

Для доказательства теоремы задача (1), (2) сводится к системе уравнений с вполне непрерывным оператором и решение u строится методом последовательных приближений. Проводятся все необходимые обоснования. Похожая задача во всей области Q подробно рассмотрена в статье [1].

Библиографические ссылки

1. Корзюк В. И., Ковнацкая О. А., Севастюк В. А. Задача Гурса на плоскости для квазилинейного гиперболического уравнения // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. 2022. Т. 66. № 4. С. 391–396.

КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ГЛАДКОСТИ В ЧЕТВЕРТИ ПЛОСКОСТИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ

В. И. Корзюк, И. С. Козловская

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
korzyuk@bsu.by

Постановка задачи. В замыкании $\bar{Q} = [0, \infty) \times [0, \infty)$ области $Q = (0, \infty) \times (0, \infty)$ переменных $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ найти решение уравнения

$$(\partial_{x_1}^2 u - a^2 \partial_{x_2}^2 u)(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \bar{Q}, \quad (1)$$

удовлетворяющее условиям Коши

$$u(0, x_2) = \varphi(x_2), \quad \partial_{x_1} u(0, x_2) = \psi(x_2), \quad x_2 \in [0, \infty), \quad (2)$$

и интегральному условию

$$\int_0^{ax_1} u(x_1, x_2) dx_2 = \mu(x_1), \quad x_1 \in [0, \infty) \quad (3)$$

где $f \in C^{k-1}(\bar{Q})$, $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$, $\mu \in C^{k-1}([0, \infty))$, $\varphi \in C^k([0, \infty))$, $\psi \in C^{k-1}([0, \infty))$.

Таким образом, рассматриваем задачу (1)–(3) с целью построения ее классического решения из класса $C^k(\bar{Q})$, $k \geq 2$.

Решение уравнения (1) представляется в виде

$$u(\mathbf{x}) = g^{(1)}(x_2 - ax_1) + g^{(2)}(x_2 + ax_1) + V_p(\mathbf{x}),$$

где произвольные функции $g^{(j)}$, $j = 1, 2$, из класса C^k и области определения $D(g^{(1)}) = C^k(\mathbb{R})$, $D(g^{(2)}) = C^k([0, \infty))$ для любого $\mathbf{x} \in \bar{Q}$, V_p – частное решение

уравнения (1) из класса $C^k(\bar{Q})$. Для определения V_p характеристикой $x_2 - ax_1 = 0$ область Q разбивается на две подобласти $Q^{(1)} = \{x \in Q : x_2 - ax_1 > 0\}$, $Q^{(2)} = \{x \in Q : x_2 - ax_1 < 0\}$. Тогда частное решение определяется в виде

$$V_p(x) = \begin{cases} v_p^{(1)}(x), & x \in \overline{Q^{(1)}}, \\ V_p^{(2)}(x), & x \in \overline{Q^{(2)}}, \end{cases}$$

Теорема 1. Пусть заданная функция f уравнения (1) принадлежит множеству $C^{k-1}(\bar{Q})$. Тогда функции V_p принадлежит классу $C^k(\bar{Q})$ тогда и только тогда, когда выполняются определенные условия согласования, удовлетворяет однородным условиям Коши (2), является решением уравнения (1). Кроме этого функция $V_p^{(2)}$ удовлетворяет однородному интегральному условию (3).

Теорема 2. Пусть заданные функции задачи (1)–(3) удовлетворяют следующим условиям гладкости: $f \in C^{k-1}(\bar{Q})$, $\varphi \in C^k([0, \infty))$, $\psi \in C^{k-1}([0, \infty))$, $\mu \in C^{k+1}([0, \infty))$. Функция u принадлежит классу $C^k(\bar{Q})$ тогда и только тогда, когда выполняются условия согласования

$$\varphi(0) - \frac{1}{a}d\mu(0), \quad m = 0,$$

$$d^m\varphi(0) - 2^m d^m\varphi(0) - \left(\frac{1}{2a} - 2^m\right) d^{m-1}\psi(0) + \frac{1}{a^{m+1}}d^{m+1}\mu(0) + b^{(m)} = 0, \quad m = 1, 3, \dots, k,$$

$$2^m d^m\varphi(0) + 2^m d^{m-1}\varphi(0) - \frac{1}{a^{m+1}}d^{m+1}\mu(0) + b^{(m)} = 0, \quad m = 2, \dots, k,$$

является решением на Q уравнения (1), удовлетворяет условиям Коши (2) и интегральному условию (3). Такое классическое решение задачи (1)–(3) из класса $C^k(\bar{Q})$ является единственным.

Числа $b^{(m)}$ определены через значения функции f и ее производных.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОМАГНИТНОЙ КОНВЕКЦИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ ВОКРУГ НАГРЕТОГО ПРОВОДНИКА С ТОКОМ

О. А. Лаврова, В. К. Полевилов

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь lavrovaolga@mail.ru,
viktor.polevikov@gmail.com

В работе построены две двумерные математические модели термомангнитной конвекции в цилиндрическом слое магнитной жидкости, покрывающем проводник с током, в магнитном поле проводника при его однородном нагреве. Конвективная неустойчивость слоя магнитной жидкости исследуется с помощью вычислительного алгоритма, основанного на монотонной аппроксимации второго порядка.

В неизотермической магнитной жидкости в условиях невесомости при наложении неоднородного магнитного поля возбуждается конвективное движение, обусловленное зависимостью намагниченности жидкости от температуры. Но если градиент магнит-