

адекватная из построенных моделей выбиралась на основе минимизации информационных критериев Акайка AIC, и BIC (функции AIC() BIC()). Наилучшей признана модель с наименьшими значениями параметров ARIMA (0, 1, 1)(0, 1, 1)₁₂. t -статистики всех коэффициентов модели по абсолютной величине больше критического значения t -критерия Стьюдента (равного 1.98 при уровне $p = 0.05$ и числе степеней свободы 142), поэтому коэффициенты модели являются значимыми на уровне значимости 5 %.

Модель ARIMA (0, 1, 1)(0, 1, 1)₁₂ в операторном виде (в скобках указаны стандартные ошибки оценок коэффициентов) имеет вид

$$(1 - B_{12})(1 - B)x_t = \underset{(0.10358)}{(1 - 0.81352B_{12})}\underset{(0.08252)}{(1 - 0.41995B)}\varepsilon_t. \quad (1)$$

Проверка адекватности модели (анализ остатков) выполнялась по критериям отсутствия автокорреляции остатков, нормальности распределения остатков и постоянства дисперсии. Все критерии были выполнены. Оценку точности модели выполнялась на основании ретропрогноза. Относительная погрешность ретропрогноза по модели (1) не превышает 7%.

Заключение. Проведенный анализ показал, что потребление природного газа в Гродненской области демонстрирует явную сезонную составляющую и тренд. Модель ARIMA (0, 1, 1)(0, 1, 1)₁₂ оказалась адекватной и значимой для описания временного ряда. Ретропрогноз модели показал относительную погрешность, не превышающую 7%, что подтверждает ее высокую точность. Данный подход к моделированию может быть применен для прогнозирования потребления газа и планирования ресурсоснабжения в регионе.

Библиографические ссылки

1. Айвазян С. А. Прикладная статистика. Основы эконометрики. Т. 2. М., 2001.
2. Ханк Д. Э., Уичери У., Райте А. Дж. Бизнес-прогнозирование. М., 2003.

КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТИПА КЛЕЙНА–ГОРДОНА–ФОКА С ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ ПОЛИНОМАМИ В ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

И. И. Столярчук

ООО «Нэксстсофт», Минск, Беларусь
stolyarchuk.ivan.i@gmail.com

Для уравнения типа Клейна–Гордона–Фока, заданным в полуполосе, рассматриваются смешанная задача с дифференциальными полиномами в граничных условиях, для которой исследуются вопросы, связанные с существованием и единственностью классического решения.

Постановка задачи. Рассмотрим на множестве $\bar{Q} = \{\mathbf{x} : \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2, x_0 \in [0, +\infty), x_1 \in [0, l]\}$ смешанную задачу для уравнения типа Клейна–Гордона–Фока

$$\partial_{x_0}^2 u - a^2 \partial_{x_1}^2 u - \lambda u = f, \quad (1)$$

где $\lambda : \mathbb{R}^2 \ni \mathbf{x} \rightarrow \lambda(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}$, $f : \mathbb{R}^2 \ni \mathbf{x} \rightarrow f(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}$ некоторые заданные функции. К уравнению (1) присоединяются начальные условия типа Коши

$$u|_{x_0} = \varphi(x_1), \quad \partial_{x_0} u|_{x_0} = \psi(x_1), \quad x_1 \in [0, l] \quad (2)$$

и граничные условия

$$\sum_{|\alpha| \leq n_j} r_j^{(\alpha)}(x_0) \frac{\partial^{|\alpha|} u}{\partial x_0^{\alpha_0} \partial x_1^{\alpha_1}}(x_0, j) = \mu^{(j)}(x_0), \quad j \in \{0, l\}, \quad n_j \in \mathbb{N}, \quad n_j \geq 2. \quad (3)$$

Теорема. Пусть функции λ , $f \in C^{2n_m+k\zeta_j}$, $\mu^{(j)}, r_j^{(\alpha)} \in C^{n_j+k\zeta_j}([0, +\infty))$, $\varphi \in C^{2n_m+k\zeta_j}$, $\psi \in C^{2n_m-1+k\zeta_j}$, $j \in \{0, l\}$ где $n_m = \max(n_0, n_l)$, ζ_j определяет скорость ухудшения гладкости решения и зависит от оператора граничных условий (3). Тогда классическое решение и задачи (1)–(3) существует и единственно в классе $C^{n_m}([0, kl/a] \times [0, l])$ тогда и только тогда, когда выполняются условия согласования

$$\sum_{\nu_j=0}^{n_j-1} d^i \beta_{\nu_j}^{(j)}(j) C_{\nu_j}^{(0)} + \sum_{\nu_j=0}^{n_j-1} d^{i+n_0} \left(\beta_{\nu_j}^{(j)}(z) \int_{\xi_j}^z \frac{W_{\nu_j+1}^{(j)}(\tau)}{r_j^{n_j}(\tau) W^{(j)}(\tau)} d\tau \right), \quad i = \overline{0, k\zeta_j},$$

где $\beta_{\nu_j}^{(j)}$ – функции фундаментальной системы решений уравнения (3), $W^{(j)}$ – определитель Вронского данной системы.

Доказательство. Данная теорема доказывается с использованием метода характеристик, описанного в [1, с. 134], метода последовательных приближений, который применяется для доказательства разрешимости интегральных уравнений типа Вольтерры второго рода [2] и сведений о разрешимости линейных дифференциальных уравнений [3, с. 92].

Замечание. Если $\zeta_j = 0$, $j \in \{0, l\}$, то существование и единственность классического решения и задачи (1)–(3) можно доказать для $x_0 \in [0, +\infty)$.

Библиографические ссылки

1. Корзюк В. И. Уравнения математической физики. М., 2021.
2. Корзюк В. И., Столярчук И. И. Классическое решение первой смешанной задачи для гиперболического уравнения второго порядка в криволинейной полуполосе с переменными коэффициентами // Дифференц. уравнения. 2017. Т. 53. № 1. С. 77–88.
3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. СПб, 2023.

МЕТОД ОПИСАНИЯ РЕШЕНИЙ МОДЕЛИ ЛЕОНТЬЕВА–ФОРДА В КОНЕЧНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ И ЕГО БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫЕ АНАЛОГИ

А. Н. Таныгина

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
anastminsk@gmail.com

Рассматриваются методы описания решений модели Леонтьева–Форда в конечномерных пространствах и идеальных пространствах.

В докладе приводится неявный метод описания всех неотрицательных решений открытой модели Леонтьева–Форда [1], в которой изучаются одновременно два про-