

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета

А.Д.Король

23 декабря 2024 г.

Регистрационный № 2159/б.



ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И ТЕОРИЯ ГРАФОВ

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности:

6-05-0533-07 Математика и компьютерные науки

Профилизация: Веб-программирование и интернет технологии

2024 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2021 и учебного плана № 6-5.4-55/03 от 15.05.2023.

СОСТАВИТЕЛЬ:

С.Е. Бухтояров, доцент кафедры высшей алгебры и защиты информации механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТ:

М.И. Вашкевич, профессор кафедры электронных вычислительных средств Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, доктор технических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей алгебры и защиты информации БГУ
(протокол № 5 от 19.12.2024);

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 5 от 19.12.2024)

Заведующий кафедрой
высшей алгебры и защиты информации



С.В. Тихонов

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Дискретная математика и теория графов» знакомит студентов с фундаментальными концепциями и методами, которые лежат в основе современной информатики. Изучение таких тем, как теория булевых функций, комбинаторика, прикладная теория автоматов, математическая логика и теория графов, помогает развить аналитическое мышление и умение решать сложные задачи. Эти знания необходимы для понимания и разработки алгоритмов, анализа данных, моделирования процессов и решения практических задач в области IT и других смежных дисциплинах.

Дискретная математика является неотъемлемой частью учебного плана, так как она дает базу для дальнейшего изучения множества специализированных предметов. Освоение основных понятий и методов дискретной математики позволяет студентам эффективно применять их в программировании, криптографии, сетевых технологиях и других областях науки и техники, что делает этот курс важным звеном в подготовке высококвалифицированных специалистов.

Цели и задачи учебной дисциплины

Целью дисциплины «Дискретная математика и теория графов» является развитие аналитического мышления для структурированного подхода с применением математических методов и теории к решению сложных проблем и задач. Охватываемые дисциплиной разделы дискретной математики закладывает основу для понимания более специализированных дисциплин.

Основными задачами, решаемыми в рамках изучения дисциплины «Дискретная математика и теория графов», являются

- изучение основных прикладных разделов дискретной математики;
- приобретение базовых навыков моделирования логических систем;
- освоение математических техник формулирования, вывода и доказательства утверждений теории булевых функций, теории графов и комбинаторики.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием: учебная дисциплина относится к модулю «Дискретная математика» компонента учреждения образования.

Связи с другими учебными дисциплинами. Изложение дисциплины частично базируется на знаниях, полученных студентами при изучении таких дисциплин как «Математический анализ» и «Алгебра и теория чисел».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Дискретная математика и теория графов» должно обеспечить формирование следующей **специализированной компетенции**:

- Применять основные понятия, утверждения и методы для решения базовых задач дискретной математики.

В результате изучения дисциплины обучаемый должен:

знать:

- содержание разделов и основную терминологию дискретной математики;
- приложения дискретной математики для решения практических задач;
- способы представления и методы минимизации булевых функций
- способы представления, методы минимизации и синтеза конечных автоматов;
- основные понятия, законы и проблемы математической логики;
- ключевую терминологию и результаты теории графов и комбинаторики;

уметь:

- выбирать модели и методы решения задач дискретной математики
- описывать абстрактные автоматы различными способами;
- минимизировать полные и частичные автоматы;
- использовать ЭВМ для моделирования и расчета цифровых автоматов;
- синтезировать схемы цифровых автоматов;
- строить модели простых математических рассуждений с использованием аппарата математической логики;

иметь навык:

- приемами минимизации и преобразований булевых функций;
- методами минимизации и синтеза цифровых автоматов;
- математическими техниками вывода и доказательств утверждений теории графов и комбинаторики.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 4 и 5 семестрах. В соответствии с учебным планом всего на изучение учебной дисциплины «Дискретная математика и теория графов» отведено для очной формы получения высшего образования – 216 часов, из них 106 аудиторных часа, лекции – 36 часов, лабораторные занятия – 70 часов.

Из них:

- 4 семестр: лекции – 18 часов, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

- 5 семестр: лекции – 18 часов, лабораторные занятия – 32 часа, управляемая самостоятельная работа – 4 часов.

Трудоемкость составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Булевы функции

Тема 1.1. Элементарные булевы функции.

Функции алгебры логики, существенные и несущественные переменные, булевы функции одной переменной и двух переменных. Реализация функций формулами: равносильные формулы, подстановка и замена, алгебра булевых функций.

Тема 1.2. Нормальные формы и полиномы.

Разложение булевых функций по переменным, совершенные нормальные формы, эквивалентные преобразования, минимальные и сокращённые дизъюнктивные формы. Полином Жегалкина. Методы построения полинома Жегалкина: метод неопределённых коэффициентов, метод треугольника Паскаля, метод логических преобразований.

Тема 1.3. Минимизация булевых функций.

Минимизация полностью определённых БФ. Минимизация частично определённых БФ. Карты Карно.

Тема 1.4. Полнота системы булевых функций.

Замкнутые классы. Полные системы функций. Теорема Поста. Классы Поста.

Тема 1.5. Реализация булевых функций схемами.

Релейно-контактные схемы (РКС). Проводимость схемы. Сложность схемы. Плоские схемы. Параллельно-последовательные схемы (π -схемы). Реализация логическими вентилями.

Раздел 2. Прикладная теория автоматов

Тема 2.1. Введение в теорию автоматов.

Определение абстрактного автомата. Автоматы Мили и Мура. Реакция автоматов Мили и Мура на входное слово. Эквивалентность автоматов. Преобразование автомата Мили в автомат Мура. Преобразование автомата Мура в автомат Мили. Табличный и графический способы задания автомата. Граф-схема алгоритма (ГСА). Формулы переходов. Логическая схема алгоритма (ЛСА). Матричная схема алгоритма. Переход от ГСА к автомату Мили. Переход от ГСА к автомату Мура.

Тема 2.2. Минимизация абстрактного автомата.

Постановка задачи минимизации. Минимизация полных автоматов: метод Ауфенкампа и Хона для минимизации автомата Мили и автомата Мура; минимизация абстрактных автоматов с помощью треугольной таблицы. Минимизация частичного автомата: покрывающая последовательность, покрывающее состояние, покрывающий автомат, совместимые состояния, класс совместимости, максимальный класс совместимости, замкнутый класс

совместимости, замкнутое покрытие автомата, максимальная группировка, минимизация частичных автоматов методом треугольной таблицы.

Тема 2.3. Структурный синтез автомата.

Элементная база и функциональные узлы комбинационного типа и последовательностного типа (логические элементы, триггеры). Таблица переходов триггера. Минимизация функций активации. Методы структурного синтеза: кодирование состояний, входных и выходных состояний абстрактного автомата; канонический метод структурного синтеза; графический метод структурного синтеза.

Раздел 3. Основы математической логики

Тема 3.1. Логика высказываний.

Высказывания и операции над ними. Формулы и их виды. Законы логики высказываний. Тавтологии, противоречия, выполнимые и равносильные формулы. Нормальные и совершенные нормальные формулы, методы их построения.

Тема 3.2. Исчисление высказываний.

Формальные и содержательные теории. Язык, понятие формулы и аксиомы исчисления высказываний. Производные правила вывода. Правила выводимости гипотез. Проблемы аксиоматического исчисления высказываний.

Тема 3.3. Логика предикатов.

Понятие предиката. Кванторы. Формулы логики предикатов. Свободные и связанные переменные. Проблема разрешения в логике предикатов. Структура математических доказательств.

Тема 3.4. Исчисление предикатов.

Язык и правила вывода исчисления предикатов. Полнота и непротиворечивость исчисления предикатов. Производное правило связывания квантором.

Раздел 4. Основы теории графов и комбинаторики

Тема 4.1. Основные понятия теории графов

Основные понятия и определения теории графов. Маршруты, пути, циклы в графе. Связные графы и орграфы. Подграф графа G . Основные операции над графами. Изоморфизм и автоморфизм графов.

Тема 4.2. Деревья.

Основные свойства деревьев. Эквивалентные определения дерева. Перечисление деревьев. Формула Кэли. Подсчет остовных деревьев в графе. Матричная теорема о деревьях

Тема 4.3. Независимость и покрытия.

Независимое множество вершин. Оценки числа независимости. Вершинные и реберные покрытия. Паросочетания. Соотношения между параметрами независимости и покрытия в произвольном графе.

Тема 4.4. Циклы в графах.

Эйлеровы циклы. Гамильтоновы циклы. Линейное пространство ребер. Циклы и разрезы.

Тема 4.5. Связность в графах

Вершинная и реберная связность графа. Двусвязные графы. k -связные графы. Теорема Менгера. Теорема Форда-Фалкерсона.

Тема 4.6. Раскраска графов.

Вершинная раскраска, хроматическое число графа. Применение вершинной раскраски. Оценки хроматического числа. Реберная раскраска, хроматический индекс графа.

Тема 4.7. Основы комбинаторики

Предмет комбинаторики. Комбинаторная конфигурация. Виды комбинаторных проблем. Подсчет числа комбинаторных конфигураций. Логические правила комбинаторики. Перестановки и сочетания. Число r -перестановок из n элементов. Число r -перестановок с повторениями из n элементов. Число подмножеств конечного множества. Число r -сочетаний из n элементов. Биномиальная теорема и следствия из нее. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Число упорядоченных разбиений конечного множества. Полиномиальная теорема. Число r -сочетаний с повторениями из n элементов.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
4-й семестр								
1	Булевы функции	8	12					
1.1	Элементарные булевы функции.	1	2					Устный опрос
1.2	Нормальные формы и полиномы.	2	4					Защита лабораторной работы
1.3	Минимизация булевых функций.	2	2					Защита лабораторной работы
1.4	Полнота системы булевых функций.	2	2					Защита лабораторной работы
1.5	Реализация булевых функций схемами.	1	2					Защита лабораторной работы Контрольная работа № 1 по разделу 1
2	Прикладная теория автоматов	10	18				4	
2.1	Введение в теорию автоматов.	2	6					Защита лабораторной работы

2.2	Минимизация абстрактного автомата.	4	6					Защита лабораторной работы
2.3	Структурный синтез автомата.	4	6				4	Защита лабораторной работы Контрольная работа № 2 по разделу 2
5-й семестр								
3	Основы математической логики	8	12					
3.1	Логика высказываний.	2	2					Защита лабораторной работы
3.2	Исчисление высказываний.	2	2					Защита лабораторной работы
3.3	Логика предикатов.	2	4					Коллоквиум
3.4	Исчисление предикатов.	2	4					Защита лабораторной работы Контрольная работа №3 по разделу 3
4	Основы теории графов и комбинаторики	10	20				4	
4.1	Основные понятия теории графов	1	2					Устный опрос
4.2	Деревья.	1	4					Защита лабораторной работы
4.3	Независимость и покрытия.	2	2					Устный опрос
4.4	Циклы в графах.	2	2					Защита лабораторной работы
4.5	Связность в графах	1	2					Устный опрос
4.6	Раскраска графов.	1	2					Устный опрос
4.7	Основы комбинаторики	2	6				4	Защита лабораторной работы Контрольная работа № 4 по разделу 4
	Итого	36	62				8	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Ерусалимский, Я. М. Дискретная математика. Теория и практикум / Я. М. Ерусалимский. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 476 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/319427>.
2. Шевелев, Ю. П. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / Ю. П. Шевелев. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2024. - 592 с.- URL: <https://e.lanbook.com/book/399194>.
3. Лекции по теории графов : учебное пособие для студ., обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика" / В. А. Емеличев [и др.]. - Изд. стер. - Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2021. - 383 с.
4. Папшев, С. В. Дискретная математика. Курс лекций для студентов естественнонаучных направлений подготовки : учебное пособие / С. В. Папшев. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2024. - 189 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/206210>.

Дополнительная литература

5. Кожухов, С. Ф. Сборник задач по дискретной математике : учебное пособие / С. Ф. Кожухов, П. И. Совертков. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 324 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/212675>.
6. Ожиганов, А. А. Теория автоматов : учебное пособие / А. А. Ожиганов. — Санкт-Петербург : НИУ ИТМО, 2013. — 84 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/40714>.
7. Князьков, В. С. Введение в теорию автоматов : учебное пособие / В. С. Князьков, Т. В. Волченская. — 2-е изд. — Москва : ИНТУИТ, 2016. — 89 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/100715>.
8. Новиков, Ф. А. Дискретная математика для программистов: Учебник для вузов. 3-е изд. / Ф. А. Новиков. — СПб.: Питер, 2009. — 384 е.
9. Тишин, В. В. Дискретная математика в примерах и задачах / В. В. Тишин. — СПб.: БХВ-Петербург, 2008. — 352 с.
10. Супрун, В. П. Основы математической логики : [учеб. пособие] / В. П. Супрун. - Москва : URSS : Ленанд, 2017. - 197 с.
11. Гаврилов, Г.П. Задачи и упражнения по курсу дискретной математики / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко – М.: Наука, 1992. – 367 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

С целью текущего контроля знаний студентов предусматривается проведение устных опросов, коллоквиумов, контрольных работ и защит лабораторных работ.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Дискретная математика и теория графов» учебным планом предусмотрен **зачет в 4 семестре и экзамен в 5.**

Для формирования итоговой отметки по учебной дисциплине используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущей и промежуточной аттестации студентов по учебной дисциплине.

Формирование итоговой отметки в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации (примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации):

- защита лабораторных работ – 70 %;
- коллоквиум – 10 %;
- контрольные работы – 20 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе итоговой отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) 30 % и экзаменационной отметки 70 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 2.3. Структурный синтез автоматов. (4 ч)

Задание. Изучить элементную базу синтеза схем, реализующих абстрактный автомат.

Форма контроля – защита лабораторной работы.

Тема 4.7. Основы комбинаторики. (4 ч)

Задание. Изучить основные теоремы и следствия комбинаторики и примеры их применение при решении практических задач

Форма контроля – защита лабораторной работы.

Примерная тематика контрольных работ

- Контрольная работа № 1. «Булевы функции»: выполнить указанные преобразования и действия с набором функций (минимизировать, построить полином Жегалкина, проверить на полноту системы).

- Контрольная работа № 2. «Прикладная теория автоматов»: произвести указанные операции с заданным абстрактным автоматом (минимизировать, преобразовать в приведенную форму описания автомата).
- Контрольная работа № 3. «Математическая логика»: упростите и/или докажите указанные формулы логики высказываний/логики предикатов.
- Контрольная работа № 4. «Теория графов и комбинаторика»: докажите указанное свойство для заданного класса графов и/или решите комбинаторную задачу.

Примерный перечень лабораторных работ

1. Равносильные преобразования и упрощение формул в базисе элементарных функций.
2. Минимизация булевых функций
3. Полином Жегалкина
4. Полнота системы булевых функций.
5. Реализация булевых функций релейно-контактными и логическими схемами.
6. Способы описания автоматов. Переходы между различными представлениями.
7. Минимизация полного автомата методом треугольной таблицы.
8. Минимизация полного автомата методом k-разбиений.
9. Минимизация частичного автомата.
10. Структурный синтез автомата. Моделирование синтезированного автомата.
11. Преобразование формул логики высказываний
12. Преобразование формул логики предикатов
13. Проверка правильности правил вывода
14. Деревья. Циклы.
15. Комбинаторика

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется *эвристический подход*, который предполагает:

- осуществление студентами лично-значимых открытий окружающего мира;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;

- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности.

При организации образовательного процесса используется также **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решение практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины следует использовать размещенные на образовательном портале информационные ресурсы и методические указания при выполнении следующих рекомендуемых форм самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по индивидуально заданной теме дисциплины;
- выполнение домашнего задания;
- проведение научно-исследовательских работ для выполнения практических заданий;
- подготовка к участию в научных и научно-практических конференциях и конкурсах.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Булевы функции. Способы их задания. Число булевых функций от n переменных. Основные логические равносильности.
2. Дизъюнктивные нормальные формы. Задача минимизации булевых функций в классе ДНФ.
3. Разложение Шеннона и следствие из него.
4. Полная и приведенная системы импликант булевой функции. Связь между минимальной и тупиковой ДНФ.
5. Алгоритм Квайна нахождения минимальной ДНФ булевой функции.
6. Конъюнктивные нормальные формы. Задача минимизации булевых функций в классе КНФ.
7. Полином Жегалкина. Теорема о единственности представления булевой функции посредством полинома Жегалкина.
8. Замкнутые классы булевых функций.
9. Полнота системы булевых функций. Теорема Поста.
10. Понятие абстрактного автомата.

11. Эквивалентность абстрактных автоматов.
12. Взаимная транспозиция автоматов Мили и Мура.
13. Способы описания автоматов.
14. Переход между различными описаниями автомата.
15. Граф-схема алгоритма. Переход от ГСА к автомату Мили.
16. Граф-схема алгоритма. Переход от ГСА к автомату Мура.
17. Логическая схема алгоритма Составление ЛСА по граф-схеме алгоритма.
18. Минимизация полного автомата методом π -разбиения.
19. Минимизация полного автомата методом треугольной таблицы.
20. Минимизация частичного автомата.
21. Методы структурного синтеза автоматов.
22. Канонический метод структурного синтеза автомата.
23. Графический метод структурного синтеза автомата.
24. Элементная база структурного синтеза автоматов.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Минимизация булевых функций
2. Полнота системы булевых функций
3. Абстрактный автомат: способы описания и переход между ними.
4. Минимизация полного и частичного автомата
5. Структурный синтез автоматов
6. Высказывания, операции над высказываниями.
7. Алгебра высказываний, формулы, применение.
8. Релейно-контактные схемы. Задача голосования.
9. Контактные схемы. Функция проводимости. Проблема минимизации.
10. Схемы из функциональных элементов. Определение.
11. Проблема минимизации. Функция Шеннона.
12. Исчисление высказываний. Определение формулы. Аксиомы. Правила вывода.
13. Вывод из гипотез. Теорема дедукции исчисления высказываний.
14. Определение схемы Π -схемы, H -схемы. Примеры. Оценки функции Шеннона.
15. Монотонность формул исчисления высказываний. Теорема о монотонности.
16. Непротиворечивость исчисления высказываний.
17. Полнота исчисления высказываний (в узком и широком смысле).
18. Независимость системы аксиом исчисления высказываний.
19. Теорема о независимости аксиом.
20. Логика предикатов. Определение предиката. Формулы. Кванторы. Отрицание кванторов.

21. Эквивалентность формул исчисления предикатов. Приведенные и нормальные формы.
22. Эквивалентные формулы исчисления предикатов. Закон двойственности.
23. Приведенные и нормальные формулы логики предикатов. Проблема разрешения.
24. Исчисление предикатов. Определение формулы. Аксиомы. Правила вывода.
25. Непротиворечивость и полнота исчисления предикатов. Производное правило связывания квантором.
26. Свойства эквивалентности формул исчисления высказываний.
27. Графы и способы их задания (аналитический, графический, матричный).
28. Степень вершины графа. Лемма о рукопожатиях.
29. Изоморфизм графов. Связь между матрицами смежности изоморфных графов. Помеченный граф.
30. Операции над графами. Подграфы, их типы.
31. Маршруты, их типы и основные свойства.
32. Связная компонента графа. Представление графа в виде дизъюнктного объединения связных компонент.
33. Число связных компонент в графе, получающемся из заданного связного графа удалением ребра.
34. Число ребер в графе с фиксированными числами вершин и связных компонент.
35. Метрические инварианты графа и их применение. Оценки диаметра графа.
36. Волновой алгоритм и его применение.
37. Двудольные графы. Критерий двудольности Кёнига.
38. Деревья, их эквивалентные определения.
39. Остов графа, его свойства. Матричная теорема Кирхгофа о числе остовных деревьев связного помеченного графа (без доказательства).
40. Независимое множество вершин. Оценки числа независимости.
41. Приближенный алгоритм построения наибольшего независимого множества вершин.
42. Вершинные и реберные покрытия. Паросочетания. Соотношения между параметрами независимости и покрытия в произвольном графе.
43. Паросочетания в двудольных графах. Теорема Холла о существовании паросочетания, покрывающего долю двудольного графа и следствие из нее.
44. Система независимости. Эквивалентные определения системы независимости.
45. Связь между числами вершинной и реберной связностей. k -Связная компонента.

46. Блоки и точки сочленения, их свойства и взаимное расположение. Граф блоков и точек сочленения.
47. Свойства, эквивалентные определения и структура 2-связного графа.
48. Сепараторы. Теорема Менгера (без доказательства) и следствие из нее.
49. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Утверждение о минимальном числе реберно непересекающихся цепей, покрывающих граф.
50. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.
51. графической последовательности.
52. Вершинная раскраска и хроматическое число графа, их применение.
53. Алгоритм последовательной раскраски.
54. Оценки хроматического числа графа через плотность.
55. Реберная раскраска и хроматический индекс графа. Теорема Визинга (без доказательства).
56. Предмет комбинаторики. Логические правила комбинаторики.
57. Число r -перестановок (с повторениями и без повторений) из n элементов.
58. Число всех подмножеств n -элементного множества.
59. Число r -сочетаний из n элементов. Основные свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Биномиальная теорема и следствия из нее.
60. Число упорядоченных разбиений конечного множества. Полиномиальная теорема.
61. Число r -сочетаний с повторениями из n элементов.
62. Метод включения и исключения (формула для числа элементов, не обладающих ни одним из заданных свойств).
63. Метод включения и исключения (формула для числа элементов, обладающих в точности t ($t \geq 1$) свойствами из числа заданных свойств).
64. Применение метода включения и исключения (задача о беспорядках, задача о числе сюръективных отображений).

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой
кандидат физ.-мат. наук, доцент



С.В. Тихонов

19. декабря 20 24 г.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№№ ПП	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)
(название кафедры)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)