

УДК 312

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СМЕРТНОСТИ В РЕСПУБЛИКЕ УЗБЕКИСТАН

Б. Р. Шамсуддинов

*Национальный университет Узбекистана им. М. Улугбека, ул. Университетская,
Вузгородок, Алмазарский р-н, г. Ташкент, Узбекистан. Shams1964@mail.ru*

Изучение показателей смертности является важнейшим элементом актуарной работы в отрасли страхования жизни. Ошибки в оценках показателей смертности, используемых при расчете премий и при формировании страховых резервов, могут привести к нежелательным результатам финансового характера. Работа посвящена построению таблиц жизни на основе половозрастных коэффициентов смертности.

Ключевые слова: общий коэффициент смертности, таблица жизни, метод Хеллигмана-Полларда, страхование жизни.

STATISTICAL ANALYSIS OF MORTALITY RATES IN THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN

B.R. Shamsuddinov

*National University of Uzbekistan named after M. Ulugbek, Universitetsky str., Vuzgorodok,
Almazar district, Tashkent, Uzbekistan. Shams1964@mail.ru*

The study of mortality rates is a critical element of actuarial work in the life insurance industry. The use of inadequate mortality estimates may lead to undesirable financial results. The work is devoted to the construction of life tables based on sex and age mortality rates.

Key words: crude mortality rate, life table, Heligman-Pollard method, life insurance.

Риск долголетия представляет собой большую проблему для отрасли страхования жизни и для системы социальной защиты. Этот риск также важен для домохозяйств, планирующих откладывать деньги на пенсию. Поэтому правильный прогноз будущих показателей смертности является вопросом фундаментальной важности для страховых компаний, пенсионных фондов и системы социальной защиты. Растет доля людей, которые достигают пенсионного возраста, а также увеличивается период, в течение которого поставщики пенсионных аннуитетов выплачивают пенсионные пособия. Таким образом, повышение уровня смертности оказывает непосредственное влияние на текущую стоимость будущих обязательств и соответствующий уровень страховых резервов компаний страхования жизни и пенсионных фондов. Поэтому научно обоснованная

оценка уровня смертности имеет важное значение с научной и практической точек зрения.

Процесс старения населения также наблюдается в Республике Узбекистан, о чем свидетельствует динамика изменения половозрастной структуры ее населения. Согласно данным Государственного Комитета по Статистике Республики Узбекистан если доля людей пенсионного возраста в 1991 году составила 5,1%, то на начало 2023 года этот показатель составляет 12,1%. Согласно прогнозам Отдел народонаселения ООН доля населения пенсионного возраста в Узбекистане в 2040 году составит 17,2%, а к 2050 году – 21,1%.

Для Узбекистана характерен относительно низкий уровень смертности населения, что обусловлено особенностями возрастной структуры населения, благоприятным соотношением молодых и старших возрастов¹.

Сравнительный анализ общего коэффициента смертности за ряд лет показывает, что в Узбекистане уровень смертности существенно не отличался от других государств Центральной Азии и многих стран бывшего Советского Союза (табл. 1).

Снижение уровня смертности можно видеть в графической визуализации общего коэффициента смертности в Республике Узбекистан за период 1991–2022 гг. (рис. 1).

Таблица 1

Общие коэффициенты смертности

год	Азербайджан	Армения	Беларусь	Грузия	Казахстан	Киргизия	Латвия	Литва	Молдавия	Россия	Таджикистан	Туркмения	Узбекистан	Украина	Эстония
1979	7,1	5,6	9,5	8,4	8,8	9,6	12,8	10,3	10,5	10,8	8,9	9,6	8,5	11,1	12,3
1989	6,4	6,0	10,2	9,2	7,6	7,3	12,2	10,4	9,2	10,7	6,5	7,8	6,3	11,6	11,8
2000	5,8	7,5	13,5	10,7	10,0	7,0	13,6	11,1	11,3	15,3	4,7	8,3	5,5	15,4	13,2
2010	5,9	9,2	14,4	10,7	8,9	6,6	13,4	12,8	12,2	14,2	4,4	7,7	4,8	15,2	11,9
2018	5,8	8,7	12,7	12,7	7,0	6,0	15,0	14,1	13,8	12,5	3,6	7,0	4,7	14,8	11,9

Источник: https://www.demoscope.ru/weekly/ssp/sng_cdr.php

¹ Максакова Л. Демографическая ситуация в Узбекистане с точки зрения социальной безопасности. <https://cyberleninka.ru/article/n/demograficheskaya-situatsiya-v-uzbekistane-s-tochki-zreniya-sotsialnoy-bezopasnosti>

Отметим, что общий коэффициент смертности не представляет большого интереса для актуарных расчетов, так как не показывает характер смертности в зависимости от возраста. Для этой цели используются возрастные коэффициенты смертности m_x , рассчитываемые по формуле:

$$m_x = \frac{D_x}{E_x}, \quad (1)$$

где, D_x – количество смертей в течение календарного года среди лиц в возрасте x , E_x – среднее число лиц в возрасте в календарном году.

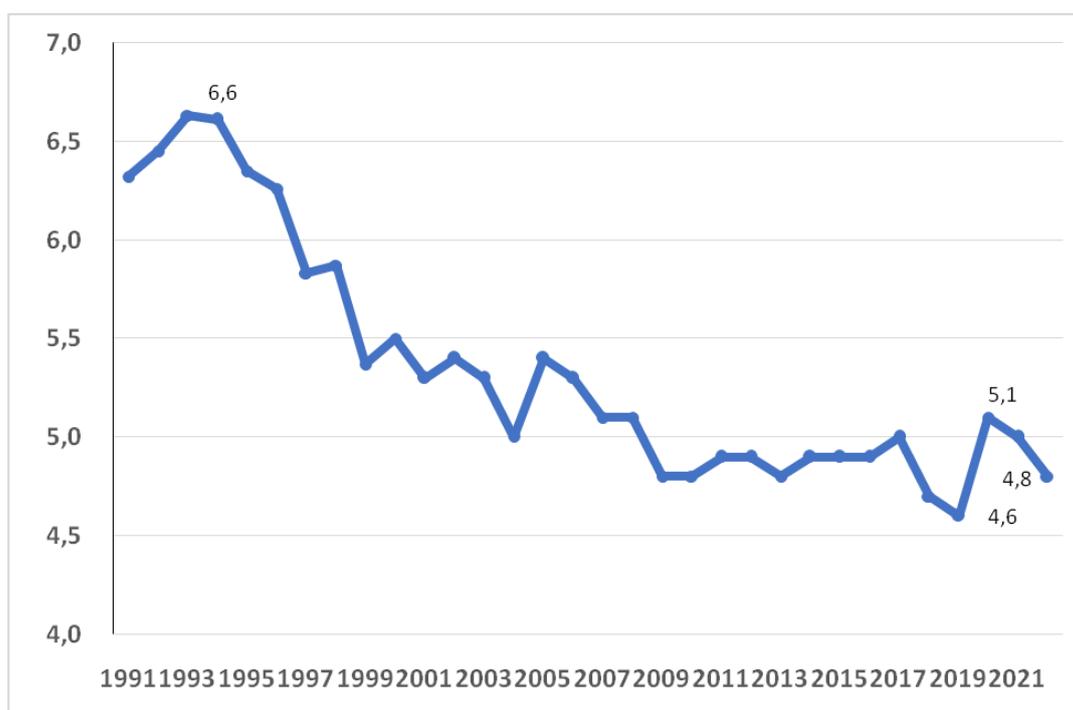


Рис. 1. Общий коэффициент смертности. Узбекистан (1991–2022 гг.)
 Источники: www.stat.uz, Population Reference Bureau. 2009, 2010, 2016, 2017 World Population Data Sheet, <https://population.un.org/wpp>

Оценка возрастных коэффициентов смертности m_x требует больших временных и денежных затрат, так как для этого необходимы эффективные методы регистрации. По этой причине возрастные коэффициенты смертности составляются для возрастных групп с длиной в 5 лет на основе данных переписи населения или на основе записи смерти в актах гражданского состояния. Показатели смертности $m_{x:5}$ для возрастной группы $[x; x + 5]$ оцениваются по формуле:

$$m_{x:5} = \frac{D_{x:5}}{E_{x:5}}, \quad (2)$$

где $D_{x:5}$ – количество смертей в течение календарного года среди лиц в возрасте от $x + 5$. до $x + 5$. $E_{x:5}$ – среднее число лиц в возрастном интервале $[x; x + 5.]$ в календарном году.

Необходимо отметить, что снижение смертности происходит, в большей степени, за счет снижения коэффициентов младенческой и детской смертностей и, в меньшей степени, за счет снижения смертности в возрастных интервалах от 5 до 50 лет. В возрастных интервалах старше 50 лет наблюдается незначительное снижение уровня смертности (рис.2).

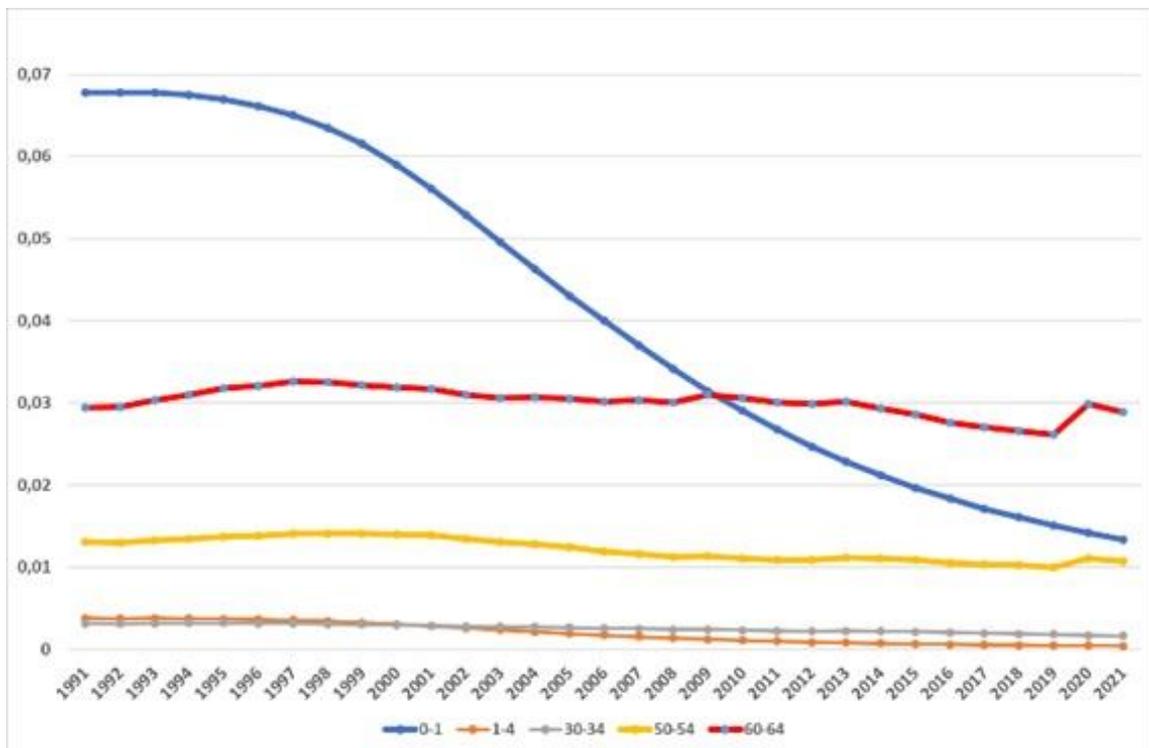


Рис.2. Тренды возрастных коэффициентов смертности для некоторых возрастных интервалов. Мужчины. 1991-2021 гг. Узбекистан

На основе возрастных коэффициентов смертности 2019 года автором построены кратные таблицы смертности (abridged life tables) в разрезе мужчин и женщин (см. табл. 2 и 3).

Таблица 2

Кратные таблицы жизни мужчин в Республике Узбекистан за 2019 г.

Возраст	Возрастной коэффициент смертности	Вероятность смерти	Вероятность дожития	Число доживших до возраста x	Число умерших	Продолжительность жизни для возраста x
x	nm_x	nq_x	np_x	l_x	d_x	e_x
0	0,0151	0,0149	0,9851	100000	1492	68,8
1	0,0005	0,0019	0,9981	98508	187	68,8
5	0,0002	0,001	0,999	98321	101	64,9
10	0,0003	0,0016	0,9984	98220	160	60
15	0,0007	0,0033	0,9967	98060	321	55,1
20	0,001	0,0052	0,9948	97738	507	50,3
25	0,0013	0,0067	0,9933	97231	650	45,5
30	0,0018	0,009	0,991	96581	871	40,8
35	0,0026	0,0131	0,9869	95710	1255	36,2
40	0,004	0,0198	0,9802	94454	1866	31,6
45	0,0062	0,0308	0,9692	92588	2851	27,2
50	0,01	0,0489	0,9511	89737	4387	23
55	0,0163	0,0787	0,9213	85350	6719	19
60	0,0262	0,1231	0,8769	78631	9677	15,4
65	0,0404	0,1843	0,8157	68954	12706	12,2
70	0,0662	0,2844	0,7156	56248	15996	9,4
75	0,1003	0,4006	0,5994	40252	16125	7,1
80	0,1591	0,5591	0,4409	24127	13490	5,2
85	0,2373	0,7119	0,2881	10636	7572	3,8
90	0,3523	0,845	0,155	3064	2589	2,7
95	0,4965	0,9356	0,0644	475	444	2
100	0,7136	1	0	31	31	1,4

Таблица 3

Кратные таблицы жизни женщин в Республике Узбекистан за 2019 г.

Возраст	Возрастной коэффициент смертности	Вероятность смерти	Вероятность дожития	Число доживших до возраста x	Число умерших	Продолжительность жизни для возраста x
x	nm_x	nq_x	np_x	l_x	d_x	e_x
0	0,0115	0,0114	0,9886	100 000	1141,0	73,90
1	0,0003	0,0014	0,9986	98 859	138,0	73,70
5	0,0001	0,0007	0,9993	98 721	72,0	69,80
10	0,0002	0,0010	0,9990	98 649	94,0	64,90
15	0,0004	0,0020	0,9980	98 555	195,0	59,90
20	0,0006	0,0032	0,9968	98 360	317,0	55,10
25	0,0008	0,0040	0,9960	98 043	388,0	50,20

Возраст	Возрастной коэффициент смертности	Вероятность смерти	Вероятность дожития	Число доживших до возраста x	Число умерших	Продолжительность жизни для возраста x
30	0,0011	0,0052	0,9948	97 655	512,0	45,40
35	0,0015	0,0076	0,9924	97 143	741,0	40,60
40	0,0022	0,0111	0,9889	96 401	1075,0	35,90
45	0,0035	0,0171	0,9829	95 327	1633,0	31,30
50	0,0055	0,0271	0,9729	93 693	2535,0	26,80
55	0,0091	0,0446	0,9554	91 158	4062,0	22,50
60	0,0152	0,0734	0,9266	87 096	6396,0	18,40
65	0,0249	0,1178	0,8822	80 700	9504,0	14,70
70	0,0445	0,2013	0,7987	71 196	14329,0	11,20
75	0,0744	0,3151	0,6849	56 867	17920,0	8,40
80	0,1245	0,4718	0,5282	38 947	18374,0	6,10
85	0,1945	0,6366	0,3634	20 573	13097,0	4,40
90	0,2944	0,7885	0,2115	7 476	5895,0	3,10
95	0,4453	0,9155	0,0845	1 581	1447,0	2,20
100	0,6949	1,0000	0	134	134,0	1,40

С теоретической точки зрения, кратная таблица жизни представляет собой большой интерес в качестве табличной аппроксимации зависимости продолжительности жизни от возраста. Однако ее невозможно использовать в актуарных задачах (например, расчет тарифных ставок, оценка резерва премий и т. д) из-за отсутствия в ней информации по вероятностям q_x и p_x , $x=0,1,2,3, \dots$

$$\frac{q_x}{1-q_x} = A^{(x-B)^C} + De^{-E(\ln x - \ln F)^2} + GH^x, \quad (3)$$

где x – возраст, q_x – вероятность наступления смерти в возрасте x , A, B, C, D, E, F, G, H – параметры модели.

Формула Хелигмана–Полларда имеет три слагаемых, каждый из которых представляет отдельный компонент смертности. Первое слагаемое описывает снижение смертности в раннем детстве, когда ребенок адаптируется к новой среде и приобретает иммунитет к различным болезням. Этот компонент смертности имеет три параметра. Параметр A измеряет уровень смертности. Параметр C измеряет темпа снижения смертности в детстве (скорость, с которой ребенок адаптируется к окружающей среде). Чем выше значение C , тем быстрее снижается смертность с увеличением возраста x . B – возрастное смещение, учитывающее детскую смерт-

ность. B измеряет место младенческой смертности в пределах диапазона $(q_0; 0,5)$. На практике B близок к нулю.

Второе слагаемое отражает смертность от несчастных случаев и материнскую смертность для женщин. То есть оно отражает влияние несчастных случаев на «естественную кривую смертности». Параметр F отражает географическое местоположение изучаемой совокупности (населения), параметр E введен для описания уровня распространения несчастных случаев. Параметр D описывает уровня тяжести (серьезности) несчастных случаев.

Третье слагаемое, аналогично модели Гомпертца, отражает геометрический рост смертности во взрослом возрасте и обычно считается, что оно описывает старение или ухудшение состояния организма, т. е. биологическую смертность. Параметр G представляет базовый уровень старческой смертности, а H отражает скорость роста этой смертности.

Для удобства правую часть уравнения (3) обозначим через $F(x, \Pi)$, где Π – параметр модели Хелигмана – Полларда: $\Pi = (A, B, C, D, E, F, G, H)$. Тогда формула расчета вероятности наступления смерти в возрасте x принимает вид:

$$q_x = \frac{F(x, \Pi)}{1 + F(x, \Pi)} = G(x, \Pi). \quad (4)$$

Тогда формулу расчета ${}_n q_x$ можно будет представлять в виде:

$${}_n q_x = 1 - \prod_{i=0}^{n-1} (1 - q_{(x+i)}) = 1 - \prod_{i=0}^{n-1} (1 - G(x+i, \Pi)) = {}_n G(x; \Pi). \quad (5)$$

Уравнение (5) использовано нами для нахождения оценок неизвестных параметров модели Хелигмана – Полларда. Значения ${}_n q_x$ – вероятности наступления смерти в течение ближайших n лет для лица в возрасте x (3-й столбец в таблицах 2 и 3) использованы для этой цели:

$$\sum_x \left(\frac{{}_n G(x, \Pi)}{{}_n q_x} - 1 \right)^2 \rightarrow \min. \quad (6)$$

Отметим, что задача минимизации (6) является нелинейной задачей наименьших квадратов и существует множество методов решения подобных задач, например, метод Гаусса – Ньютона, метод градиентного спуска, метод Левенберга – Марквардта. Нами выбран метод Левенберга – Марквардта, так как он более надежен, чем метод Ньютона – Гаусса

и во многих случаях находит оптимальное решение, даже если оно достаточно далеко от начального (нулевого, априорного) решения².

Расчеты осуществлялись в прикладном программном продукте R³. В качестве нулевого решения принята оценка вектора параметров Π , построенной на основе демографических данных США в 2006 году: $\Pi_0 = (0,00095; 0,27180; 0,26272; 0,00104; 12,40677; 21,92818; 0,00007; 1,08878)$ ⁴.

Алгоритм решения задачи (6), написанный на языке R представлен в табл. 4.

Таблица 4

Код расчета параметров модели Хелигмана – Полларда

строка	код
1	library(minpack.lm)
2	Age <- c(0, 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95)
3	Mortality <- c(0,0149; 0,0019; 0,001; 0,0016; 0,0033; 0,0052; 0,0067; 0,009; 0,0131; 0,0198; 0,0308; 0,0489; 0,0787; 0,1231; 0,1843; 0,2844; 0,4006; 0,5591; 0,7119; 0,845; 0,9356)
4	ParStart <- list(a=0.00095, b=0.27180, c=0.26272, d=0.00104, e=12.40677, f=21.92818, g=0.00007, h=1.08878)
5	HP8 <-function(parS,x)
6	ifelse(x==0, parS\$a^((x+parS\$b)^parS\$c) + parS\$g*parS\$h^x,
7	parS\$a^((x+parS\$b)^parS\$c) + parS\$d*exp(-
8	parS\$e*(log(x/parS\$f))^2) +
9	parS\$g*parS\$h^x)
8	qxPred <- function(parS,x) HP8(parS,x)/(1+HP8(parS,x))
9	nqxPred <- function(parS,x)
	(1 -(1-qxPred(parS,x)) * (1-qxPred(parS,x+1)) * (1-qxPred(parS,x+2)) * (1-qxPred(parS,x+3)) * (1-qxPred(parS,x+4)))
10	ResidFun <- function(parS, Observed,x) (nqxPred(parS,x)/Observed-1)^2
11	nls.out <- nls.lm(par=parStart, fn = ResidFun, Observed = MORTALITY, x = AGE,
	control = nls.lm.control(nprint=1, ftol = .Machine\$double.eps, ptol = .Machine\$double.eps, maxfev=10000, maxiter = 500))
12	summary(nls.out)

² https://wiki5.ru/wiki/Levenberg%E2%80%93Marquardt_algorithm

³ <https://cran.r-project.org/>

⁴ Ying Wang. The Impacts of Longevity Risk On Life Insurance Pricing And Financial Solvency. URL: <https://ir.lib.uwo.ca/cgi/viewcontent.cgi?article=7055&context=digitizedtheses>

На рис. 3 представлены графики логарифмов от функции q_x с параметром Π , оценка которого представлен в табл. 5.

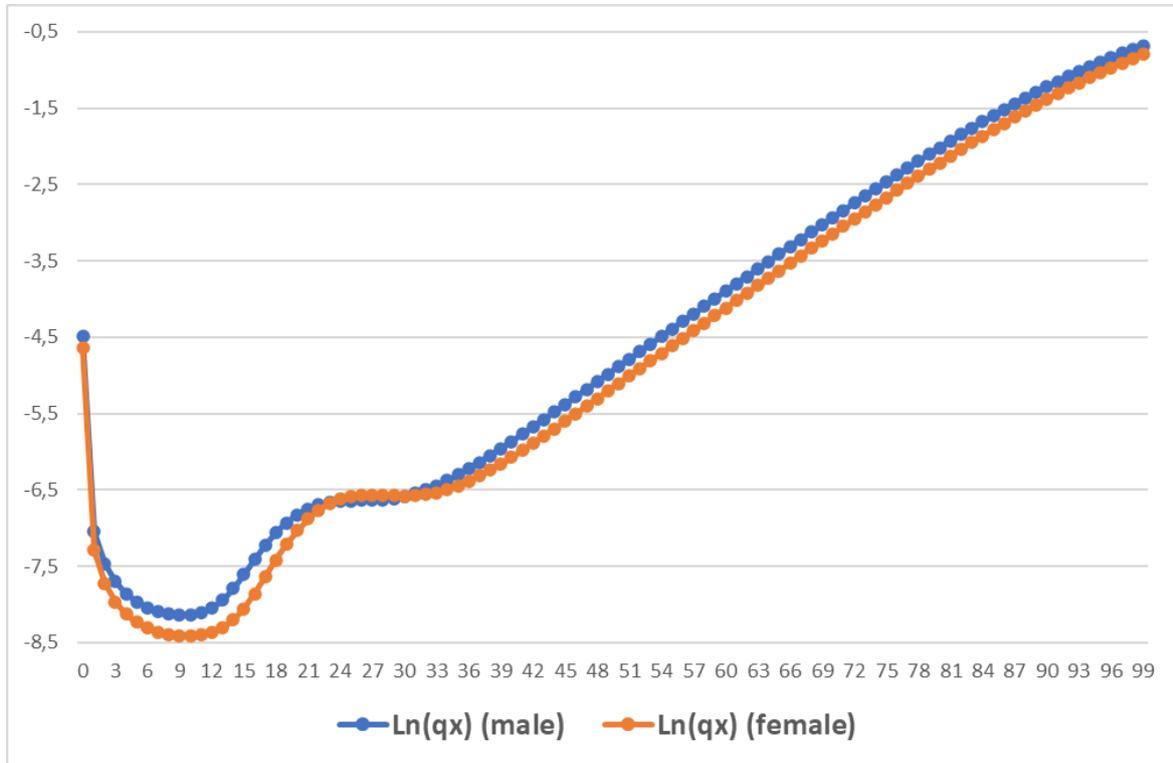


Рис.3. Графики логарифма от функции q_x .

Таблица 5

Оценки параметров Хелигмана – Полларда

Параметр	A	B	C	D	E	F	G	H
Мужчины	0,0008	0,004	0,091	0,0007	9,3090	22,308	0,00005	1,106
Женщины	0,0006	0,004	0,091	0,0008	11,17080	24,539	0,00004	1,106

Библиографические ссылки

1. *Максакова Л.* Демографическая ситуация в Узбекистане с точки зрения социальной безопасности. <https://cyberleninka.ru/article/n/demograficheskaya-situatsiya-v-uzbekistane-s-tochki-zreniya-sotsialnoy-bezopasnosti>
2. *Ying Wang* The Impacts of Longevity Risk On Life Insurance Pricing And Financial Solvency. URL: <https://ir.lib.uwo.ca/cgi/viewcontent.cgi?article=7055&context=digitizedtheses>
3. *Heligman L., Pollard J.H.* The age pattern of mortality <https://www.actuaries.org.uk/system/files/documents/pdf/0049-0080.pdf>