

УДК 519.24

ФОРМУЛА ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА ВСЕВОЗМОЖНЫХ ВАРИАНТОВ РАЗБИЕНИЯ МНОЖЕСТВА НА НЕПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ НЕУПОРЯДОЧЕННЫЕ ПОДМНОЖЕСТВА

Н. В. Марковская

*Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, ул. Ожешко, 22,
230023, г. Гродно, Беларусь, n.markovskaya@grsu.by*

Рассматривается формула для вычисления количества всевозможных вариантов разбиения множества на непересекающиеся неупорядоченные подмножества. Данная формула была получена при доказательстве теорем о свойствах оценок смешанного момента и смешанного семиинварианта 3-го, 4-го и высших порядков.

Ключевые слова: числа Белла; оценка смешанного момента; оценка смешанного семиинварианта.

THE FORMULA FOR CALCULATING THE NUMBER OF POSSIBLE OPTIONS FOR DIVIDING A SET INTO DISJOINT DISORDERED SUBSETS

N. V. Markovskaya

*Yanka Kupala State University of Grodno, Orzeshko st., 22,
230023, Grodno, Belarus, n.markovskaya@grsu.by*

Consider the formula for calculating the number of possible options for dividing a set into disjoint unordered subsets. This formula was obtained by proving theorems on the properties of estimates of the mixed moment and the mixed semiinvariant of the 3rd, 4th and higher orders.

Keywords: Bell numbers; estimation of the mixed moment; estimation of the mixed semiinvariant.

Введение. При изучении статистических свойств оценок смешанного момента и смешанного семиинварианта 3-го, 4-го и высших порядков приходится иметь дело с разложением множества из n элементов на непересекающиеся неупорядоченные подмножества из $k_1, k_2, \dots, k_p$ элементов. Более подробно данный вопрос изучен в работе [1].

Количество всевозможных разбиений множества из n элементов на непересекающиеся неупорядоченные подмножества определяется числом Белла B_n :

$$B_{n+1} = \sum_{k=0}^n C_n^k B_k, B_0 = 1.$$

Вид формулы. Возьмем некоторое множество из n элементов, пусть $k_1, k_2, \dots, k_p$ – некоторое его разбиение на p подмножеств, $\sum_{i=1}^p k_i = n$, k_i – количество элементов в i -ом подмножестве, $i = \overline{1, p}$.

Составим подмножество неповторяющихся элементов $K' = \{k'_1, k'_2, \dots, k'_{p'}\}$ множества $K = \{k_1, k_2, \dots, k_p\}$. Тогда

$$L = \prod_{i=1}^{p'} \frac{1}{S_{k'_i}!}, \quad (1)$$

где $S_{k'_i}$ – количество k'_i в множестве K , $S!$ – факториал числа S .

Количество всевозможных вариантов разбиения множества из n элементов на непересекающиеся неупорядоченные подмножества из $k_1, k_2, \dots, k_p$ элементов можно вычислить по следующей формуле

$$L \prod_{i=1}^p C_{n - \sum_{j=1}^{i-1} k_j}^{k_i}, \quad (2)$$

где L определено выше, а C_n^k – число сочетаний из n по k .

Частный случай полученной формулы (2) для $k_i = 2, i = \overline{1, p}$, приведен в работе Р. Ю. Бенткуса [2].

Таблицы разложения множеств $n + m$ элементов, $n + m = \overline{4, 16}$, на всевозможные непересекающиеся неупорядоченные подмножества можно найти в работе [1].

В работах [3-4] формула (2) применяется для доказательства теорем.

Библиографические ссылки

1. Труш Н. Н., Марковская Н. В. Статистический анализ оценок высших порядков стационарных случайных процессов. Гродно : ГрГУ, 2001.
2. Бенткус Р. Ю. Об асимптотической нормальности оценки спектральной функции // Лит. мат. сб. 1972. Т. 12, № 3. С. 5–18.
3. Труш Н. Н., Марковская Н. В. Об оценках смешанных семиинвариантов третьего и четвертого порядков // Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Сер. Фізіка-матэматычных навук. 2001. № 3. С. 47–54.
4. Труш Н. Н., Марковская Н. В. Нахождение предельного распределения оценки смешанного момента высшего порядка при ограничениях на семиинвариантные спектральные плотности // Веснік Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Сер. 2, Матэматыка. Фізіка. Тэхніка. Інфарматыка. Біялогія. Экалогія. Эканоміка. 2003. № 2. С. 32–42.