и расширенного уравнения Фишера–Колмогорова, которое в случае поиска стационарных АПР может быть записано в виде

$$-\gamma\frac{d^4w}{dt^4}+\frac{d^2w}{dt^2}-w^3+w=0, \tag{2}$$

где a и γ – постоянные. Уравнения (1), (2) имеют широкие приложения [4, 5].

Доказаны теоремы, которые обосновывают применение классических численных методов для нахождения АПР уравнения (1) и стационарных АПР уравнения (2) в вещественной области. Определение координат ПОТ осуществлялось с помощью разработанного программного обеспечения в вещественной и комплексной областях [6]. С помощью численного эксперимента продемонстрировано действие метода для нахождения АПР уравнения (1) и стационарных АПР уравнения (2) в комплексной области. Точность полученных решений подтверждается с помощью апостериорных оценок погрешности.

Библиографические ссылки

1. *Орлов В. Н.* Метод приближенного решения первого, второго дифференциальных уравнения Пенлеве и Абеля. М., 2013.
2. *Orlov V., Chichurin A.* About Analytical Approximate Solutions of the Van der Pol Equation in the Complex Domain // Fractal Fract. 2023. V. 7. № 3. Art. 228.
3. *Orlov V., Chichurin A.* The Influence of the Perturbation of the Initial Data on the Analytic Approximate Solution of the Van der Pol Equation in the Complex Domain // Symmetry. 2023. V. 15. № 6. Art. 1200.
4. *Kuznetsov A.P., Seliverstova E.S., Trubetskov D.I., Turukina L.V.* Phenomenon of the Van der Pol Equation // Izv. VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2014. V. 22. № 4. Art. 3-42.
5. *Van den Berg G.B.J., Peletier L., Troy W.* Global branches of multi-bump periodic solutions of the Swift–Hohenberg equation // Arch. Ration. Mech. Anal. 2001. V. 158. № 2. P. 91–153.
6. *Орлов В.Н., Гасанов М.В.* NODE, O3, R7 (авторское право на алгоритмы и программы) печ. ФСИС (Роспатент). Свид. о гос. рег. программы для ЭВМ № 2024661354 от 17.05.2024.

МНОГОМЕРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ С ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИЕЙ ГАУССА В ПРОСТРАНСТВАХ ИЗМЕРИМЫХ ПО ЛЕБЕГУ ФУНКЦИЙ

М. В. Папкович, О. В. Скоромник

Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой, Новополоцк, Беларусь

m.papkovich@psu.by, o.skoromnik@psu.by

Доклад посвящен обзору полученных результатов и основных исследований по изучению многомерных интегральных преобразований с гипергеометрической функцией Гаусса в ядрах, проводимых авторами в настоящее время.

Рассматривается многомерное интегральное преобразование [1]

$$\left({}_1\mathrm{I}_{\sigma,\omega;\zeta}f\right)(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{x}^{\sigma}\int\limits_{0}^{\boldsymbol{x}}\frac{(\boldsymbol{x}^{\zeta}-\boldsymbol{t}^{\zeta})^{c-1}}{\Gamma(c)}\,{}_2\mathrm{F}_1\left(a,b;c;1-\frac{\boldsymbol{x}^{\zeta}}{\boldsymbol{t}^{\zeta}}\right)\boldsymbol{t}^{\omega}f(\boldsymbol{t})\,d\boldsymbol{t}\quad(\boldsymbol{x}>\boldsymbol{0})$$

и три его модификации ${}_j\mathrm{I}_{\sigma,\omega;\zeta}f$ $(j=2,3,4)$. Здесь $\boldsymbol{x}=(x_1,\ldots,x_n)\in\mathbb{R}^n$; $\boldsymbol{t}=(t_1,\ldots,t_n)\in\mathbb{R}^n$, $\mathbb{R}^n$ – Евклидово n-мерное пространство; $\boldsymbol{x}\geqslant\boldsymbol{t}$ означает $x_1\geqslant t_1,\ldots,x_n\geqslant t_n$; $\int_{\mathbf{0}}^{\boldsymbol{x}}=\int_{\mathbf{0}}^{x_1}\int_{\mathbf{0}}^{x_2}\cdots\int_{\mathbf{0}}^{x_n}$; $\mathbb{N}=\{1,2,\ldots\}$ – множество натуральных чисел, $\mathbb{N}_0=\mathbb{N}\bigcup\{0\}$, $\mathbb{N}_0^n=\mathbb{N}_0\times\ldots\times\mathbb{N}_0$, $\mathbb{R}_+^n=\{\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^n,\ \boldsymbol{x}>0\}$; $\mathbb{C}^n$ $(n\in\mathbb{N})$ – n-мерное пространство комплексных чисел $z=(z_1,\ldots,z_n)$ $(z_j\in\mathbb{C},\ j=1,\ldots,n)$; $a=(a_1,\ldots,a_n)\in\mathbb{C}^n$; $b=(b_1,\ldots,b_n)\in\mathbb{C}^n$; $c=(c_1,\ldots,c_n)\in\mathbb{C}^n$; $\omega=(\omega_1,\ldots,\omega_n)\in\mathbb{C}^n$; $\sigma=(\sigma_1,\ldots,\sigma_n)\in\mathbb{C}^n$; $\zeta=(\zeta_1,\ldots,\zeta_n)\in\mathbb{R}_+^n$; $\boldsymbol{x}^{\zeta}-\boldsymbol{t}^{\zeta}=(x_1^{\zeta_1}-t_1^{\zeta_1})\cdots(x_n^{\zeta_n}-t_n^{\zeta_n})$; $f(\boldsymbol{t})=f(t_1,\ldots,t_n)$; ${}_2F_1(a,b;c;\boldsymbol{z})=\prod_{k=1}^{n}\ {}_2F_1(a_k,b_k;c_k;z_k)$ – гипергеометрические функции Гаусса [1, 2]. В докладе представлены свойства рассматриваемых интегральных преобразований в весовых пространствах $\mathfrak{L}_{\overline{\nu},\overline{\mathfrak{r}}}$-суммируемых функций $f(\boldsymbol{x})=f(x_1,\ldots,x_n)$ на $\mathbb{R}_+^{\boldsymbol{n}}$ [1, 3].

С помощью техники преобразования Меллина мы устанавливаем, что преобразования ${}_j\mathrm{I}_{\sigma,\omega;\zeta}f$ $(j=1,2,3,4)$ являются специальными случаями многомерных обобщенных G-преобразований вида [3]:

$$\left(\mathrm{G}^1_{\sigma,\kappa;\delta}f\right)(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{x}^{\sigma}\int\limits_{\mathbf{0}}^{\boldsymbol{x}}\mathrm{G}^{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}_{\boldsymbol{p},\boldsymbol{q}}\left[\frac{\boldsymbol{x}^{\delta}}{\boldsymbol{t}^{\delta}}\left|\begin{matrix}(\boldsymbol{a}_i)_{1,p}\\(\boldsymbol{b}_j)_{1,q}\end{matrix}\right.\right]\boldsymbol{t}^{\kappa}f(\boldsymbol{t})\frac{\boldsymbol{dt}}{\boldsymbol{t}}(\boldsymbol{x}>0);$$

где $\boldsymbol{m}=(m_1,\ldots,m_n)\in\mathbb{N}_0^n$, $m_1=\ldots=m_n$; $\boldsymbol{n}=(\overline{n}_1,\ldots,\overline{n}_n)\in\mathbb{N}_0^n$, $\overline{n}_1=\ldots=\overline{n}_n$; $\boldsymbol{p}=(p_1,\ldots,p_n)\in\mathbb{N}_0$, $p_1=\ldots=p_n$; $\boldsymbol{q}=(q_1,\ldots,q_n)\in\mathbb{N}_0^n$, $q_1=\ldots=q_n$ $(0\leqslant\boldsymbol{m}\leqslant\boldsymbol{q}$, $0\leqslant\boldsymbol{n}\leqslant\boldsymbol{p})$; $\kappa=(\kappa_1,\ldots,\kappa_n)\in\mathbb{C}^n$; функция

$$\mathrm{G}^{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}_{\boldsymbol{p},\boldsymbol{q}}\left[\boldsymbol{z}\left|\begin{matrix}(\boldsymbol{a}_i)_{1,p}\\(\boldsymbol{b}_j)_{1,q}\end{matrix}\right.\right]=\prod_{k=1}^{n}\mathrm{G}^{m_k,\overline{n}_k}_{p_k,q_k}\left[z_k\left|\begin{matrix}(a_{i_k})_{1,p_k}\\(b_{j_k})_{1,q_k}\end{matrix}\right.\right]$$

– произведение G-функций $\mathrm{G}^{m_k,\overline{n}_k}_{p_k,q_k}[z_k]$ $(k=1,\ldots,n)$ [4]. В работе даются условия ограниченности рассматриваемых операторов преобразований, описание их образов, аналоги формулы интегрирования по частям, устанавливаются различные интегральные представления и формулы обращения. Результаты обобщают соответствующие одномерные случаи в [2] и [4].

Работа выполнена в рамках ГПНИ «Конвергенция–2025», подпрограмма «Математические модели и методы», задание 1.2.01.

Библиографические ссылки

1. *Папкович М. В.,Скоромник О. В.* Многомерные модифицированные G-преообразования и интегральные преобразования с гипергеометрической функцией Гаусса в ядрах в весовых пространствах суммируемых функций // Весн. Віцебскага дзярж. ун-та. 2022. № 1 (114). С. 11–25.

2. *Скоромник О. В.* Интегральные преобразования с функциями Гаусса и Лежандра в ядрах и интегральные уравнения первого рода. Новополоцк, 2019.

3. *Sitnik S. M., Skoromnik O. V., Papkovich M. V.* Some Multi-dimensional Modified G- and H- Integral Transforms on $\mathfrak{L}_{\overline{\nu},\overline{\mathfrak{r}}}$- Spaces // in: Vasilyev V. (Ed.) Differential Equations, Mathematical Modeling and Computational Algorithms. DEMMCA 2021. Springer Proc. in Mathematics and Statistics. V. 423. Cham, 2023. P. 193–214.

4. *Kilbas A. A., Saigo M.* H-Transforms. Theory and Applications. Boca Raton, 2010.