Обозначим через G_{2n-2} и H_{2n} множество решений соответственно уравнения (1) и (2) при фиксированных значениях параметров.

Теорема. *Пусть* $q(z)$ *– решение уравнения (1) при фиксированных значениях параметров* γ_n, δ_n. *Тогда функция* $w(z)$, *определяемая как решение уравнения Риккати* $w'(z) = w(z)^2 + q(z)$, *является решением уравнения (2) при значениях параметров*

$$k_n = 2\gamma_n, \quad p_n = 2\delta_n, \quad \alpha_n = k_n/2. \tag{3}$$

Сформулированное утверждение условно определяет вложение множеств решений уравнений (1) и (2) при некоторых соотношениях между параметрами (4), которое справедливо и в стационарном случае уравнений (1) и (2), т.е. в случае $k_n = \gamma_n = 0$. Заметим, что в стационарном случае $k_n = \gamma_n = 0$, при некоторых дополнительных условиях на остальные параметры, которые мы здесь не приводим в силу громоздкости, также справедливы включения

$$G_0 \subset G_2 \subset G_4 \subset G_6, \quad H_2 \subset H_4 \subset H_6 \subset H_8. \tag{4}$$

Заметим, что свойство вложимости множеств решений (5) для первых стационарных уравнений иерархий (1), (2) частично получено в [4].

Библиографические ссылки

1. *Airault H.* Rational solutions of Painlevé equationsc // Stud. Appl. Math. 1979. V. 61. P. 31–53.

2. *Gromak V. I., Laine I., Shimomura S.* Painleve Differential Equations in the Complex Plane. De Gruyter. Studies in Mathematics V. 28. Berlin; New York, 2002.

3. *Кудряшов Н.А.* Аналитическая теория нелинейных дифференциальных уравнений, М.; Ижевск, 2004.

4. *Громак В. И.* О преобразовании Беклунда стационарных уравнений иерархии второго уравнения Пенлеве // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2024. Т. 60. № 3. С. 195–202.

УСЛОВИЕ УСТОЙЧИВОСТИ В ЦЕЛОМ РЕЖИМА РАВНОМЕРНОГО ВРАЩЕНИЯ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОМОТОРА

Б. И. Коносевич, Ю. Б. Коносевич

Институт прикладной математики и механики, Донецк, Россия
konos.donetsk@yandex.ru

На основе двухтоковой модели асинхронного электромотора установлено достаточное условие устойчивости в целом режима его равномерного вращения.

Простейшая адекватная модель асинхронного электромотора получена в [1] из двухтоковой модели синхронного электромотора. После введения вместо токов переменных x, y она приведена к системе трех обыкновенных дифференциальных уравнений

$$C\ddot{\gamma} = -ay + M_d(\omega + \dot{\gamma}), \quad \dot{x} = -bx - \dot{\gamma}y, \quad \dot{y} = -by + \dot{\gamma}(x+1) \tag{1}$$

с фазовым вектором $(\dot\gamma, x, y)$. Здесь $\dot\gamma = \dot\varphi - \omega$, $\dot\varphi$ – угловая скорость ротора относительно статора, $\omega > 0$ – постоянная угловая скорость вращения магнитного поля в статоре, C – осевой момент инерции ротора, a и $b > 0$ – постоянные, $M_d(\omega + \dot\gamma) = M_d(\dot\varphi)$ – момент диссипативных сил относительно оси ротора, предполагаемый непрерывной нечетной монотонно убывающей функцией переменной $\dot\varphi$. Система (1) не содержит переменной $\gamma = \varphi - \omega t$. Функция $M_a(\dot\gamma) = (ab\dot\gamma)/(b^2 + \dot\gamma^2)$ называется статической характеристикой асинхронной машины.

Теорема 1. *Пусть в случае $\omega - b > 0$ диссипативный момент $M_d(\dot\varphi)$, отрицательный для значений $\dot\varphi$ из промежутка $(0, \omega - b]$, удовлетворяет на нем условию малости $M_d(\dot\varphi) > M_a(\dot\varphi - \omega)$, где $M_a(\dot\varphi - \omega) = M_a(\dot\gamma)$ – статическая характеристика. Тогда система уравнений (1) имеет единственное стационарное решение*

$$\dot\gamma = \dot\gamma^0,\ x = x^0,\ y = y^0, \tag{2}$$

где тройка постоянных $\dot\gamma^0$, x^0, y^0 является единственным решением системы уравнений

$$-ay^0 + M_d(\omega + \dot\gamma^0) = 0, \quad bx^0 + \dot\gamma^0 y^0 = 0, \quad -by^0 + \dot\gamma^0(x^0 + 1) = 0.$$

В этом решении постоянная $\dot\gamma^0$ выражается по формуле $\dot\gamma^0 = \omega^0 - \omega$, где $\omega^0 \in (0, \omega)$ – единственное решение уравнения $M_d(\dot\varphi) = M_a(\dot\varphi - \omega)$ относительно $\dot\varphi$, а постоянные x^0, y^0 определены формулами $x^0 = (\omega - \omega^0) M_d(\omega^0)/ab$, $y^0 = M_d(\omega^0)/a$.

Воспользовавшись определением 12.1 устойчивости в целом и теоремой 12.1 из [2], приходим к следующему результату.

Теорема 2. *Пусть выполнено условие теоремы 1 и существует постоянная $k > 0$ такая, что:*

1) *выполняются неравенства $\Delta M_d(\dot\gamma_1) < -k\dot\gamma_1$ $(\dot\gamma_1 > 0)$ и $\Delta M_d(\dot\gamma_1) > -k\dot\gamma_1$ $(\dot\gamma_1 < 0)$, где $\dot\gamma_1 = \dot\gamma - \dot\gamma^0$, а $\Delta M_d(\dot\gamma_1) = M_d(\omega^0 + \dot\gamma_1) - M_d(\omega^0)$ – возмущение диссипативного момента;*

2) *выполнено неравенство $abk - \frac{1}{4}[M_d(\omega^0)]^2 \left[1 + (\omega - \omega^0)^2/b^2\right] > 0$.*

Тогда стационарное решение (2) уравнений (1) двухтоковой модели асинхронного электромотора асимптотически устойчиво в целом.

Здесь два неравенства для $\Delta M_d(\dot\gamma_1)$ в условии 1) означают, что прямая $-k\dot\gamma_1$ при $\dot\gamma_1 \neq 0$ отделяет график функции $\Delta M_d(\dot\gamma_1)$ от горизонтальной оси $O_1\dot\gamma_1$, где O_1 – точка пересечения графиков диссипативного момента $M_d(\dot\varphi)$ и статической характеристики $M_a(\dot\varphi - \omega)$.

Для многотоковой модели синхронного электромотора условие глобальной устойчивости получено в [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках реализации программы регионального Азово-Черноморского математического центра по соглашению № 075-02-2024-1380.

Библиографические ссылки

1. *Леонов Г. А.* Фазовая синхронизация. Теория и приложения // Автоматика и телемеханика. 2006. № 10. С. 47–85.

2. *Барбашин Е. А.* Введение в теорию устойчивости. М., 1967.

3. *Коносевич Б. И., Коносевич Ю. Б.* Достаточное условие глобальной устойчивости модели синхронного электромотора при нелинейном моменте нагрузки // Вестн. СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2018. Т. 5. Вып. 1. № 63. С. 74–85.