_j = 0$, $j \in \{0, l\}$, то существование и единственность классического решения u задачи (1)–(3) можно доказать для $x_0 \in [0, +\infty)$.

Библиографические ссылки

1. *Корзюк В. И.* Уравнения математической физики. М., 2021.

2. *Корзюк В. И., Столярчук И. И.* Классическое решение первой смешанной задачи для гиперболического уравнения второго порядка в криволинейной полуполосе с переменными коэффициентами // Дифференц. уравнения. 2017. Т. 53. № 1. С. 77–88.

3. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. СПб, 2023.

МЕТОД ОПИСАНИЯ РЕШЕНИЙ МОДЕЛИ ЛЕОНТЬЕВА–ФОРДА В КОНЕЧНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ И ЕГО БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫЕ АНАЛОГИ

А. Н. Таныгина

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

anastminsk@gmail.com

Рассматриваются методы описания решений модели Леонтьева–Форда в конечномерных пространствах и идеальных пространствах.

В докладе приводится неявный метод описания всех неотрицательных решений открытой модели Леонтьева–Форда [1], в которой изучаются одновременно два процесса: процесс производства благ для потребителей и процесс уничтожения ущербов в окружающей среде, возникающих в процессе производства благ. Основные уравнения этой модели образуют следующую систему:

$$x = A_{11}x + A_{12}y + c,$$

$$y = A_{21}x + A_{22}y - d, \tag{1}$$

где вектор $x \in \mathbb{R}^m_+$ описывает объемы производимых в системе благ, вектор $y \in \mathbb{R}^n_+$ – объемы ущербов, возникающих в процессе производства и уничтожаемых в системе, вектор $c \in \mathbb{R}^m_+$ – объемы потребляемых благ, вектор $d \in \mathbb{R}^n_+$ – объемы ущербов, остающихся в природе в результате производства; A_{ij} $(i, j = 1, 2)$ – неотрицательные матрицы. Модель является открытой в том смысле, что на производимые блага существует спрос, т. е. $c \neq 0$.

Необходимость разработки способа, позволяющего описать множество всех решений открытой модели Леонтьева–Форда, возникает вследствие того, что система линейных уравнений, соответствующая рассматриваемой модели, оказывается недоопределенной: неизвестными в системе (1) являются не только векторы x и y, но и вектор d. Такой подход к изучению конечномерной модели Леонтьева–Форда был предложен в [2].

Способ описания решений состоит в следующем: к имеющимся двум уравнениям системы (1) добавляется третье, представляющее собой выражение вектора d через x и y:

$$d = \Lambda(A_{21}x + A_{22}y),$$

где Λ – диагональная матрица, удовлетворяющая свойству $0 \leqslant \Lambda \leqslant I$. При этом неотрицательное решение (x, y, d) системы (1), являющееся также решением новой системы с фиксированной матрицей Λ, называется Λ-*решением* системы (1).

Полученные результаты распространяются на случай открытой модели Леонтьева–Форда в идеальных пространствах. Обозначим множество всех благ через Ω_+, а множество всех ущербов через Ω_-. Основные уравнения модели Леонтьева–Форда в идеальных пространствах образуют систему

$$x(\omega) = A_{11}x(\omega) + A_{12}y(\omega) + c(\omega),$$

$$y(\omega) = A_{21}x(\omega) + A_{22}y(\omega) - d(\omega), \tag{2}$$

где $x, c \in X$, $y, d \in Y$ – неотрицательные функции, имеющие такой же экономический смысл, как и соответствующие векторы в конечномерном случае (X – идеальное пространство функций на Ω_+, Y – идеальное пространство функций на Ω_-); A_{ij} $(i, j = 1,\ 2)$ – линейные положительные операторы; $A_{11} : X \to X$, $A_{12} : Y \to X$, $A_{21} : X \to Y$, $A_{22} : Y \to Y$. Функция c предполагается заданной, а функции x, y и d – неизвестными, в силу чего система (2) оказывается недоопределенной.

В работе [3] показывается, что исследование существования неотрицательных решений для модели Леонтьева–Форда в идеальных пространствах сводится к исследованию неотрицательной разрешимости операторного уравнения

$$h(\omega) = A_\Lambda h(\omega) + w(\omega),$$

где $h(\omega) = x(\omega)$ для $\omega \in \Omega_+$, $h(\omega) = y(\omega)$ для $\omega \in \Omega_-$, $w(\omega) = c(\omega)$ для $\omega \in \Omega_+$, $w(\omega) = 0$ для $\omega \in \Omega_-$,

$$A_\Lambda h(\omega) = \begin{cases} A_{11}x(\omega) + A_{12}y(\omega), & \text{если } \omega \in \Omega_+, \\ (I-\Lambda)A_{21}x(\omega) + (I-\Lambda)A_{22}y(\omega), & \text{если } \omega \in \Omega_-. \end{cases}$$

Приводится критерий того, что неравенство $\rho(A_\Lambda) < 1$ является необходимым условием существования Λ-решения системы (2).

Библиографические ссылки

1. *Леонтьев В. В., Форд Д.* Межотраслевой анализ воздействия структуры экономики на окружающую среду // Экономика и математические методы. 1972. Т. 8. № 3. С. 370–399.

2. *Забрейко П. П.* Открытая модель Леонтьева–Форда // Тр. Института математики НАН Беларуси. 2007. Т. 15. № 2. С. 25–36.

3. *Забрейко П. П., Таныгина А. Н.* Описание решений открытой модели Леонтьева—Форда в идеальных пространствах // Тр. Ин-та математики НАН Беларуси. 2008. Т. 16. № 2. С. 37—48.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ТРЕТЬЕГО ПОКОЛЕНИЯ

И. В. Трифонова, Ю. М. Вувуникян, Ваньли Чэнь

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Гродно, Беларусь
irinat@grsu.by, vuv64@mail.ru, chen_v1_21@student.grsu.by

В представленной работе рассматривается вопрос математического моделирования импульсных нейронных сетей на основе нелинейных эволюционных операторов с обобщенными импульсными характеристиками.

Импульсные нейронные сети, моделируемые нейроны которой ближе к реальности, также учитывает влияние информации о времени. Идея такова: нейрон в динамической нейронной сети активируется не при каждой итерации распространения, а только тогда, когда его мембранный потенциал достигает определенного значения. Когда нейрон активируется, он подает сигнал другим нейронам, повышая или понижая их мембранный потенциал.

В импульсной нейронной сети текущий уровень активации нейрона обычно считается текущим состоянием, а входной выброс будет повышать текущее значение на определенный период времени, а затем постепенно снижаться.

С помощью исследований в области нейробиологии создается модель нейронной сети на основе времени генерации импульсов. Этот новый тип нейронной сети использует пиковое кодирование. Получив точную синхронизацию импульсов, этот новый тип нейронной сети может получить больше информации и большую вычислительную мощность.