

мального решения, т. е. *определять «направление»* дальнейшей разметки, указывая на объекты, которые могли бы *повысить обобщаемость* классификатора для всего $\mathcal{T}$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь в рамках государственной программы научных исследований Республики Беларусь на 2021–2025 гг. (шифр задания «Конвергенция 1.2.04»)

Библиографические ссылки

1. Айвазян С. А., Бухштабер В. М., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: классификация и снижение размерности. М., 1989.
2. Локтевич В. М., Степин Ю. Г., Цехан О. Б. О подходах к решению задач объемного планирования для одной транспортно-логистической системы // Экономика, моделирование, прогнозирование. 2023. Вып. 15. С. 120–131.
3. Perron L., Furnon V. OR-Tools v9.11. <https://developers.google.com/optimization/>.

О МНОЖЕСТВЕ ТРЕХМЕРНЫХ КВАДРАТИЧНЫХ СИСТЕМ ОДУ, ОБЛАДАЮЩИХ СКРЫТЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ

Э. В. Мусафиров

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Гродно, Беларусь
musafirov@bk.ru

Получено множество трехмерных неавтономных систем ОДУ, имеющих одну и ту же отражающую функцию Мироненко и обладающих скрытыми колебаниями (при определенных значениях параметров, имеющих предельный цикл, но не имеющих равновесных решений).

В статье [1] Г.А. Леоновым и Н.В. Кузнецовым была предложена классификация аттракторов динамических систем, согласно которой «аттрактор называется скрытым, если область его притяжения не соприкасается с неустойчивыми состояниями равновесия, в противном случае аттрактор называется самовозбуждающимся». В частности, аттрактор является скрытым у системы, не имеющей состояний равновесия или имеющей только устойчивые состояния равновесия.

Известно (см. [2, с. 124]), что вещественная автономная двумерная система имеет замкнутую траекторию только если у нее существует хотя бы одно состояние равновесия. В отличие от двумерных трехмерные системы не обладают указанным свойством. В.И. Булгаков привел (см. [3]) пример такой системы:

$$\dot{x} = 2xz + ay, \quad \dot{y} = 2yz - ax, \quad \dot{z} = z^2 + bz + 1 - x^2 - y^2, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \quad (1)$$

где $a, b \in \mathbb{R}$ – параметры системы. В этой системе при $-2 < b < 0$ имеется предельный цикл, но отсутствуют состояния равновесия (в этом случае предельный цикл является скрытым аттрактором и система демонстрирует скрытые колебания).

С помощью теории отражающей функции Мироненко (ОФМ) [4,5] и подхода, изложенного в [6–9], получено множество неавтономных систем ОДУ, имеющих одну и ту же отражающую функцию Мироненко и обладающих скрытыми колебаниями. В частности, доказано следующее утверждение.

Теорема. Пусть $\alpha_i(t)$ ($i = \overline{1, 2}$) – произвольные скалярные непрерывные нечетные функции, тогда $\forall a, b \in \mathbb{R}$ ОФМ системы (1) совпадает с ОФМ системы

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (2xz + ay)(1 + \alpha_1(t)) + y\alpha_2(t), \quad \dot{y} = (2yz - ax)(1 + \alpha_1(t)) - x\alpha_2(t), \\ \dot{z} &= (z^2 + bz + 1 - x^2 - y^2)(1 + \alpha_1(t)).\end{aligned}\quad (2)$$

Если $\alpha_1(t) > -1 \quad \forall t \geq 0$, то при $b \in (-2; 2) \setminus \{0\}$ система (2) имеет предельный цикл, но не имеет равновесных решений.

Доказано существование периодических решений у системы (2), а также изучен характер их устойчивости по Ляпунову.

Библиографические ссылки

1. Кузнецов Н. В. Теория скрытых колебаний и устойчивость систем управления // Изв. РАН. ТиСУ. 2020. № 5. С. 5–27.
2. Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем. М., 1976.
3. Булгаков В. И. О фазовом портрете автономной системы третьего порядка // Дифференц. уравнения. 1988. Т. 24. № 10. С. 1821–1822.
4. Мироненко В. И. Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем. Гомель, 2004.
5. Мироненко В. В. Возмущения дифференциальных систем, не изменяющие временных симметрий // Дифференц. уравнения. 2004. Т. 40. № 10. С. 1325–1332.
6. Musafirov E. V. Admissible perturbations of the Lorenz-84 climate model // Int. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg. 2019. V. 29. № 6. Art. 1950080.
7. Musafirov E., Grin A., Pranevich A. Admissible perturbations of a generalized Langford system // Int. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg. 2022. V. 32. № 03. Art. 2250038.
8. Musafirov E. Admissible perturbations of the three-dimensional Hindmarsh – Rose neuron model // J. Appl. Anal. Comput. 2023. V. 13. № 4. P. 1668–1678.
9. Мусафиров Э. В. Допустимые возмущения системы Лэнгфорда // Проблемы физики, математики и техники. 2016. № 3 (28). С. 47–51.

О ПРИБЛИЖЕННОМ РЕШЕНИИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, НЕ РАЗРЕШЕННЫХ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОИЗВОДНОЙ

А. О. Нуржанова

Нукусский государственный педагогический институт им. Ажинияза, Нукус, Узбекистан
arzayimnurjanova@gmail.com

В данной работе численно-аналитическим методом последовательных приближений изучается нелинейная краевая задача для систем интегро-дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной. Обосновывается алгоритм построения решений данной краевой задачи.

Рассматривается система интегро-дифференциальных уравнений типа Фредгольма вида

$$\dot{x} = f\left(t, x, \dot{x}, \int_0^T \varphi(t, s, x(s), \dot{x}(s)) ds\right) \quad (1)$$