

ДИНАМИЧЕСКИЕ МНОГОФАКТОРНЫЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОБОБЩЕННО НЕЙТРАЛЬНОГО ПО ХАРРОДУ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА

А. Ф. Проневич¹⁾, Г. А. Хацкевич²⁾

¹⁾ Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Гродно, Беларусь;

²⁾ Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск,
Беларусь

pranevich@grsu.by, g.a.khatskevich@gmail.com

Предложена концепция обобщенной нейтральности научно-технического прогресса по Харроду. Получены аналитические формы динамических многофакторных производственных функций, которые учитывают обобщенно нейтральный по Харроду научно-технический прогресс. Для однородных динамических производственных функций результаты конкретизированы.

Рассмотрим динамическую многофакторную производственную функцию (ПФ)

$$y = f(x, t), \quad (1)$$

где y – выпуск продукции, $x = (x_1, \dots, x_n)$ есть вектор затрат производственных ресурсов, t – параметр времени из полуоткрытого числового луча $\mathbb{R}_+ = [0; +\infty)$, каждое значение которого выражает определенный уровень научно-технического прогресса (НТП), а неотрицательная функция f является дважды непрерывно дифференцируемой на множестве $D = G \times \mathbb{R}_+$, экономическая область $G \subset \mathbb{R}_+^n = \{x \in \mathbb{R}^n: x_i \geq 0, i = 1, \dots, n\}$.

Цель данной работы – предложить концепцию обобщенной нейтральности по Харроду в многофакторном случае (для случая $n = 2$ см., например, [1, с. 22–272; 2]) и установить аналитические виды динамических многофакторных ПФ, учитывающих обобщенно нейтральный по Харроду НТП. Способ построения динамических многофакторных ПФ основан на нахождении решений дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка методом характеристик.

Будем говорить, что НТП является *обобщенно нейтральным по Харроду относительно фактора производства* x_i , $i \in \{1, \dots, n\}$, если предельная производительность i -го фактора не изменится с течением времени при фиксированной средней отдаче обобщенного ресурса, т.е.

$$MP_i(f) = \partial_{x_i} f(x, t) = \text{const} \quad \text{при} \quad \frac{y}{\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j} = \text{const} \quad (\alpha_j \in \mathbb{R}_+, j = 1, \dots, n). \quad (2)$$

Из определения обобщенной нейтральности НТП по Харроду (2) при $\alpha_j = 0$, $j = 1, \dots, n$, $j \neq i$, $\alpha_i = 1$, следует определение нейтральности НТП по Харроду относительно i -го фактора.

Если условие нейтральности (2) выполняется при всех индексах $i = 1, \dots, k$, $k \leq n$, то скажем, что НТП является *обобщенно нейтральным по Харроду относительно факторов производства* x_1, \dots, x_k , а при $k = n$ – просто *обобщенно нейтральным по Харроду*.

Основной результат работы выражает следующее утверждение.

Теорема (аналитический вид ПФ, учитывающий обобщенно нейтральный по Харроду НТП). *Динамическая многофакторная ПФ (1) учитывает обобщенно нейтральный по Харроду относительно факторов производства x_1, \dots, x_k , $k \leq n$, НТП тогда и только тогда, когда многофакторную ПФ (1) можно представить в аналитической форме*

$$f(x, t) = \Phi \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j x_j, \Psi(x_{k+1}, \dots, x_n, t) \right) \quad \forall (x, t) \in G \times T,$$

где Φ – неотрицательная линейно-однородная непрерывно дифференцируемая функция двух переменных, а Ψ есть некоторая непрерывно дифференцируемая функция.

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (НИР «Экономико-математическое моделирование научно-технического прогресса в контексте производственных функций для прогнозирования экономического роста Республики Беларусь», № ГР 20221093).

Библиографические ссылки

1. Harrod R. F. Towards a dynamic economics. London, 1948.
2. Проневич А. Ф., Хацкевич Г. А. Научно-технический прогресс и нейтральность по Хиксу, Харроду и Солоу: генезис, построение и обобщение // Белорус. экономич. журн. 2020. № 3. С. 87–105.

О СИЛЬНОЙ ИЗОХРОННОСТИ НЕГРУБОГО ФОКУСА

А. Е. Руденок, М. Н. Василевич

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
roudenok@bsu.by, vasilmn@bsu.by

Построена нормализующая замена сильно изохронного негрубого фокуса. Найдены изохроны сильно изохронного негрубого фокуса системы с квадратичными нелинейностями. Строятся фазовые портреты полученных изохронных фокусов и их изохрон.

Изохронной [1] называется автономная система на плоскости, особая точка $O(0, 0)$ которой является центром или фокусом, и для которой существует гладкая кривая γ , исходящая из особой точки и трансверсальная к векторному полю системы, такая, что в некоторой достаточно малой окрестности $O(0, 0)$ любая точка, движущаяся по траектории системы (изображающая точка), совершает обороты от γ к γ за одно и то же время T .