3. *Абрашина-Жадаева Н. Г.* Интеграция предметных дисциплин через математическое моделирование // Матер. Междунар. научно-практич. конф. «Проблемы преподавания высшей математики и информатики в условиях новой образовательной парадигмы». Мн., БГУ, 2024. С. 39–40.

4. *Глецевич М. А. и др.* Дифференциальные уравнения: тесты для студентов учреждений высшего образования // БГУ, физ. фак., каф. высшей математики и мат. физики. Издательская система. Мн.: БГУ, 2023.

5. *Артамонова Е. В., Артамонов В. А.* Проблемы образования в постиндустриальную эпоху // Социальные новации и социальные науки. М., 2021. № 1. С. 65–79.

ПОСТРОЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА В ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

И. Е. Андрушкевич

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
racursj@yandex.ru

Уравнения Максвелла в современном представлении являются наиболее полной математической моделью явлений макроскопической электродинамики и имеют вид

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + \vec{J}, \quad \operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div}\vec{D} = \rho, \quad \operatorname{div}\vec{B} = 0. \tag{1}$$

Нами предложен вариант матричной формулировки уравнений Максвелла в материальных средах в произвольной ортогональной криволинейной системе координат [1]:

$$\left\{ \xi^1 \frac{\partial}{\partial x} R_x + \xi^2 \frac{\partial}{\partial y} R_y + \xi^3 \frac{\partial}{\partial z} R_z + \xi^4 \frac{\partial}{\partial t} R_t + \xi^4 R_\sigma \right\} R_0 \Psi = P_\rho \tilde{\mathrm{I}}, \tag{2}$$

где R_i определяются физическими свойствами среды, ξ^i – элементарные квадратные матрицы размерности 8, удовлетворяющие соотношениям (алгебра Клиффорда):

$$\xi^i \xi^j + \xi^j \xi^i = 2g^{ij} I, \quad g^{ij} = \begin{cases} \delta_{i,j}, \ i = 1, 2, 3, 6, \\ -\delta_{i,j}, \ i = 4, 5, 7, \end{cases}$$

$$I = \|\delta_{m,n}\|_{8\times 8}, \quad \delta_{m,n} = \begin{cases} 1, \ m = n, \\ 0, \ m \neq n. \end{cases} \tag{3}$$

Формулировка(2) позволяет строить решения уравнений Максвелла в пространственно-временном представлении электромагнитного поля [2]. Так, для модельной нестационарной среды, в которой $\varepsilon = \varepsilon_z \varepsilon_t$, $\mu = \mu_z \mu_t$, $\sigma = 0$, $\rho = 0$, показано, что (1) на классе функций $\Psi = X(x, y, z, t)\tilde{\mathrm{I}}$, $X(x, y, z, t) = \|\kappa_i f_i(x) g_i(y) \varsigma_i(z) \tau_i(t) \delta_{i,j}\|_{8\times 8}$ эквивалентны следующей системе ОДУ:

$$f_2' = \lambda_{x,2} f_4, \quad f_4' = \lambda_{x,4} f_2; \quad f_7 = f_3 = f_4, \quad f_5 = f_6 = f_2; \quad g_2' = \lambda_{y,2} g_3, \quad g_3' = \lambda_{y,3} g_2;$$

$$g_7 = g_5 = g_3; \quad g_4 = g_6 = g_2;$$
$$(\varepsilon_t \tau_2)' = \lambda_{t,2}\tau_5, \quad (\mu_t \tau_5)' = \lambda_{t,5}\tau_2, \quad \tau_7 = \tau_6 = \tau_5; \quad \tau_3 = \tau_4 = \tau_2;$$
$$\kappa_7 \lambda_{y,3}\varsigma_5 + \kappa_7 \varsigma_6' + \kappa_2 \lambda_{t,2}\varepsilon_z \varsigma_2 = 0, \lambda_{x,4}\mu_z\, \varsigma_7 + \lambda_{y,2}\mu_z \varsigma_6 - (\mu_z \varsigma_5)' = 0,$$
$$-\kappa_7 \lambda_{x,2}\varsigma_6 + \kappa_7 \lambda_{y,3}\varsigma_7 - \kappa_2 \lambda_{t,2}\varepsilon_z \varsigma_4 = 0, \quad -\kappa_7 \lambda_{x,2}\, \varsigma_5 - \kappa_7 (\varsigma_7)' + \kappa_2 \lambda_{t,2}\varepsilon_z \varsigma_3 = 0,$$
$$\kappa_2 \lambda_{x,4}\varsigma_4 + \kappa_2 (\varsigma_2)' + \kappa_7 \lambda_{t,5}\mu_z \varsigma_6 = 0, -\kappa_2 \lambda_{x,4}\varsigma_3 + \kappa_2 \lambda_{y,2}\varsigma_2 + \kappa_7 \lambda_{t,5}\mu_z \varsigma_5 = 0,$$
$$\lambda_{x,2}\varepsilon_z \varsigma_2 + \lambda_{y,3}\varepsilon_z \varsigma_3 - (\varepsilon_z \varsigma_4)' = 0, \quad -\kappa_2 \lambda_{y,2}\varsigma_4 - \kappa_2 (\varsigma_3)' + \kappa_7 \lambda_{t,5}\mu_z(z)\varsigma_7(z) = 0.$$

В случае рассмотрения среды $\mu_z(z) = \mu_t(t) = 1$, $\varepsilon_z(z) = 1$, $\varepsilon_t(t) = \sin(\Omega_t t)$ зависимость компонент поля от времени будет определяться функциями вида

$$\tau_5(t) = c_{11}\,\mathrm{Heun}\,G\left(2, -\delta_t \Omega_t^2, 0, 1, 1/2, 1, \sqrt{\sin^2(\Omega_t t)} + 1\right) +$$
$$+ c_{12} i \left(\sqrt{\sin^2(\Omega_t t)} - 1\right)^{3/4} \left(\sqrt{\sin^2(\Omega_t t)} + 1\right)^{1/4} \times$$
$$\times \left(\sqrt{\cos(\Omega_t t)}\,\mathrm{Heun}\,G\left(2, \frac{-4\delta_t + 5\Omega_t^2}{4\Omega_t^2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1, \sqrt{\sin^2(\Omega_t t)} + 1\right)\right)^{-1}.$$

Приведенное решение получено впервые.

Библиографические ссылки

1. *Андрушкевич И. Е.* О матричной формулировке уравнений Максвелла в неоднородных изотропных средах // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 2008. № 1. С. 60–66.

2. *Андрушкевич И. Е., Шиенок Ю В.* Сведение системы уравнений Максвелла к системе обыкновенных дифференциальных уравнений // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 2014. № 4. С. 44–53.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Н. В. Бровка

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
n_br@mail.ru

Описаны способы организации содержания обучения математическому анализу с использованием элементов семантического и аналитико-процедурного моделирования, которое отражает смысловые и аналитико-вычислительные особенности изучаемых понятий, свойств и методов.

Программа подготовки студентов математических специальностей в классических университетах включает представительный перечень фундаментальных математических дисциплин, которые, как правило, изучаются на первом-втором курсах. Содержание таких дисциплин, как математический анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения, дифференциальная геометрия и др. составляет ядро математической науки и является базисом университетской образовательной подготовки.