

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
интернационализации образования

В.А.Кочин

31 января 2025 г.

Регистрационный № 357-ВМ

Программа вступительных испытаний
при поступлении для получения углубленного высшего образования

Специальность:

7-06-0533-06 Механика и математическое моделирование

2025 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

С.М. Босяков, декан механико-математического факультета, доктор физ.-мат. наук, профессор;

Д.Ф. Базылев, зав. кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

М.Г. Ботогова, зав. кафедрой био- и наномеханики, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

Н.В. Бровка, зав. кафедрой теории функций, доктор пед. наук, профессор;

А.Л. Гладков, зав. кафедрой интеллектуальных методов моделирования, доктор физ.-мат. наук, профессор;

Л.Л. Голубева, зав. кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

М.А. Журавков, зав. кафедрой теоретической и прикладной механики, доктор физ.-мат. наук, профессор;

М.В. Игнатенко, зав. кафедрой веб-технологий и компьютерного моделирования, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

В.Г. Кротов, профессор кафедры теории функций, доктор физ.-мат. наук, профессор;

С.В. Тихонов, зав. кафедрой высшей алгебры и защиты информации, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

Н.Б. Яблонская, доцент кафедры общей математики и информатики, кандидат физ.-мат. наук, доцент.

РАССМОТРЕНА И РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой био- и наномеханики

Протокол от 30.12.2024 № 5

Заведующий кафедрой

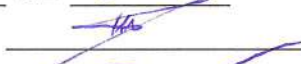


М.Г. Ботогова

Кафедрой теоретической и прикладной механики

Протокол от 20.01.2025 № 8

Заведующий кафедрой



М.А. Журавков

Советом механико-математического факультета

Протокол от 23.01.2025 № 5

Председатель Совета

механико-математического факультета



С.М. Босяков

Ответственный за редакцию



Н.Б. Яблонская

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа вступительного испытания по специальности 7-06-0533-06 Механика и математическое моделирование и методические рекомендации составлены с учётом требований к вступительным испытаниям, установленных Министерством образования Республики Беларусь.

Цель и задачи вступительного испытания

Целью вступительного испытания в магистратуру является оценка сформированности у абитуриента основных профессиональных компетенций и готовности освоить выбранную магистерскую программу.

Задачи вступительного испытания:

- проверить уровень знаний абитуриента;
- определить склонности к научно-исследовательской деятельности;
- выяснить мотивы поступления в магистратуру; определить уровень научных интересов;
- определить уровень научной эрудиции абитуриента.

Требования к уровню подготовки поступающих

По образовательным программам магистратуры принимаются лица, имеющие высшее образование. Уровень основного образования лиц, поступающих для получения углубленного высшего образования (магистратуры): I степень высшего образования.

Программа вступительного испытания направлена на подтверждение наличия необходимых для успешного освоения образовательной программы магистратуры следующих компетенций:

универсальных:

- владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации;
- решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе применения информационно-коммуникационных технологий.

базовых профессиональных:

- применять основные законы и методы естественнонаучных дисциплин для решения теоретических и практических задач в профессиональной деятельности;
- применять понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа для изучения моделей окружающего мира;
- строить и анализировать дифференциальные модели;
- использовать основные аналитические и численные методы теоретической механики, механики сплошных сред, сопротивления материалов к исследованию механических процессов;
- применять основные алгебраические и геометрические понятия, конструкции и методы для решения теоретических и прикладных задач механики и математики.

Содержание программы носит комплексный и междисциплинарный характер и ориентировано на выявление у поступающих общепрофессиональных и специальных знаний и умений.

Поступающий в магистратуру по специальности 7-06-0533-06 Механика и математическое моделирование:

знать:

- основополагающие понятия механики и математики;
- точные формулировки законов и теорем механики и математики;
- формулировки лемм и теорем, используемых при доказательствах;
- решения классических задач теоретической механики, механики сплошных сред, механики деформируемого твердого тела и механики жидкости и газа.

уметь:

- применять теорию к решению задач механики и математики и иллюстрировать свои знания простыми практическими примерами из области механики;
- проверять выполнимость условий теорем, применяемых при доказательствах;
- применять современные информационные технологии и методы реализации решения прикладных задач.

владеть:

- основными методами построения математических моделей и их исследования;
- современными вычислительными средствами;
- способами использования математического аппарата для проведения исследований в области механики и математики.

Описание формы и процедуры вступительного испытания

Вступительное испытание является процедурой конкурсного отбора и условием приёма на обучение для получения углубленного высшего образования.

Организация проведения конкурса и приёма лиц для получения углубленного высшего образования осуществляет приёмная комиссия в соответствии с Положением о приёмной комиссии учреждения высшего образования, утверждаемым Министерством образования и Правилами приёма лиц для получения углубленного высшего образования, утверждёнными Постановлением Совета Министров Республики Беларусь от 01.09.2022 № 574.

Конкурсы на получение углубленного высшего образования в очной, заочной, дистанционной формах получения образования за счёт средств бюджета и на платной основе проводятся отдельно.

Вступительные испытания проводятся по утверждённому председателем приёмной комиссии БГУ расписанию.

Проведение вступительного испытания осуществляется в устной форме на русском или белорусском языке.

Состав экзаменационной комиссии утверждается приказом ректора БГУ.

При проведении вступительного испытания в устной форме время подготовки абитуриента к ответу не менее 30 минут и не должно превышать 90 минут, а продолжительность ответа не более 15 минут. Для уточнения экзаменационной оценки абитуриенту могут быть заданы дополнительные вопросы в соответствии с программой вступительного испытания.

Оценка знаний лиц, поступающих для получения углубленного высшего образования, осуществляется по десятибалльной шкале, положительной считается отметка не ниже «шести».

При проведении вступительного испытания в устной форме экзаменационная отметка объявляется сразу после завершения опроса абитуриента.

Характеристика структуры экзаменационного билета

Экзаменационный билет состоит из вопросов по учебным дисциплинам: алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ, теория вероятностей, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, численные методы, теоретическая механика, основы механики сплошных сред, сопротивление материалов и основы строительной механики, теория упругости, механика жидкости и газа, математические модели механики деформируемого твердого тела и основы механики разрушения, составляющих комплекс «Механика и математика».

Экзаменационный билет состоит из трех теоретических вопросов, позволяющих оценить полученные в процессе обучения на I ступени высшего образования (образовательная программа бакалавриата) знания и практические навыки.

Критерии оценивания ответа на вступительном испытании

Балл	Критерии оценки знаний и компетенций студентов
10	- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы, а также по основным вопросам, выходящим за ее пределы; - точное использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы; - безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач; - выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации; - полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку, использовать научные достижения других дисциплин.

9	- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы; - точное использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы; - владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач; - способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации в рамках учебной программы; - полное усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку; - самостоятельная работа на практических, лабораторных занятиях; - творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.
8	- систематизированные, глубокие и полные знания по всем поставленным вопросам в объеме учебной программы; - использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы; - владение инструментарием учебной дисциплины (методами комплексного анализа, техникой информационных технологий), умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач; - способность самостоятельно решать сложные проблемы в рамках учебной программы; - усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку с позиций государственной идеологии (по дисциплинам социально-гуманитарного цикла); - активная самостоятельная работа на практических, лабораторных занятиях, систематическое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.
7	- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы; - использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы; - владение инструментарием учебной дисциплины, умение

	его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач; - усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку; - самостоятельная работа на практических, лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.
6	- достаточно полные и систематизированные знания в объеме учебной программы; - использование необходимой научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы; - владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач; - способность самостоятельно применять типовые решения в рамках учебной программы; - усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку; - активная самостоятельная работа на практических, лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.
5	- достаточные знания в объеме учебной программы; - использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы; - владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач; - способность самостоятельно применять типовые решения в рамках учебной программы; - усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку; - самостоятельная работа на практических, лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

4	- достаточный объем знаний в рамках образовательного стандарта; - усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок; - владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач; - умение под руководством преподавателя решать стандартные (типовые) задачи; - умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им оценку; - работа под руководством преподавателя на практических, лабораторных занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий.
3	- недостаточно полный объем знаний в рамках образовательного стандарта; - знание части основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - использование научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными лингвистическими и логическими ошибками; - слабое владение инструментарием учебной дисциплины некомпетентность в решении стандартных (типовых) задач; - неумение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях изучаемой дисциплины; - пассивность на практических и лабораторных занятиях, низкий уровень культуры исполнения заданий.
2	- фрагментарные знания в рамках образовательного стандарта; - знания отдельных литературных источников, рекомендованных учебной программой дисциплины; - неумение использовать научную терминологию дисциплины, наличие в ответе грубых стилистических и логических ошибок; - пассивность на практических и лабораторных занятиях, низкий уровень культуры исполнения заданий.
1	- - отсутствие знаний и компетенций в рамках образовательного стандарта или отказ от ответа.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Раздел 1. Учебная дисциплина «Алгебра»

Тема 1. Арифметика целых чисел

Делимость целых чисел и ее свойства. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида и запись НОД в виде целочисленной линейной комбинации.

Тема 2. Поле комплексных чисел

Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Комплексное сопряжение. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.

Тема 3. Многочлены

Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Степень многочлена и ее свойства. Теорема о делении с остатком для многочленов. Теорема Безу и следствия из нее. Неприводимые многочлены. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители. Значение многочлена в точке, корень многочлена. Кратность корня многочлена.

Тема 4. Матрицы и операции над ними

Понятие матрицы размера $m \times n$. Виды матриц: квадратная матрица, диагональная матрица, верхняя и нижняя треугольная матрица, единичная матрица, нулевая матрица, вектор-строка, вектор-столбец. Операции над матрицами: сложение и умножение матриц, умножение матрицы на скаляр, транспонирование. Свойства операций над матрицами. Обратная матрица, критерий существования и методы ее вычисления.

Тема 5. Определители

Определители второго и третьего порядков. Определитель квадратной матрицы произвольного порядка и его свойства. Определитель транспонированной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке и столбцу. Определитель произведения квадратных матриц.

Тема 6. Системы линейных уравнений

Матричная запись системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Методы Гаусса и Крамера. Однородные системы, условие существования нетривиального решения. Фундаментальная система решений.

Тема 7. Векторные пространства

Определение и примеры. Система образующих, конечномерные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность. Координаты вектора, их изменение при изменении базиса. Матрица перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора.

Тема 8. Линейные отображения

Линейное отображение, его ядро и образ. Алгебраические действия над линейными отображениями: сумма, умножение на константу, композиция. Линейный оператор и его матрица. Изменение матрицы оператора при

переходе к другому базису. Матрица композиции и суммы линейных операторов.

Примерный перечень вопросов по Разделу 1. для подготовки к государственному экзамену:

1. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. **Умножение комплексных чисел в тригонометрической форме.** Формула Муавра.

2. Матрицы и операции над ними. Виды матриц. Обратная матрица, критерий существования и методы ее вычисления.

3. Определители, их основные свойства. Теорема Лапласа. Разложение определителя по элементам строки (столбца).

4. Системы линейных уравнений. **Теорема Кронекера-Капелли.** Методы Гаусса и Крамера. Системы однородных линейных уравнений.

5. Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность, координаты вектора. Матрица перехода от одного базиса к другому.

6. Линейное отображение векторных пространств, его ядро и образ. Матрица линейного оператора. Матрица суммы и произведения линейных операторов. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора.

Раздел 2. Учебная дисциплина «Аналитическая геометрия»

Тема 1. Векторы

Понятие вектора в пространстве E^3 . Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, базисы и аффинные реперы. Координаты векторов и точек, скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Тема 2. Аффинная геометрия

Уравнения прямых на плоскости E^2 , прямых и плоскостей в пространстве E^3 . Понятие аффинного пространства A^n , аффинные реперы в A^n . k -мерные плоскости в A^n , способы их задания, взаимное расположение двух плоскостей. Группы аффинных преобразований плоскости E^2 и пространства E^3 , аффинная геометрия.

Тема 3. Евклидовы пространства

Понятие евклидова точечного пространства E^n , ортогональность плоскостей в E^n . Расстояние между двумя плоскостями. Группы движений плоскости E^2 и пространства E^3 , евклидова геометрия.

Тема 4. Кривые и поверхности второго порядка

Эллипсы, гиперболы, параболы. Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры и конусы второго порядка в пространстве E^3 . Фигуры второго порядка в пространствах A^n и E^n .

Примерный перечень вопросов по Разделу 2. для подготовки к государственному экзамену:

1. Векторы в пространстве E^3 , скалярное, векторное и смешанное произведения.

2. Уравнения прямых на плоскости E^2 , прямых и плоскостей в пространстве E^3 .
3. Эллипс, гипербола, парабола, их уравнения и свойства.
4. **Кривые второго порядка на плоскости E^2 .**
5. Понятие аффинного пространства A^n , примеры. Плоскости в A^n , их уравнения и взаимное расположение.
6. Понятие евклидова точечного пространства E^n . Ортогональность плоскостей в E^n . **Расстояние от точки до плоскости.**

Раздел 3. Учебная дисциплина «Математический анализ»

Тема 1. Множества и функции

Понятие множества, отношения включения и равенства множеств, операции над множествами. Отношения, отношение эквивалентности. Общее понятие функции, образы и прообразы элементов и множеств. Композиция, сюръекция, инъекция, биекция, обратная функция. Мощность множества.

Тема 2. Числа и последовательности

Множество вещественных чисел, его важнейшие подмножества. Точные границы числовых множеств. Определение предела последовательности. Предел монотонной последовательности, число Эйлера. Критерий Коши сходимости последовательности. Различные формы полноты множества вещественных чисел. Частичные пределы последовательности, верхний и нижний пределы.

Тема 3. Функции одной переменной и ряды

Определение предела функции в точке. Пять замечательных пределов. Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Основные теоремы о функциях непрерывных на отрезке (Вейерштрасса и Больцано-Коши). Понятие равномерной непрерывности, теорема Кантора. Определение производной и дифференциала функции одной переменной, таблица производных. Основные теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Лагранжа, Коши). Правила Лопиталя. Формула Тейлора с остатками Пеано и Лагранжа. Исследование функции с помощью производной (экстремумы, монотонность, выпуклость). Понятие первообразной и неопределенного интеграла, таблица интегралов. Определение интеграла Римана. Суммы Дарбу, критерий интегрируемости, классы интегрируемых функций. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы первого и второго рода. Понятие числового ряда. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Признаки сходимости положительных рядов (Даламбера, Коши, Раабе, Гаусса). Признаки Дирихле и Абеля. Ряд Фурье, условия сходимости ряда Фурье (в точке и равномерной). Свойства суммы функционального ряда (непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость).

Тема 4. Функции многих переменных

Понятие дифференцируемости функций многих переменных. Частные производные, производная по направлению, градиент и его геометрический смысл. Матрица Якоби. Теоремы о неявной и обратной функции. Экстремумы

16. Интегральные представления частичных сумм тригонометрического ряда Фурье. **Лемма Римана-Лебега.** Принцип локализации. Условия сходимости рядов Фурье (в точке и равномерной).

17. Дифференцируемость и частные производные функции многих переменных, производная по направлению, градиент. Производные высших порядков, теорема Шварца о равенстве смешанных производных.

18. Локальные экстремумы функций одной и многих переменных. Необходимые условия и достаточные условия локального экстремума функции.

19. Теоремы о неявной и обратной функциях, условия их дифференцируемости и формулы для производных.

20. Мера Жордана в R^n и ее свойства: монотонность, аддитивность, субаддитивность.

21. Интеграл Римана в R^n и его свойства. Сведение интеграла к повторному (теорема Фубини), замена переменной в кратном интеграле.

22. Криволинейные интегралы и их основные свойства. Формула Грина.

Раздел 4. Учебная дисциплина «Теория вероятностей»

Тема 1. Вероятность

Элементарное событие, случайное событие, пространство элементарных событий. Вероятностное пространство, вероятность. Классическое, конечное, дискретное, геометрическое вероятностные пространства. Условная вероятность, независимость событий. Схема Бернулли.

Тема 2. Случайные величины и независимость

Случайные величины и независимость. Случайная величина, ее функция распределения. Дискретные и абсолютно непрерывные распределения, плотность распределения вероятностей. Распределение вероятностей, независимость случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, коэффициент корреляции.

Тема 3. Последовательности случайных величин

Последовательности случайных величин. Центральная предельная теорема, закон больших чисел.

Примерный перечень вопросов по Разделу 4. для подготовки к государственному экзамену:

1. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство. Свойства вероятности. Примеры.

2. **Формулы полной вероятности и Байеса. Примеры применения этих формул.**

3. Схема независимых испытаний Бернулли. Теоремы Пуассона и Муавра – Лапласа.

4. Случайная величина. Примеры. Функция распределения случайной величины. Свойства.

5. **Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Формулы для подсчета.**

функций многих переменных. Необходимое условие, достаточные условия существования экстремума.

Тема 5. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы

Определение интеграла Римана на евклидовых пространствах. Определение криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Грина.

Примерный перечень вопросов по Разделу 3. для подготовки к государственному экзамену:

1. Множество вещественных чисел. Важнейшие подмножества в $\mathbb{R}$ и их мощность. Теорема Кантора о несчетности множества вещественных чисел.

2. Числовые множества и их границы. Теорема Дедекинда о существовании точных границ.

3. Предел последовательности и его свойства (единственность, операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах). **Теорема о пределе монотонной последовательности.** Число Эйлера.

4. Критерий Коши сходимости последовательности. Предельная точка множества в $\mathbb{R}$, лемма Больцано-Вейерштрасса о существовании предельной точки.

5. Теорема Кантора о стягивающейся последовательности отрезков. **Лемма Бореля-Лебега о покрытиях отрезка интервалами.**

6. Предел функции в точке и непрерывность. Основные теоремы о непрерывных функциях (две теоремы Больцано-Коши, две **теоремы Вейерштрасса**).

7. Производная и дифференцируемость, правила дифференцирования. Производная композиции, производная обратной функции.

8. Теоремы Ферма, Ролля, **Лагранжа (о конечных приращениях)**, Коши (об отношении приращений).

9. **Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей.**

10. Формула Тейлора с остатками в форме Пеано и Лагранжа.

11. Определение интеграла Римана для функций одной переменной. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства, критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций.

12. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. **Существование первообразной для непрерывной функции, формула Ньютона-Лейбница.** Интегрирование по частям и замена переменных в определенном интеграле.

13. Понятие числового ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Признаки сходимости положительных рядов (Коши с корнем, Даламбера, Гаусса).

14. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. **Признаки Дирихле и Абеля.**

15. Функциональные ряды и последовательности. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле для равномерной сходимости.

Раздел 5. Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения»

Тема 1. Основные понятия

Обыкновенные дифференциальные уравнения, поле направлений, решение, интегральная кривая, задача Коши.

Тема 2. Уравнения 1-го порядка

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, линейные, Риккати и в полных дифференциалах.

Тема 3. Системы и уравнения n -го порядка

Фундаментальная система решений однородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.

Тема 4. Особые точки и устойчивость

Особые точки автономных систем: узел, седло, фокус, центр. Устойчивость решений по Ляпунову, функции Ляпунова.

Примерный перечень вопросов по Разделу 5. для подготовки к государственному экзамену:

1. Критерий уравнения в полных дифференциалах.
2. Базис пространства решений линейного дифференциального уравнения n -го порядка.
3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений.
4. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Колебательный характер решений.
5. Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Задача Коши. Схема её решения.
6. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
7. Особые точки автономных систем: узел, седло, фокус, центр.
8. Понятие устойчивости решений дифференциальных уравнений. Метод функций Ляпунова.

Раздел 6. Учебная дисциплина «Уравнения математической физики»

Тема 1. Введение в уравнения математической физики

Основные определения дифференциальных уравнений с частными производными. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.

Тема 2. Гиперболические уравнения

Решение задачи Коши для однородного уравнения колебаний струны методом характеристик. Формула Даламбера.

Тема 3. Параболические уравнения

Принцип минимума и максимума для уравнения теплопроводности. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

Тема 4. Эллиптические уравнения

Основные краевые задачи для уравнения Пуассона. Свойства гармонических функций.

Примерный перечень вопросов по Разделу 6. для подготовки к государственному экзамену:

1. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.
2. Решение задачи Коши для однородного уравнения колебаний струны. Формула Даламбера.
3. Принцип минимума и максимума для уравнения теплопроводности.
4. Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
5. Основные краевые задачи для уравнения Пуассона.
6. Свойства гармонических функций.

Раздел 7. Учебная дисциплина «Численные методы»

Тема 1. Приближение функций и численное интегрирование

Методы приближения функций. Интерполяция и аппроксимация. Приближенное вычисление интегралов.

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений и проблема собственных значений

Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Условие сходимости и оптимальное значение итерационного параметра в методе простых итераций. Методы решения проблемы собственных значений.

Тема 3. Системы нелинейных уравнений

Метод простой итерации для численного решения нелинейных уравнений, условие сходимости. Метод Ньютона для решения нелинейных уравнений и систем (локальная сходимость, квадратичная скорость сходимости). Модификации метода Ньютона.

Тема 4. Численные методы решения дифференциальных задач.

Методы Эйлера и Рунге-Кутты для решения задачи Коши. Явные и неявные многошаговые численные методы, методы Адамса. Численные методы решения задачи Коши для жестких систем ОДУ.

Тема 5. Разностные схемы

Основные понятия теории разностных схем (сеточный шаблон, аппроксимация, устойчивость, сходимость). Разностные схемы для уравнений в частных производных. Канонический вид и условие сходимости двухслойных разностных схем. Связь аппроксимации, устойчивости и сходимости.

Примерный перечень вопросов по Разделу 7. для подготовки к государственному экзамену:

1. Метод простой итерации для решения нелинейных уравнений $f(x)=0$.
Теорема о сходимости метода простой итерации.

2. Метод конечных разностей для дифференциальных уравнений в частных производных (сеточный шаблон, аппроксимация, устойчивость, сходимость).

3. Метод простых итераций для решения систем линейных алгебраических уравнений. Условие сходимости и оптимальное значение итерационного параметра.

4. Метод Ньютона и его модификации для решения нелинейных уравнений и систем. Локальность и квадратичная скорость сходимости метода Ньютона.

5. Методы Рунге-Кутты для численного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

6. Методы численного решения задачи Коши для жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Раздел 8. Учебная дисциплина «Теоретическая механика»

Тема 1. Кинематика точки

Основные понятия кинематики. Скорость точки и ускорение точки. Равномерное и равнопеременное движение. Кинематика точки в криволинейных координатах.

Тема 2. Кинематика твердого тела

Определение и свойства поступательного движения твердого тела. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Угловая скорость и угловое ускорение. Равномерное и равнопеременное вращение. Плоско-параллельное движение тела. Движение твердого тела около неподвижной точки. Теорема Даламбера-Эйлера. Скорости и ускорения точек тела. Теорема Ривальса. Кинематические уравнения Эйлера. Движение свободного твердого тела. Теорема Шаля. Сложное движение точки. Сложное движение твердого тела. Сложение мгновенных вращений. Общий случай. Винт. Центральная винтовая ось.

Тема 3. Динамика точки

Законы и задачи динамики. Общие теоремы динамики точки. Прямолинейное движение точки. Прямолинейные колебания точки. Свободные, затухающие, вынужденные колебания. Движение точки в поле центральных сил. Формулы Бинэ. Задача Ньютона. Уравнение Кеплера. Искусственные спутники Земли. Движение несвободной материальной точки. Математический маятник. Брахистохрона. Сферический маятник. Относительное движение материальной точки. Относительный покой и движение вблизи поверхности Земли. Маятник Фуко.

Тема 4. Динамика системы

Основные понятия и основные динамические величины. Общие теоремы динамики системы. Динамика тел переменной массы. Уравнение Мещерского. Задачи Циолковского.

Тема 5. Динамика твердого тела

Геометрия масс. Тензор инерции, эллипсоид инерции. Вращение тела вокруг неподвижной оси. Давление на ось. Физический маятник. Плоское движение твердого тела. Движение тела около неподвижной точки. Динамические уравнения Эйлера. Движение тяжелого твердого тела. Проблема четвертого интеграла. Случаи Эйлера, Лагранжа, Ковалевской. Элементарная теория гироскопа. Теория удара. Удар по телу, вращающемуся вокруг неподвижной оси. Центр удара.

Тема 6. Аналитическая механика

Принцип возможных перемещений. Принцип Даламбера. Общее уравнение динамики. Уравнения Лагранжа первого рода. Уравнения Лагранжа второго рода. Канонические уравнения Гамильтона. Малые колебания механических систем. Устойчивость равновесия. Теорема Лежен-Дирихле. Уравнения движения неголономных систем. Уравнения Аппеля. Вариационные принципы. Принцип Гамильтона, принцип Гаусса.

Примерный перечень вопросов по Разделу 8. для подготовки к государственному экзамену:

1. Приведение произвольной системы сил к простейшему виду. Условия равновесия произвольной системы сил.
2. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Угловая скорость и угловое ускорение. Равномерное и равнопеременное вращение.
3. Плоскопараллельное движение твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек тела.
4. Движение твердого тела вокруг одной неподвижной точки. Скорости и ускорения точек тела.
5. Сложное движение точки. Теоремы о сложении скоростей и ускорений.
6. Общие теоремы динамики точки.
7. Прямолинейные колебания материальной точки.
8. Движение точки в поле центральных сил. Формулы Бине. Движение планет.
9. Закон всемирного тяготения.
10. Задача Ньютона. Искусственные спутники Земли.
11. Движение несвободной материальной точки. Плоский математический маятник.
12. Динамика относительного движения материальной точки. Относительный покой и относительное движение вблизи поверхности Земли.
13. Общие теоремы динамики системы.
14. Динамика точки переменной массы. Уравнение Мещерского.

15. **Задача Циолковского.**
16. Принцип возможных перемещений. Уравнение Даламбера-Лагранжа.
17. Уравнение Лагранжа 2-ого рода.
18. Канонические уравнения движения системы.
19. Устойчивость равновесия механической системы. Теорема Дирихле.
20. Вращение абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси. Давление на ось.
21. **Движение абсолютно твердого тела, имеющего одну неподвижную точку. Кинематические уравнения Эйлера.**
22. **Динамические уравнения Эйлера.**
23. Общая постановка задачи о движении тяжелого твердого тела около неподвижной точки.
24. Первые интегралы. Проблема 4-го интеграла.
25. Элементарная теория гироскопа.
26. Принцип Гаусса.
27. Принцип Остроградского-Гамильтона.
28. Теория удара системы материальных точек.
29. Действие удара на тело, вращающееся вокруг неподвижной оси. Центр удара.

Раздел 9. Учебная дисциплина «Основы механики сплошных сред»

Тема 1. Кинематика, теория деформаций

Лагранжево и Эйлерово описания движения сплошной среды. Векторная и тензорная алгебра и анализ. Ковариантные, контравариантные тензоры. Ковариантное дифференцирование. Декартовы и криволинейные системы координат. Глобальная и локальная арифметизация пространства. Метрические свойства различных пространств. Деформация, тензоры Грина, Альманси, дисторсия. Относительное движение в пространстве - времени.

Тема 2. Основные законы баланса в механике сплошной среды

Теория напряжений в сплошных средах. Интегральная форма законов баланса (интегральная форма законов баланса, количество массы, количество движения, момента количества движения). Дифференциальная форма законов баланса.

Тема 3. Термодинамика сплошных сред

Основные понятия и определения феноменологической статистической термодинамики. Первый закон термодинамики. Второй закон, энтропия, тождество Гиббса. Термодинамические потенциалы и принцип Онзагера. Определяющие соотношения.

Тема 4. Необратимое деформирование сплошной среды

Процессы деформирования. Сложное и простое нагружение. Релаксация, ползучесть. Условия пластичности Мизеса и Сен-Венана Треска. Общая теория пластичности Ильюшина. Основы линейной теории вязкоупругости. Понятие устойчивости в механике сплошной среды. Критическая сила Эйлера.

Примерный перечень вопросов по Разделу 9. для подготовки к государственному экзамену:

1. Лагранжев и эйлеров подходы в МСС.
2. Лагранжевы и эйлеровы координаты.
3. Сохранение массы. Уравнения неразрывности.
4. Теорема об изменении количества движения. Уравнения движения. Уравнения равновесия.
5. Условия пластичности. Критерии Треска и Мизеса.
6. Простейшие механические модели вязкоупругого поведения. Обобщенные модели. Ползучесть и релаксация.

Раздел 10. Учебная дисциплина «Соппротивление материалов и основы строительной механики»

Тема 1. Растяжение, сжатие и кручение стержня

Продольная сила. Условия прочности при растяжении. Расчет простейших плоских стержневых систем. Напряжения и деформации при плоском напряженном состоянии. Кручение стержня круглого поперечного сечения. Крутящий момент. Условия прочности и жесткости при кручении. Кручение брусев некруглого сечения.

Тема 2. Изгиб балки. Принцип возможных перемещений для вычисления перемещений при изгибе балок

Нормальные и касательные напряжения. Условие прочности. Интегрирование дифференциального уравнения изогнутой оси балки. Формула Максвелла-Мора для случая изгиба. Вычисление перемещения в общем случае нагружения бруса. Энергетические методы определения перемещений. Теорема Кастилиано. Интеграл Мора. Правило Верещагина.

Тема 3. Стержневые конструкции

Стержневые конструкции: фермы и рамы. Расчет статически неопределимых систем по методу сил. Канонические уравнения метода сил при изгибе балок и рам.

Тема 4. Устойчивость упругих стержней

Основы теории колебаний упругих систем. Устойчивость упругих стержней. Критическая сила.

Примерный перечень вопросов по Разделу 10. для подготовки к государственному экзамену:

1. Растяжение и сжатие стержня. Продольная сила. Условия прочности при растяжении.
2. Кручение стержня круглого поперечного сечения. Крутящий момент. Условия прочности и жесткости при кручении.
3. Изгиб балки. Нормальные и касательные напряжения. Условие прочности.
4. Интегрирование дифференциального уравнения изогнутой оси балки.
5. Энергетические методы определения перемещений. Теорема Кастилиано. Интеграл Мора. Правило Верещагина.

6. Канонические уравнения метода сил при изгибе балок и рам.
7. Устойчивость упругих стержней. Критическая сила.
8. Плоское напряженное состояние. Определение главных площадок и главных напряжений. Зависимости между линейными деформациями и нормальными напряжениями при плоском напряженном состоянии.
9. **Прямой поперечный изгиб. Нормальные напряжения при чистом изгибе. Условие прочности при изгибе. Формула Журавского для определения касательных напряжений при поперечном изгибе.**
10. **Потенциальная энергия упруго деформированного тела. Теорема Клайперона. Применение энергетического метода для определения обобщенных перемещений.**
11. Деформация кручения. Касательные напряжения при кручении бруса круглого поперечного сечения. Условие прочности при кручении.
12. Потеря устойчивости первого рода. Формула Эйлера для критической силы. Формула Ясинского. Критические напряжения. Гибкость стержня.
13. Динамические нагрузки и динамические напряжения. Ударные нагрузки. Динамические коэффициенты. Динамические напряжения.

Раздел 11. Учебная дисциплина «Теория упругости»

Тема 1. Анализ напряженного состояния

Предмет теории упругости. Область приложений, перспективные направления. Понятие сплошной среды. Гипотеза сплошности, понятие о частице среды, ее плотности, скорости. Массовые силы. Поверхностные силы. Принцип напряжения Коши. Вектор напряжения. Напряженное состояние в точке. Тензор напряжений. Связь между тензором напряжений и вектором напряжения. Равновесие сил и моментов. Симметрия тензора напряжений. Законы преобразования напряжений. Главные напряжения. Инварианты тензора напряжений. Максимальное и минимальное касательное напряжение. Девиатор и шаровой тензор напряжений.

Тема 2. Деформации

Эйлерово и лагранжево описание движения. Радиус-вектор. Вектор перемещения. Переход от переменных Лагранжа к переменным Эйлера и обратно. Градиенты деформации. Градиенты перемещения. Тензоры конечных деформаций. Теория малых деформаций. Тензоры бесконечно малых деформаций. Относительное перемещение. Тензор линейного поворота. Вектор поворота. Геометрический смысл тензоров линейных деформаций. Коэффициент длины. Интерпретация конечных деформаций. Свойства преобразований тензоров деформаций. Главные деформации. Инварианты деформации. Кубическое расширение. Шаровой тензор и девиатор деформаций. Уравнения совместности для линейных деформаций.

Тема 3. Линейная теория упругости

Закон Гука. Обобщенный закон Гука. Функция энергии деформации. Изотропные и анизотропные среды. Симметрия упругих свойств. Изотропные среды. Упругие постоянные. Закон Гука для изотропной среды. Постановка

статических и динамических задач теории упругости. Уравнения совместности Бельтрами-Мичелла. Уравнения Ламе. Теорема о суперпозиции. Единственность решений. Принцип Сен-Венана. Некоторые свойства перемещений, деформаций и напряжений. Плоские задачи теории упругости. Плоское напряженное состояние и плоская деформация. Функция напряжений Эри. Решение плоской задачи в полиномах. Решение плоской задачи в тригонометрических рядах. Плоская задача в полярных координатах. Основные уравнения. Симметричное распределение напряжений. Растяжение пластины с отверстием (задача Кирша). Задача Фламана. Упругие волны в изотропной среде. Система уравнений линейной теории упругости в случае адиабатических процессов. Волны расширения и волны искажения. Продольные и поперечные плоские волны. Волны Релея.

Примерный перечень вопросов по Разделу 11. для подготовки к государственному экзамену:

1. Тензоры напряжений и деформаций.

2. Экстремальные свойства главных и касательных напряжений.

Инварианты тензора напряжений.

3. Уравнения равновесия упругого тела в напряжениях.

4. Обобщенный закон Гука. Закон Гука для изотропного материала. Модуль упругости и коэффициент Пуассона, их связь с постоянными Ляме.

5. Уравнения Ламе равновесия/движения упругого тела в перемещениях.

6. Восстановление вектора перемещений по заданным компонентам деформаций. Уравнения совместности деформаций.

7. Постановка задач теории упругости в компонентах перемещений и напряжений.

8. Свойство упругого равновесия изотропного тела при отсутствии массовых сил.

9. Плоские деформированное и напряженное состояния. Метод функций Эйри при решении плоских задач в случае отсутствия объемных сил.

10. Кручение призматических стержней произвольного постоянного поперечного сечения.

Раздел 12. Учебная дисциплина «Механика жидкости и газа»

Тема 1. Основные понятия и теоремы, используемые для описания движения жидких и газообразных сред

Предмет механики жидкости и газа. Области приложений, перспективные направления. Два подхода к описанию движения сплошной среды. Основные формулы и операторы векторного анализа. Закон сохранения массы. Уравнение неразрывности. Тензор напряжений. Тензор скоростей деформаций. Закон Навье – Стокса. Формула Гельмгольца. Формула Коши. Уравнения движения сплошной среды в напряжениях. Уравнения энергии для сплошной среды. Модели жидкой среды. Идеальная жидкость и совершенный газ. Вязкая жидкость и газ. Замкнутые системы уравнений.

Тема 2. Гидростатика

Равновесие несжимаемой жидкости. Равновесие в поле потенциальных сил. Относительное равновесие вращающейся жидкости. Барометрическая формула. Силы, действующие на тела, помещенные в жидкость. Закон Архимеда. Устойчивость равновесия несжимаемой жидкости в поле силы тяжести.

Тема 3. Течения идеальной несжимаемой жидкости

Уравнение Эйлера. Граничные условия в задачах движения идеальной жидкости. Уравнение движения в форме Громека – Лемба. Первые интегралы движения идеальной жидкости. Интеграл Бернулли и его применение при решении задач. Трубка Пито – Прандтля. Динамическое и гидростатическое давления. Интеграл Коши – Лагранжа. Течения идеальной жидкости при наличии баротропии. Плоское течение несжимаемой идеальной жидкости. Функция тока и потенциал скорости. Комплексный потенциал. Примеры комплексных потенциалов и течения ими описываемые. Плоское обтекание кругового цилиндра идеальной жидкостью без циркуляции и с циркуляцией. Формула Жуковского. Задачи Дирихле и Неймана. Движение шара в безграничном объеме жидкости. Обтекание произвольного крылового профиля идеальной жидкостью. Обтекание эллипса и пластинки под углом атаки. Постулат Чаплыгина – Жуковского. Главный вектор и главный момент сил давления, действующих на обтекаемый контур. Формулы Блазиуса – Чаплыгина.

Тема 4. Волновые и вихревые движения идеальной жидкости

Волновые движения идеальной жидкости. Классификация волновых движений. Гравитационные волны. Прогрессивные и стоячие волны. Гравитационные волны в ограниченном объеме. Гравитационные волны в средах с поверхностью раздела. Дисперсионные соотношения. Вихревые движения идеальной жидкости. Теорема Стокса. Уравнения движения с учетом завихренностей. Теоремы Томпсона и Лагранжа о возможности вихревых движений. Две теоремы Гельмгольца.

Тема 5. Течения вязкой несжимаемой жидкости

Модель вязкой жидкости и газа. Уравнения Навье-Стокса. Граничные условия в задачах движения вязкой жидкости. Подобие течений идеальной и вязкой жидкостей. Критерии подобия и их физический смысл. Уравнения Навье-Стокса безразмерном виде. Точные решения уравнений Навье-Стокса. Слоистые установившиеся и нестационарные течения. Течения Пуазейля между параллельными стенками и в трубе. Течение Куэтта. Течение под действием силы тяжести. Течения по цилиндрической поверхности. Течение между вращающимися цилиндрами. Основы теории пограничного слоя. Система Прандтля. Задача Блазиуса и ее решение. Метод Тепфера. Отрыв пограничного слоя и образование вихрей. Медленное движение сферы в вязкой жидкости. Формула Стокса. Определение силы сопротивления при движении тела в вязкой жидкости.

Тема 6. Основы теории гидродинамической устойчивости и турбулентности течений

Ламинарные и турбулентные течения. Основные понятия теории гидродинамической устойчивости. Опыт Рейнольдса. Метод малых колебаний. Уравнения Релея и Орра-Зоммерфельда. Задача на собственные значения. Устойчивость течения с поверхностью раздела. Основные понятия теории турбулентности. Осредненное и пульсационное движения. Уравнения Рейнольдса. Гипотеза Буссинеска.

Тема 7. Модель сжимаемой среды. Основы термодинамики

Приложения в газовой динамике. Модель сжимаемой среды. Основы термодинамики. Первое начало термодинамики. Уравнение притока тепла. Совершенный газ. Формула Майера. Адиабата Пуассона. Цикл Карно. Второе начало термодинамики. Энтропия. Энтропия совершенного газа.

Тема 8. Одномерные установившиеся течения газа

Интеграл Бернулли для адиабатических течений совершенного газа. Параметры торможения. Максимальная скорость. Скорость звука. Критическая скорость. Число Маха. Истечение газа из сосуда. Формула Сен-Венана-Вентцеля. Связь давления, плотности и температуры с параметрами торможения и числом Маха. Нагревание тел в потоке. Влияние сжимаемости на форму трубок тока. Простое сопло. Течение газа в простом сопле. Сопло Лаваля. Расчетные режимы истечения газа из сопла Лаваля.

Тема 9. Одномерные нестационарные течения газа

Теория звука. Волновое уравнение. Прогрессивные волны. Распространение возмущений от движущегося источника. Эффект Доплера. Конус и угол Маха. Одномерные нестационарные течения газа и их характеристики. Инварианты Римана. Простые волны. Метод характеристик. Задача Коши. Истечение газа в вакуум.

Тема 10. Течения с ударными волнами

Условия на поверхности сильных разрывов в произвольной системе отсчета. Тангенциальный разрыв. Скачки уплотнения и разряжения. Поверхности разрыва внутри идеальных сжимаемых сред. Адиабата Гюгонио. Скорость частиц среды до и после скачка в системе координат, движущейся с ударной волной. Теорема Цемплена. Слабые ударные волны. Сильные ударные волны. Ударные волны в совершенном газе. Адиабата Гюгонио для совершенного газа. Задача о поршне, вдвигаемом в газ. Применение π -теоремы при решении задач механики. Задача о сильном взрыве и ее решение.

Тема 11. Двумерное стационарное движение газа

Модель двумерного стационарного движения газа. Функция тока. Уравнения движения в естественной системе координат. Теорема Крокко о вихрях. Уравнение для потенциала скорости. Уравнение Чаплыгина в переменных годографа. Метод Чаплыгина в задаче о газовых струях. Трансзвуковые течения. Уравнения Эйлера –Трикоми. Уравнения для потенциала в физических переменных для трансзвуковых течений. Сверхзвуковое течение газа. Особенности сверхзвукового обтекания тел.

Примерный перечень вопросов по Разделу 12. для подготовки к государственному экзамену:

- 1. Модель идеальной жидкости. Интегралы уравнений движения идеальной жидкости.**
2. Плоское обтекание кругового цилиндра потоком идеальной жидкости.
3. Гравитационные волны в идеальной жидкости.
4. Модель вязкой жидкости. Уравнение Навье-Стокса. Граничные условия.
5. Слоистые течения. Течения Пуазейля и Куэтта. Течение под действием силы тяжести.
6. Основы теории пограничного слоя. Уравнения Прандтля. Задача Блазиуса.
7. Опыт Рейнольдса. Понятия об устойчивости течения и турбулентности.
8. Модель идеального совершенного газа. Граничные условия.
9. Одномерные стационарные течения газа. Интеграл Бернулли для адиабатических течений совершенного газа.
10. Течения газа в сопле Лаваля и простом сопле.
11. Теория звука. Волновое уравнение.
12. Одномерные нестационарные течения газа и их характеристики.
13. Поверхности разрыва внутри идеальных сжимаемых сред. Адиабата Гюгонио.
14. Задача о сильном взрыве в газе.
15. Двумерное стационарное движение газа. Уравнение Чаплыгина.
16. Трансзвуковые течения. Уравнение Эйлера–Трикоми. Особенности сверхзвукового обтекания тел.

Раздел 13. Учебная дисциплина «Математические модели механики деформируемого твердого тела и основы механики разрушения»

Тема 1. Основные группы механических характеристик материалов, основные типы механического поведения материалов

Классификация механических характеристик материалов. Основные типы механического поведения материалов (упругость, ползучесть, пластичность). Суть основных различий между упругими, пластическими, и реологическими моделями поведения среды. Неоднородность и анизотропия. Масштабный фактор этих свойств. Полные диаграммы деформирования и разрушения.

Тема 2. Характеристики напряженно-деформированного состояния деформируемого тела. Математические модели механического поведения деформируемых сред

Модели поведения среды. Структурные схемы. Упругая модель поведения среды. Упруго-пластические модели поведения среды. Условия пластичности. Вязко-упругие модели поведения среды. Ползучесть и релаксация, зависимость между ядрами ползучести и релаксации. Линейная наследственная теория ползучести.

Тема 3. Механико-математическая постановка задач в рамках моделей механики деформируемого твердого тела

Полная система уравнений для описания состояния среды в рамках моделей МДТТ. Физические соотношения, определяющие поведение твердого деформируемого тела в рамках различных моделей поведения деформируемой среды.

Тема 4. Фундаментальные решения теории упругости

Фундаментальные решения эллиптических уравнений. Задача Буссинеска. Формулы Герца. Задача Черутти. Общий случай действия нагрузки на поверхности полупространства. Задача Миндлина. Решение Фламана. Решение модельных задач теории упругости на основе фундаментальных решений.

Тема 5. Математические модели поведения твердых деформируемых сред с реологическими свойствами

Ползучесть и релаксация. Математические модели реологических тел. Структурные реологические модели. Разрушение (повреждение) при ползучести. Реологические уравнения линейной вязкоупругости. Примеры видов ядер ползучести и релаксации. Принцип Вольтерра. Полная система уравнений механики линейно-наследственных сред.

Тема 6. Математические модели теории пластичности

Модели твердо-пластического поведения среды. Пластичность материалов при растяжении и сжатии. Упругопластические модели поведения материала. Условия пластичности. Простое и сложное нагружения. Гипотезы теории малых упругопластических деформаций. Постановка задач теории малых упругопластических деформаций. Метод упругих решений. Теория пластического течения. Пример предельной поверхности. Связь между теорией течения и теорией малых упругопластических деформаций.

Тема 7. Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела

Обзор современных прикладных систем автоматизированного инженерного анализа для персональных ЭВМ. Сравнительный анализ программных комплексов для конечно-элементного анализа механики систем на базе ПЭВМ (например, ansys, nastran, patran, dytran, ls-dyna, pro/engineer (pro/mechanica), catia, cosmos works (cosmos/m), solidworks, microstation, unigraphics, i-deas); пакетов кинематического и динамического анализа механизмов (например, adams, visualnastran, ansys workbench, working model).

Основные понятия и определения метода конечных элементов, определение и свойства матриц жесткости, упругости, функций формы, градиентов. Вариационная формулировка метода конечных элементов в механике деформируемого твердого тела.

Примерный перечень вопросов по Разделу 13. для подготовки к государственному экзамену:

1. Фундаментальные решения теории упругости.
2. Ползучесть и релаксация. Математические модели реологических тел.

3. **Принцип Вольтера решения задач линейной вязкоупругости.**
4. Задачи теории пластичности и упруго-пластичности. Условия пластичности.
5. **Математические модели и постановка задач теории малых упругопластических деформаций.**
6. Теория пластического течения.
7. Основные понятия и определения метода конечных элементов, определение и свойства матриц жесткости, упругости, функций формы, градиентов. Основное уравнение метода конечных элементов в механике деформируемого твердого тела.
8. **Математические основы метода конечных элементов.**

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Глухов, М. М. Алгебра: учебник для вузов / М. М. Глухов, В. П. Елизаров, А. А. Нечаев. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 608 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/187793>
2. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие для вузов / И. В. Проскуряков. – 16-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 476 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/183752>
3. Каргаполов, М. И. Основы теории групп: учебное пособие для вузов / М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков. – 6-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 288 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/238481>
4. Мартынов, Л. М. Алгебра и теория чисел для криптографии: учебное пособие для вузов / Л. М. Мартынов. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 456 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/189446>
5. Виноградов, И. М. Основы теории чисел : учебное пособие [для вузов] / И.М. Виноградов. - Изд. 15-е, стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 176 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. <https://e.lanbook.com/book/298499>
6. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / П. С. Александров. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 512 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/242861>
7. Березкина, Л. Л. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: учебник / Л.Л. Березкина – Минск : РИВШ, 2022. – 412 с.
8. Зорич, В. А. Математический анализ : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика и направлениям 01.03.01 Математика, 01.03.03 Механика и математическое моделирование, 02.03.01 Математика и компьютерные науки : в 2 ч. / В. А. Зорич. – Изд. 12-е, стер. – М. : МЦНМО, 2023.
9. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие [для вузов] / Б. П. Демидович. – Изд. 25-е, стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 624 с. – <https://reader.lanbook.com/book/332675>
10. Математический анализ. Задачи и упражнения : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по математическим специальностям : в 3 ч. Ч. 1 / И. Л. Васильев [и др.]. – Минск : Вышэйшая школа, 2022. – 293 с.
11. Математический анализ. Задачи и упражнения : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по математическим специальностям : в 3 ч. Ч. 2 / С. А. Бондарев [и др.]. Минск : Вышэйшая школа, 2023. – 355 с.

12. Бровка, Н. В. Практикум по математическому анализу : учебное пособие : в 3 ч. Ч. 1 / Н. В. Бровка, А. В. Ляцкая, А. П. Карпова. – Минск : БГУ, 2023. – 455 с. – (Классическое университетское издание). – <https://elib.bsu.by/handle/123456789/303294>

13. Боровков, А. А. Теория вероятностей: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 010100 "Математика" / А. А. Боровков. – Изд. стер. – М. : URSS : Либроком, 2023. – 652 с.

14. Гнеденко, Б. В. Курс теории вероятностей: учебник для студ. мат. спец. ун-тов / Б. В. Гнеденко. – Изд. 13-е. – М. : URSS, 2022. – 448 с.

15. Севастьянов, Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям "Математика" и "Механика" / Б. А. Севастьянов. – Изд. стер. – М. : URSS : ЛЕНАНД, 2022. – 255 с.

16. Бибииков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Ю. Н. Бибииков. – 2-е изд., стер. – М. : Лань. 2022. – 304 с.

17. Филиппов, А. Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: Учебник / А. Ф. Филиппов. – 5-е изд. – М. : Ленард. 2024. – 248 с.

18. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики: учебное пособие для студентов высших учебных заведений по математическим специальностям / В. И. Корзюк. – Изд. 2-е, испр. и доп. – М. : URSS: ЛЕНАНД, 2021. – 479 с.

19. Палин, В. В. Методы математической физики. Лекционный курс: учебное пособие для вузов, для студентов высших учебных заведений, обучающихся по естественнонаучным направлениям / В. В. Палин, Е. В. Радкевич; МГУ им. М. В. Ломоносова. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2021. – 222 с.

20. Карчевский, М. М. Лекции по уравнениям математической физики : учебное пособие для вузов/ М. М. Карчевский. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 164 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/321200>

21. Марчук, Г. И. Методы вычислительной математики : учебное пособие / Г. И. Марчук. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 608 с.

22. Фаддеев, Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры : учебник / Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 736 с.

23. Демидович, Б. П. Основы вычислительной математики : учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – 8-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 672 с.

24. Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. – 5-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 400 с.

25. Гулин, А. В. Введение в численные методы в задачах и упражнениях : учебное пособие / А. В. Гулин, О. С. Мажорова, В. А. Морозова. – Москва : ИНФРА-М, 2022. – 368 с.

26. Вярвильская, О. Н. Краткий курс теоретической механики / О. Н. Вярвильская, Д. Г. Медведев, В. П. Савчук. – Минск : БГУ, 2020. – 207 с.
27. Вярвильская, О. Н. Теоретическая механика: электронный учебно-методический комплекс для специальности: 1-31 03 02 «Механика и математическое моделирование» / О. Н. Вярвильская. – Минск : БГУ, 2022. – 228 с.
28. Журавков, М. А. Математические модели механики твердых тел: учеб. пособие / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов. – Минск : БГУ, 2021 – 535 с.
29. Журавков, М. А. Современные численные методы в механике: курс лекций / М. А. Журавков. – Минск : БГУ, 2022. – 132 с. – <https://elib.bsu.by/handle/123456789/286556>
30. Журавков, М. А. Технологии искусственного интеллекта и интеллектуальные системы компьютерного моделирования и инженерных расчетов. Вводный курс: учебное пособие / М. А. Журавков. – Минск : БГУ, 2024. – 177 с – <https://elib.bsu.by/handle/123456789/309072>
31. Журавков, М. А. Основные подходы, принципы и особенности механико-математического моделирования в геомеханике : курс лекций / М. А. Журавков, С. Н. Лопатин. – Минск : БГУ, 2024. – 125 с. – <https://elib.bsu.by/handle/123456789/320041>
32. Дудяк, А. И. Механика материалов: учебно-методическое пособие / А. И. Дудяк, Ж. Г. Дикан, Ю. В. Василевич. – Минск : БНТУ, 2023. – 107 с.
33. Лукьянов, М. А. Техническая механика: Учебник / Российский университет транспорта (МИИТ). – Москва : ООО «Научно-издательский центр ИНФРА-М», 2024. – 486 с.
34. Молотников, В. Я. Теория упругости и пластичности: учебное пособие [для вузов] / В. Я. Молотников, А. А. Молотникова. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 528 с.
35. Молотников, В. Я. Сопротивление материалов : учебное пособие для вузов / В. Я. Молотников. – Санкт-Петербург : Лань, 2024. – 312 с.
36. Вербицкая, О. Л. Теория упругости и пластичности: учебно-методическое пособие для строительных специальностей / О. Л. Вербицкая, С. И. Зиневич, Л. И. Шевчук. – Минск : БНТУ, 2021. – 128 с.
37. Котляров, А. А. Теоретическая механика и сопротивление материалов: компьютерный практикум: учебное пособие для вузов / А. А. Котляров. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 304 с.
38. Zhuravkov, M. Mechanics of Solid Deformable Body / M. Zhuravkov, Y. Lyu, E. Starovoitov. – Springer, 2023. – 317 p.
39. Ma, H. Mechanics of materials / H. Ma, Y. Mei, D. Marmysh, S. Ji. Mechanics of materials. – Science Press, 2024. – 500 p.
40. Starovoitov, Eduard. Deformation of Three-layer Structural Elements in Thermal Radiation Fields / E. Starovoitov, M. Zhuravkov, D. Leonenko, L. Yongtao. – Springer Singapore, 2025. – 384 p.

Дополнительная литература

1. Беняш-Кривец, В. В. Лекции и семинары по алгебре: группы, кольца, поля / В. В. Беняш-Кривец, Г. Е. Пунинский. – Минск : БГУ, 2015. – 152 с. <http://elib.bsu.by/handle/123456789/149209>.
2. Беняш-Кривец, В. В. Лекции и семинары по алгебре: основные понятия алгебры и теории чисел / В. В. Беняш-Кривец, Г. Е. Пунинский. – Минск: БГУ, 2015. – 116 с. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/149208>
3. Винберг, Э. Б. Курс алгебры / Э. Б. Винберг. – Москва : Изд-во МЦНМО, 2019. – 592 с.
4. Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия. Т. 1 / М. В. Милованов [и др.]. – Минск : Амалфея, 2001. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/13295>
5. Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия. Т. 2 / М. В. Милованов [и др.]. – Минск : Амалфея, 2001. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/13296>
6. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии: Учеб. пособие для студ. мат. и физических спец. ун-тов / А. А. Бурдун [и др.] ; под ред. А. С. Феденко. – 2-е изд. – Минск : Універсітэцкае, 1999. – 302 с. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/13294>
7. Монахов, В. С. Алгебра и теория чисел: практикум : учеб. пособие. В 2 ч. Ч. 1 // В. С. Монахов, А. В. Бузланов. – Минск : Изд. центр БГУ, 2007. – 264 с. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/13297>
8. Фаддеев, Д. К. Задачи по высшей алгебре: учебник / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. – 17-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 288 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210164>
9. Кострикин, А. И. Введение в алгебру: учебник для студ. ун-тов, обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика": [в 3 ч.]. Ч. 1: Основы алгебры / А. И. Кострикин. – М. : Изд-во МЦНМО, 2022. – 271 с.
10. Кострикин, А. И. Введение в алгебру: учебник для студ. ун-тов, обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика": [в 3 ч.]. Ч. 2: Линейная алгебра / А. И. Кострикин. – Мо. : Изд-во МЦНМО, 2022. – 367 с.
11. Кострикин, А. И. Введение в алгебру: учебник для студ. ун-тов, обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика": [в 3 ч.]. Ч. 3: Основные структуры алгебры / А. И. Кострикин. – М. : Изд-во МЦНМО, 2022. – 271 с.
12. Дыбкова, Е. В. Задачи по алгебре. Основы теории групп / Е. В. Дыбкова, И. Б. Жуков, А. А. Семенов, Р. А. Шмидт. – С.-Петербург: Изд-во С.-Петербургского университета, 1996. – 32 с.
13. Размыслович, Г. П. Геометрия и алгебра. В 5 - ти частях. Ч. 1: Матрицы, определители, системы линейных уравнений: пособие для студентов факультета прикладной математики и информатики / Г. П. Размыслович. – Минск: БГУ, 2010. – 73 с. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/2336>
14. Размыслович, Г. П. Геометрия и алгебра : пособие для студентов факультета прикладной математики и информатики : в 5 ч. Ч. 2 : Векторные

пространства / Г. П. Размыслович. – Минск : БГУ, 2013. – 56 с. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/50318>

15. Размыслович, Г. П. Геометрия и алгебра : учебные материалы для студентов фак. прикладной математики и информатики. В 5 ч. Ч. 3. Линейные и билинейные отображения векторных пространств / Г. П. Размыслович. – Минск : БГУ, 2014. – 71 с. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/98210>

16. Размыслович, Г. П. Геометрия и алгебра : учебные материалы для студентов фак. прикладной математики и информатики. В 5 ч. Ч. 4. Полиномиальные и нормальные формы матриц. Евклидово и унитарное пространства / Г. П. Размыслович. – Минск : БГУ, 2014. – 65 с. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/105019>

17. Кононов, С. Г. Аналитическая геометрия : учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по математическим спец. / С. Г. Кононов. – Минск : БГУ, 2014. – 238 с. – <https://elib.bsu.by/handle/123456789/113440>

18. Кострикин, А. И. Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие / А. И. Кострикин, Ю. И. Манин. – М. : Наука, 1986. – 303 с.

19. Постников, М. М. Лекции по геометрии. Семестр I. Аналитическая геометрия: учебное пособие / М. М. Постников. – М. : Наука, 1979. – 336 с.

20. Кротов, В. Г. Математический анализ : учеб. пособие для студ. уво по математическим спец. / В. Г. Кротов. ; БГУ. – Минск : БГУ, 2017. – 375 с. – <http://elib.bsu.by/handle/123456789/191394>.

21. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды : Учебник / Л. Д. Кудрявцев. – 5-е изд., перераб. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2021. – 444 с.

22. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т.2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ : Учебник. / Л. Д. Кудрявцев. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 467 с.

23. Сборник задач по математическому анализу / под ред. Л. Д. Кудрявцева. – М.: Наука, Т. 1. – 1984, Т. 2. – 1986, Т. 3 – 1994.

24. Лазакович, Н. В. Теория вероятностей : учебник / Н. В. Лазакович, С. П. Сташулёнок, О. Л. Яблонский. – 3-е изд., с изм. – Минск : БГУ, 2013. – 335 с. – <http://elib.bsu.by/handle/123456789/93935>

25. Лазакович, Н. В. Курс теории вероятностей: электронное учебное пособие / Н. В. Лазакович, С. П. Сташулёнок, О. Л. Яблонский. – Минск : Электронная книга БГУ, 2003. – 322 с. <http://elib.bsu.by/handle/123456789/10291>

26. Лазакович, Н. В. Теория вероятностей : учебное пособие / Н. В. Лазакович, С. П. Сташулёнок. – Минск : БГУ, 2003. – 259 с.

27. Теория вероятностей : практикум : учеб. пособие для студ вузов по мат. спец. : в 2 ч. Ч. 1 / Н. В. Лазакович [и др.] ; под ред. Н. В. Лазаковича. – Минск : БГУ, 2011. – 147 с. <http://elib.bsu.by/handle/123456789/38806>

28. Теория вероятностей : практикум : учеб. пособие для студ вузов по мат. спец. : в 2 ч. Ч. 2 / Н. В. Лазакович [и др.] ; под ред. Н. В. Лазаковича. – Минск : БГУ, 2014. – 175 с. <http://elib.bsu.by/handle/123456789/113437>

29. Амелькин, В. В. Дифференциальные уравнения : учеб. пособие / В. В. Амелькин. – Минск : БГУ, 2012. – 288 с. – (Классическое университетское издание). <http://elib.bsu.by/handle/123456789/43871>
30. Прохорова, Р. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Р. А. Прохорова. – Минск : БГУ, 2017. – 335 с. <http://elib.bsu.by/handle/123456789/205697>
31. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики: учебник для студ. физико-математических спец. ун-тов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – 7-е изд. – М. : Изд-во Московского ун-та: Наука, 2004. – 798 с.
32. Иванов, С. В. Уравнения в частных производных. Метод разделения переменных / С. В. Иванов. – М. : URSS: Ленанд, 2018. – 197 с.
33. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики: Учебник для студ. вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. – 2-е изд., стер. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 399 с.
34. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики: метод. указания и задания для студентов мех.-мат. фак. В 3 ч. Ч. 1 / В. И. Корзюк, И. С. Козловская. – Минск : БГУ, 2019. – 31 с. – URL: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/233790>.
35. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики: метод. указания и задания для студентов мех.-мат. фак. В 3 ч. Ч. 2 / В. И. Корзюк, И. С. Козловская. – Минск : БГУ, 2020. – 54 с. – URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/249214>.
36. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики: метод. указания и задания для студентов мех.-мат. фак. В 3 ч. Ч. 3 / В. И. Корзюк, И. С. Козловская. – Минск : БГУ, 2021. – 48 с. – URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/257071>.
37. Волков, В. М. Численный анализ и оптимизация / В. М. Волков, О. Л. Зубко, И. Н. Катковская, И. Л. Ковалева, В. Г. Кротов, П. Лима. – Минск : Белгослес, 2017. – 207 с.
38. Игнатенко, М. В. Методы вычислений. Интерполирование и интегрирование : курс лекций / М. В. Игнатенко. – Минск : БГУ, 2006. – 116 с.
39. Бахвалов, Н. С. Численные методы. Решения задач и упражнения : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. 01.05.01 "Фундаментальные математика и механика" / Н. С. Бахвалов, А. А. Корнев, Е. В. Чижонков ; МГУ им. М. В. Ломоносова. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Лаборатория знаний, 2016. – 352 с.
40. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: учебное пособие для студентов физических специальностей университетов: в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц; под ред. Л. П. Питаевского. – Изд. 6-е, испр. – Москва : Физматлит, – Т.6 : Гидродинамика. – 2021. – 727 с.
41. Бухгольц, Н. Н. Основной курс теоретической механики: в 2-х ч./ Н. Н. Бухгольц. – Москва : Наука, 1972. – 370 с.
42. Вильке, В. Г. Теоретическая механика / В. Г. Вильке. – Москва : Изд-во МГУ, 1991. – 190 с.
43. Мещерский, Н. Д. Сборник задач по теоретической механике / Н. Д. Мещерский. – Москва : Наука, 1970. – 257 с.

44. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики / С. М. Тарг. – Москва : Наука, 1976. – 289 с.
45. Айзенберг, Т. Б. Руководство к решению задач по теоретической механике / Т. Б. Айзенберг. – Москва : Наука, 1968. – 399 с.
46. Седов, Л. И. Механика сплошной среды / Л. И. Седов – Москва : Наука, 1970. – 378 с.
47. Безухов, Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н. И. Безухов. – М.: Высшая школа, 1968. – 784 с.
48. Амензаде, Ю. А. Теория упругости / Ю. А. Амензаде. – Москва : Высшая школа, 1976. – 272 с.
49. Черный, Г. Г. Газовая динамика / Г. Г. Черный. – Москва : Наука, 1989. – 657 с.
50. Ландау, Л. Д. Гидромеханика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – Москва : Наука, 1986. – 320 с.
51. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – Москва : Наука, 1986. – 645 с.
52. Шкадов, В. Я. Течения вязкой жидкости / В. Я. Шкадов. – Москва : Изд. МГУ, 1984. – 347 с.
53. Новацкий, В. Теория упругости / В. Новацкий. – Москва : Мир, 1975. – 872 с.
54. Лехницкий, С. Г. Теория упругости анизотропного тела / С. Г. Лехницкий. – Москва : Наука, 1977. – 416 с.
55. Тимошенко, С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер – Москва : Наука, 1979. – 560 с.
56. Ломакин, В. А. Теория упругости неоднородных тел / В. А. Ломакин. – Москва : МГУ, 1976. – 368 с.
57. Ишлинский, А. Ю. Математическая теория пластичности / А. Ю. Ишлинский, Д. Д. Ивлев. – Москва : Физматлит, 2001. – 704 с.
58. Малинин, Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Н. Н. Малинин. – Москва : Машиностроение, 1968. – 400 с.
59. Горшков, А. Г. Основы тензорного анализа и механика сплошной среды / А. Г. Горшков, Л. Н. Рабинский, Д. В. Тарлаковский. – Москва : Наука, 2000. – 214 с.
60. Ключников, В. Д. Математическая теория пластичности / В. Д. Ключников. – Москва : МГУ, 1979. – 206 с.
61. Работнов, Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела / Ю. Н. Работнов. – Москва : Наука, 1979. – 744 с.
62. Горшков, А. Г. Теория упругости и пластичности / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, Д. В. Тарлаковский. – Москва : Физматлит, 2002. – 416 с.
63. Старовойтов, Э. И. Соппротивление материалов / Э. И. Старовойтов. – Москва : Физматлит, 2008. – 384 с.
64. Качанов, Л. М. Основы механики разрушения / Л. М. Качанов. – Москва : Наука, 1974. – 520 с.
65. Черепанов, Г. П. Механика хрупкого разрушения / Г. П. Черепанов. – Москва : Наука, 1974. – 640 с.

66. Хеллан, К. Введение в механику разрушения / К. Хеллан – Москва : Мир, 1988. – 364 с.
67. Крауч, С. Метод граничных элементов в механике твердого тела / С. Крауч, А. Старфилд. – Москва : Мир, 1987. – 490 с.
68. Бреббия, К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Вроубел – Москва : Мир, 1987. – 524 с.
69. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – Москва : Мир, 1975. – 587 с.
70. Фадеев, А. Б. Метод конечных элементов в геомеханике / А. Б. Фадеев – Москва : Недра, 1987. – 220 с.
71. Савчук, В. П. Теоретическая механика. Классическое университетское издание / В. П. Савчук, Д. Г. Медведев, О. Н. Вярвильская. – Минск : БГУ, 2016. – 232 с.
72. Журавков М. А. Математическое моделирование деформационных процессов в твердых деформируемых средах. – Минск : БГУ, 2002. – 456 с.
73. Механика сплошной среды. Криволинейные брусья, пластины и оболочки: курс лекций / А. О. Громыко, О. В. Громыко, М. А. Журавков, Д. Г. Медведев; под общ. ред. М.А. Журавкова – Минск : БГУ, 2005. – 364 с.
74. Компьютерная механика. Динамический и кинематический анализ механических систем: курс лекций / С. А. Гляков, О. В. Громыко, М. А. Журавков, Д. Г. Медведев; под общ. ред. М.А. Журавкова. – Минск : БГУ, 2006. – 375 с.
75. Журавков, М.А. Фундаментальные решения теории упругости и некоторые их применения в геомеханике, механике грунтов и оснований. Курс лекций / М. А. Журавков. – Минск : БГУ, 2008. – 247 с.
76. Компьютерное моделирование в геомеханике / М. А. Журавков, О. Л. Коновалов, С. И. Богдан, П. А. Прохоров, А. В. Круподеров; под общ. ред. М.А. Журавкова. – Минск : БГУ, 2008. – 443 с.
77. Журавков, М. А. Механика сплошных сред. Теория упругости и пластичности. Классическое университетское издание / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов. – Минск : БГУ, 2011 – 543 с.
78. Computer Mechanics: Introduction to FEA and CAD/CAE Systems: lecture course / О. В. Громыко, М. А. Журавков, Д. Г. Медведев, С. А. Гляков, А. О. Громыко, А. А. Царева; под общ. ред. проф. М. А. Журавкова. – Минск : БГУ, 2011. – 303 с.
79. Громыко, О. В. Сопротивление материалов. Курс лекций: пособие / О. В. Громыко, М. А. Журавков, Д. Г. Медведев, Ан. О. Громыко, Ал. О. Громыко; под общ. ред. М. А. Журавкова. – Минск : БГУ, 2013. – 535 с.
80. Журавков, М. А. Гранично-элементное моделирование в механике. Учебное пособие для обучающихся по специальности «Механика и математическое моделирование» / М. А. Журавков, А. В. Круподеров, С. С. Щербаков. – Минск : БГУ, 2014. – 174 с.