с нелинейными краевыми условиями

$$g(x(0)) = x(T), \tag{2}$$

где $f(t,x,y,z)$ и $\varphi(t,s,x,y)$ – n-мерные вектор-функции, определенные и непрерывные в области $(t,s,x,y,z) \in [0,T]\times[0,T]\times D\times \dot{D}\times D_1$. Здесь D, $\dot{D}$, D_1 – замкнутые ограниченные области в E_n. Функция $g(x)$ определена и непрерывна в области D.

Для приближенного решения краевой задачи (1), (2) применим численно-аналитический метод последовательных приближений [1]. Этот метод позволяет находить решения в виде равномерно сходящихся последовательностей вида

$$x_{m+1}(t,x_0) = x_0 + \int\limits_0^t \{f(\tau, x_m(\tau,x_0), y_m(\tau,x_0), z_m(\tau,x_0)) -$$

$$-\frac{1}{T}\Big[\int\limits_0^T f(t, x_m(t,x_0), y_m(t,x_0), z_m(t,x_0))\,dt + g(x_0) - x_0\Big]\Big\}d\tau, \quad x_0(t,x_0) = x_0,$$

$$y_{m+1}(t,x_0) = f(t, x_m(t,x_0), y_m(t,x_0), z_m(t,x_0)) -$$

$$-\frac{1}{T}\int\limits_0^T f\left(t, x_m(t,x_0), y_m(t,x_0), z_m(t,x_0)\right)dt + \frac{1}{T}\left(g(x_0) - x_0\right), \quad y_0(t,x_0) = 0,$$

где $m = 0,1,2,\ldots$ и $z_m(t,x_0) = \int_0^T \varphi(t,s,x_m(s,x_0),\dot{x}_m(s,x_0))\,ds$.

В работе получены условия применимости метода и обоснован алгоритм построения решений поставленной краевой задачи (1), (2).

Библиографические ссылки

1. *Самойленко А. М., Ронто Н. И.* Численно-аналитические методы в теории краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений. Киев, 1992.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ВЕРИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

В. Н. Орлов, М. В. Гасанов

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

orlowvn@rambler.ru, vonasag6991@mail.ru

Для экспериментальных данных, полученных путем гидродинамических исследований в окрестности скважины, составляются две математические модели, основанные на численном показателе качества.

Введение. Во многих отечественных и зарубежных публикациях рассматривают дифференциальные уравнения в качестве математической модели тех или иных процессов. Чаще всего такие модели возникают естественным путем, но иногда применяются математические модели, которые не имеют обоснования принадлежности к рассматриваемому процессу. В этой ситуации предлагаемая нами технология верификации, позволяет восполнить этот пробел и практически позволяет проводить исследования процессов с помощью математических моделей, основанных на нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнениях и уравнениях с дробными производными. Адекватность математической модели к исследоваемому процессу связана с численным показателем качества модели, основанного на дисперсионном анализе, что было впервые показано в работе [1]. Идея подхода заключается в следующем: имея исходные данные некоторого рассматриваемого процесса и интерпретируя этот процесс с помощью дифференциального уравнения можно для набора исходных данных получить численную величину, характеризующую качество данного уравнения для описания исследуемого процесса.

Постановка задачи и основные результаты. Рассматривается распределение давления в нефте-газовом пласте на основе экспериментальных данных, полученные путем гидродинамических исследований в окрестности скважины [2]. В качестве математической модели для описания данного процесса рассматривается класс уравнений вида:

$$y''' = y^n + r(x) \quad \text{при} \quad n = 2, 7, \tag{1}$$

с начальными условиями

$$y^{(i)}(x_0) = y_i, \quad i = 0, 1, 2. \tag{2}$$

Данный класс уравнений был полностью исследован авторами в предыдущих работах. Для решения поставленной задачи необходимы результаты, полученные в работах [3, 4]. Решая обратную задачу, на основе имеющихся экспериментальных данных [2], задача (1), (2) принимает соответствующий вид:

$$y''' = y^2 - 0.218 - 0.657x + 0.122x^2 + 0.134x^3 - 0.098x^4 + 0.023x^5 - 0.003x^6, \tag{3}$$

для случая $n = 2$ и

$$y''' = y^7 - 0.201 - 0.451x + 0.627x^2 + 0.092x^3 - 0.376x^4 + 0.039x^5 - 0.208x^6, \tag{4}$$

для случая $n = 7$ с начальными условиями

$$y(1/5) = 0.731, \quad y'(1/5) = 0.446, \quad y''(1/5) = -0.449. \tag{5}$$

Для задачи Коши (3), (4) численный показатель качества модели равен $R^2 = 0.995436$, для задачи Коши (3)–(5) получаем $R^2 = 0.995437$. Данные численные показатели свидетельствуют о высоком качестве предложенных моделей в качестве описания рассматриваемого процесса.

Библиографические ссылки

1. *Orlov V., Ivanova T., Brenchagova S., Rumbayeva N.* Mathematical modeling of economic factors impact: reproduction of personnel potential in agriculture sector of Russia // IOP Conference Ser. Earth and Environmental Science. 2020. V. 433.

2. *Алероев Т. С., Хворова А. Н.* Математическая модель идентификации параметра дробной производной и прогнозирования результатов для уравнения движения жидкости в скважине // Вестн. Чувашского гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. 2021. № 2 (48). С. 72–79.

3. *Orlov V., Gasanov M.* Existence and Uniqueness Theorem for a Solution to a Class of a Third-Order Nonlinear Differential Equation in the Domain of Analyticity // Axioms. 2022. V. 11. No. 5.

4. *Орлов В. Н., Ковальчук О. А., Линник Е. П., Линник И. И.* Исследование одного класса нелинейного дифференциального уравнения третьего порядка в области аналитичности // Вестн. Московского гос. техн. ун-та им. Н. Э. Баумана. Сер. Естеств. науки. 2018. № 4 (79). С. 24–35.

ПОСТРОЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ ПРИБЛИЖЕННЫХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО–ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКОВ

В. Н. Орлов [1], А. В. Чичурин [2]

[1] *Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Россия;*
[2] *КУЛ, Люблин, Польша;*
[2] *Брестский государственный технический университет, Брест, РБ*
OrlovVN@mgsu.ru, achichurin@gmail.com

Рассматривается метод построения аналитических приближенных решений нелинейных дифференциальных уравнений второго–четвертого порядков. Действие метода продемонстрировано на примере построения решений уравнений Ван-дер-Поля и стационарных решений расширенного уравнения Фишера–Колмогорова.

Предлагается метод построения аналитических приближенных решений (АПР) нелинейных дифференциальных уравнений с подвижными особыми точками алгебраического типа (простые и кратные критические полюса). Этот метод основывается на решении следующих задач [1]:

1) доказательство теоремы существования и единственности решения как в области аналитичности, так и в окрестности подвижной особой точки (ПОТ) для вещественной и комплексной областей (здесь применяется модификация метода мажорант Коши и результаты теории обобщенных степенных рядов);

2) построение АПР как в области аналитичности, так и в окрестности ПОТ в вещественной и комплексной областях;

3) получение необходимых и достаточных условий существования ПОТ в вещественной и комплексной областях;

4) разработка алгоритмов и программного обеспечения для определения координат ПОТ;

5) исследование влияния возмущений координат ПОТ на структуру аналитического приближенного решения в вещественной и комплексной областях;

6) исследование влияния возмущения начальных данных на структуру АПР в области аналитичности.

Метод реализован для нелинейных дифференциальных уравнений Ван-дер-Поля [2, 3]

$$\frac{d^2w}{dt^2} - a(1-w^2)\frac{dw}{dt} + w = 0 \tag{1}$$