

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета

А.Д.Король

17 января 2025 г.

Регистрационный № 13596/гэ.



ПРОГРАММА ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА

по специальности

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

направление специальности

1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

2025 г.

Программа государственного экзамена по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям), направление специальности 1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность) разработана на основе образовательного стандарта высшего образования для специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) ОСВО 1-31 03 01-2021; учебных программ по учебным дисциплинам: Алгебра и теория чисел, № УД – 10349/уч. от 02.07.2021; Аналитическая геометрия № УД – 10183/уч. от 02.07.2021; Дифференциальная геометрия и топология № УД – 11627/уч. от 08.07.2022; Математический анализ № УД – 10480/уч. от 02.07.2021; Теория функций комплексного переменного № УД – 11427/уч. от 20.12.2022; Функциональный анализ № УД – 12316/уч. от 05.07.2023; Теория вероятностей и математическая статистика № УД – 12333/уч. от 05.07.2023; Дифференциальные уравнения № УД – 11184/уч. от 08.07.2022; Уравнения математической физики № УД – 12874/уч. от 05.07.2023; Исследование операций УД – 13413/уч. от 15.07.2024; Экстремальные задачи и вариационное исчисление № УД – 12393/уч. от 05.07.2023; Методика преподавания математики № УД – 12000/уч. от 29.06.2023.

СОСТАВИТЕЛИ:

С.М. Босяков, декан механико-математического факультета, доктор физ.-мат. наук, профессор;

Д.Ф. Базылев, зав. кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

Н.В. Бровка, зав. кафедрой теории функций, доктор пед. наук, профессор;

А.Л. Гладков, зав. кафедрой интеллектуальных методов моделирования, доктор физ.-мат. наук, профессор;

Л.Л. Голубева, зав. кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

В.Г. Кротов, профессор кафедры теории функций, доктор физ.-мат. наук, профессор;

С.В. Тихонов, зав. кафедрой высшей алгебры и защиты информации, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

Н.Б. Яблонская, доцент кафедры общей математики и информатики, кандидат физ.-мат. наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Советом механико-математического факультета (протокол № 4 от 17.12.2024);

Председатель Совета _____ С.М. Босяков

Научно-методическим Советом БГУ (протокол № 6 от 16.01.2025)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Государственный экзамен является одной из обязательных составляющих итоговой аттестации студентов. Программа государственного экзамена по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям), направление специальности 1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность) разработана в соответствии с требованиями государственного образовательного стандарта I ступени высшего образования и действующими Правилами проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования.

Программа государственного экзамена определяет и регламентирует структуру и содержание государственного экзамена по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям), направление специальности 1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность).

В программу государственного экзамена включаются следующие учебные дисциплины: алгебра и теория чисел, аналитическая геометрия, дифференциальная геометрия и топология, математический анализ, теория функций комплексного переменного, функциональный анализ, теория вероятностей и математическая статистика, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, исследование операций, экстремальные задачи и вариационное исчисление, методика преподавания математики.

Государственный экзамен проводится на заседании государственной экзаменационной комиссии.

Цель проведения государственного экзамена по специальности – выявление компетенций специалиста, т. е. теоретических знаний и практических умений, необходимых для решения теоретических и практических задач специалиста с высшим образованием.

Программа государственного экзамена носит системный, междисциплинарный характер и ориентирована на выявление у выпускника общепрофессиональных и специальных знаний и умений. Выпускник должен:

знать:

- определения математических понятий, участвующих в формулировках теорем, которые он излагает;
- точные формулировки математических теорем;
- формулировки лемм и теорем, используемых при доказательствах.

уметь:

- применять теорию к решению задач и иллюстрировать определения математических понятий и формулировки теорем простыми примерами;
- проверять выполнимость условий теорем, применяемых при доказательствах.

владеть:

– способами использования математического аппарата для проведения исследований в области математики.

Освоение образовательной программы высшего образования по специальности высшего образования 1-31 03 01 Математика (по направлениям), направление специальности 1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность) должно обеспечить формирование следующих компетенций:

универсальные компетенции

УК-1. Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации.

базовые профессиональные компетенции

БПК-2. Использовать понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружающего мира;

БПК-5. Применять основные алгебраические и геометрические понятия, конструкции и методы для решения теоретических и прикладных математических задач;

БПК-8. Строить и анализировать дифференциальные модели.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА

Экзамен (ответы студентов и беседа с экзаменуемыми) проводится на русском или белорусском языке.

В ходе подготовки, экзаменуемые имеют право использовать учебные программы соответствующих дисциплин. Также в процессе подготовки может быть использован *эвристический подход*, который предполагает: осуществление студентами лично-значимых открытий окружающего мира; демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем; творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов; индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности.

На подготовку к ответу на государственном экзамене обучающемуся при освоении содержания образовательных программ высшего образования I степени отводится не менее 30 минут не более одного астрономического часа, на сдачу государственного экзамена отводится до 30 минут.

СТРУКТУРА ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

Вопросы экзаменационного билета по учебным дисциплинам: алгебра и теория чисел, аналитическая геометрия, дифференциальная геометрия и топология, математический анализ, теория функций комплексного переменного, функциональный анализ, теория вероятностей и математическая статистика,

дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, исследование операций, экстремальные задачи и вариационное исчисление, методика преподавания математики отражают содержание образовательной программы высшего образования по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям), направление специальности 1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность).

Экзаменационный билет состоит из трех теоретических вопросов, позволяющие оценить полученные в процессе обучения знания и практические навыки. Вопросы, выделенные жирным шрифтом, излагаются с доказательствами.

Характеристика теоретической части: формулировка вопроса в экзаменационном билете является краткой (в виде постановки вопроса).

Для уточнения экзаменационной отметки члены ГЭК могут задавать обучающемуся дополнительные вопросы в соответствии с программой государственного экзамена. Количество дополнительных вопросов не должно превышать трех.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА

Раздел 1. Учебная дисциплина «Алгебра и теория чисел»

Тема 1. Арифметика целых чисел

Делимость целых чисел и ее свойства. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида и запись НОД в виде целочисленной линейной комбинации. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты. Наименьшее общее кратное. Простые и составные числа, бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.

Тема 2. Поле комплексных чисел

Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Комплексное сопряжение. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа.

Тема 3. Многочлены

Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Степень многочлена и ее свойства. Теорема о делении с остатком для многочленов. Теорема Безу и следствия из нее. Неприводимые многочлены. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители. Значение многочлена в точке, корень многочлена. Кратность корня многочлена.

Тема 4. Матрицы и операции над ними

Понятие матрицы размера $m \times n$. Виды матриц: квадратная матрица, диагональная матрица, верхняя и нижняя треугольная матрица, единичная матрица, нулевая матрица, вектор-строка, вектор-столбец. Операции над матрицами: сложение и умножение матриц, умножение матрицы на скаляр, транспонирование. Свойства операций над матрицами. Обратная матрица, критерий существования и методы ее вычисления.

Тема 5. Определители

Определители второго и третьего порядков. Определитель квадратной матрицы произвольного порядка и его свойства. Определитель транспонированной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке и столбцу. Определитель произведения квадратных матриц.

Тема 6. Системы линейных уравнений

Матричная запись системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Методы Гаусса и Крамера. Однородные системы, условие существования нетривиального решения. Фундаментальная система решений.

Тема 7. Векторные пространства

Определение и примеры. Система образующих, конечномерные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность. Координаты вектора, их изменение при изменении базиса. Матрица перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора. Сумма и пересечение подпространств. Ранг матрицы.

Тема 8. Линейные отображения

Линейное отображение, его ядро и образ. Алгебраические действия над линейными отображениями: сумма, умножение на константу, композиция. Линейный оператор и его матрица. Изменение матрицы оператора при переходе к другому базису. Матрица композиции и суммы линейных операторов.

Тема 9. Билинейные и квадратичные формы

Билинейная форма на векторном пространстве, ее матрица. Изменение матрицы билинейной формы при изменении базиса, ранг формы. Квадратичная форма и ее матрица. Канонический вид билинейной и квадратичной формы. Алгоритм Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Нормальный вид вещественной и комплексной квадратичных форм. Закон инерции вещественных квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.

Тема 10. Евклидовы пространства

Евклидовы пространства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами. Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональное дополнение к подпространству. Разложение пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.

Тема 11. Группы

Определение группы, подгруппы. Гомоморфизм, изоморфизм. Порядок элемента группы. Циклические подгруппы. Циклические группы, их классификация. Смежные классы по подгруппе, индекс подгруппы. Теорема Лагранжа и следствия из нее. Нормальная подгруппа. Факторгруппа. Основная теорема о гомоморфизмах групп.

Примерный перечень вопросов по Разделу 1. для подготовки к государственному экзамену:

1. Теорема о делении с остатком для целых чисел. Алгоритм Евклида. Простые и составные числа, бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.

2. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. **Умножение комплексных чисел в тригонометрической форме.** Формула Муавра.

3. Матрицы и операции над ними. Виды матриц. Обратная матрица, критерий существования и методы ее вычисления.

4. Определители, их основные свойства. Теорема Лапласа. Разложение определителя по элементам строки (столбца). Определитель произведения матриц.

5. Системы линейных уравнений. **Теорема Кронекера-Капелли.** Методы Гаусса и Крамера. Системы однородных линейных уравнений.

6. Многочлены от одной переменной. Теорема о делении многочленов с остатком, теорема Безу. Корень многочлена, кратность корня, число корней многочлена. Неприводимые многочлены. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых многочленов.

7. Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность, координаты вектора. Матрица перехода от одного базиса к другому. Ранг матрицы.

8. Линейное отображение векторных пространств, его ядро и образ. Матрица линейного оператора. Матрица суммы и произведения линейных операторов. Собственное число и собственный вектор оператора. Характеристический многочлен оператора и матрицы.

9. Билинейные и квадратичные формы. Канонический вид квадратичной формы. **Алгоритм Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.**

10. Определение группы, подгруппы. Гомоморфизм, изоморфизм. Циклические подгруппы. Циклические группы, их классификация. Смежные классы, индекс подгруппы. Теорема Лагранжа и следствия из нее.

11. Евклидовы пространства. Длина вектора. **Неравенство Коши-Буняковского.** Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональное дополнение к подпространству. Разложение пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.

Раздел 2. Учебная дисциплина «Аналитическая геометрия»

Тема 1. Векторы

Понятие вектора в пространстве E^3 . Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, базисы и аффинные реперы. Координаты векторов и точек, скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Тема 2. Аффинная геометрия

Уравнения прямых на плоскости E^2 , прямых и плоскостей в пространстве E^3 . Понятие аффинного пространства A^n , аффинные реперы в A^n . k -мерные плоскости в A^n , способы их задания, взаимное расположение двух плоскостей. Группы аффинных преобразований плоскости E^2 и пространства E^3 , аффинная геометрия.

Тема 3. Евклидовы пространства

Понятие евклидова точечного пространства E^n , ортогональность плоскостей в E^n . Расстояние между двумя плоскостями. Группы движений плоскости E^2 и пространства E^3 , евклидова геометрия.

Тема 4. Кривые и поверхности второго порядка

Эллипсы, гиперболы, параболы. Эллипсоиды, гиперboloиды, параболоиды, цилиндры и конусы второго порядка в пространстве E^3 . Фигуры второго порядка в пространствах A^n и E^n .

Примерный перечень вопросов по Разделу 2. для подготовки к государственному экзамену:

1. Векторы в пространстве E^3 , скалярное, векторное и смешанное произведения.
2. Уравнения прямых на плоскости E^2 , прямых и плоскостей в пространстве E^3 .
3. Эллипс, гипербола, парабола, их уравнения и свойства.
4. **Кривые второго порядка на плоскости E^2 .**
5. Понятие аффинного пространства A^n , примеры. Плоскости в A^n , их уравнения и взаимное расположение.
6. Понятие евклидова точечного пространства E^n . Ортогональность плоскостей в E^n . **Расстояние от точки до плоскости.**

Раздел 3. Учебная дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология»

Тема 1. Кривые

Понятие кривой. Натуральная параметризация кривой. Репер Френе. Формулы Френе. Кривизна и кручение кривой.

Тема 2. Поверхности

Понятие поверхности. Первая фундаментальная форма поверхности. Вторая фундаментальная форма поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Полная и средняя кривизны. Типы точек на поверхности.

Тема 3. Метрические и топологические пространства

Понятия метрического и топологического пространств. Замыкание, внутренность и граница множества в метрическом и топологическом пространствах. Полное метрическое пространство. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм.

Тема 4. Компактность и связность

Понятие компактности. Критерии компактности метрического пространства. Связность. Понятие связной компоненты топологического пространства.

Примерный перечень вопросов по Разделу 3. для подготовки к государственному экзамену:

1. Кривые на плоскости E^2 и в пространстве E^3 , способы задания кривых. Натуральная параметризация кривой.

2. Кривизна и кручение кривой, их геометрический смысл. **Формулы Френе.**

3. Поверхности в E^3 и способы их задания. Касательная плоскость и нормаль в точке поверхности.

4. **Первая фундаментальная форма поверхности и задачи, решаемые с ее помощью.**

5. Нормальная кривизна поверхности. Вторая фундаментальная форма поверхности. Полная (гауссова) кривизна.

6. Понятие топологического пространства. Способы задания топологий, сравнение топологий. Внутренность, замыкание, граница множества в топологическом пространстве.

7. Непрерывные отображения топологических пространств и их свойства. **Критерии непрерывности. Гомеоморфизм.**

8. Компактные и связные топологические пространства. Критерии компактности метрического пространства.

Раздел 4. Учебная дисциплина «Математический анализ»

Тема 1. Множества и функции

Понятие множества, отношения включения и равенства множеств, операции над множествами. Отношения, отношение эквивалентности. Общее понятие функции, образы и прообразы элементов и множеств. Композиция, сюръекция, инъекция, биекция, обратная функция. Мощность множества.

Тема 2. Числа и последовательности

Множество вещественных чисел, его важнейшие подмножества. Точные границы числовых множеств. Определение предела последовательности. Предел монотонной последовательности, число Эйлера. Критерий Коши сходимости последовательности. Различные формы полноты множества вещественных чисел. Частичные пределы последовательности, верхний и нижний пределы.

Тема 3. Функции одной переменной и ряды

Определение предела функции в точке. Пять замечательных пределов. Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Основные теоремы о функциях непрерывных на отрезке (Вейерштрасса и Больцано-Коши). Понятие равномерной непрерывности, теорема Кантора. Определение производной и дифференциала функции одной переменной, таблица производных. Основные теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Лагранжа, Коши). Правила Лопиталья. Формула Тейлора с остатками Пеано и

Лагранжа. Исследование функции с помощью производной (экстремумы, монотонность, выпуклость). Понятие первообразной и неопределенного интеграла, таблица интегралов. Определение интеграла Римана. Суммы Дарбу, критерий интегрируемости, классы интегрируемых функций. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы первого и второго рода. Понятие числового ряда. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Признаки сходимости положительных рядов (Даламбера, Коши, Раабе, Гаусса). Признаки Дирихле и Абеля. Ряд Фурье, условия сходимости ряда Фурье (в точке и равномерной). Свойства суммы функционального ряда (непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость).

Тема 4. Функции многих переменных

Понятие дифференцируемости функций многих переменных. Частные производные, производная по направлению, градиент и его геометрический смысл. Матрица Якоби. Теоремы о неявной и обратной функции. Экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие, достаточные условия существования экстремума.

Тема 5. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы

Определение интеграла Римана на евклидовых пространствах. Определение криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Грина.

Примерный перечень вопросов по Разделу 4. для подготовки к государственному экзамену:

1. Множество вещественных чисел. Важнейшие подмножества в $\mathbb{R}$ и их мощность. Теорема Кантора о несчетности множества вещественных чисел.
2. Числовые множества и их границы. Теорема Дедекинда о существовании точных границ.
3. Предел последовательности и его свойства (единственность, операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах). **Теорема о пределе монотонной последовательности.** Число Эйлера.
4. Критерий Коши сходимости последовательности. Предельная точка множества в $\mathbb{R}$, лемма Больцано-Вейерштрасса о существовании предельной точки.
5. Теорема Кантора о стягивающейся последовательности отрезков. **Лемма Бореля-Лебега о покрытиях отрезка интервалами.**
6. Предел функции в точке и непрерывность. Основные теоремы о непрерывных функциях (две теоремы Больцано-Коши, две **теоремы Вейерштрасса**).
7. Производная и дифференцируемость, правила дифференцирования. Производная композиции, производная обратной функции.

8. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа (о конечных приращениях), Коши (об отношении приращений).

9. **Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей.**

10. Формула Тейлора с остатками в форме Пеано и Лагранжа.

11. Определение интеграла Римана для функций одной переменной. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства, критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций.

12. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. **Существование первообразной для непрерывной функции, формула Ньютона-Лейбница.** Интегрирование по частям и замена переменных в определенном интеграле.

13. Понятие числового ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Признаки сходимости положительных рядов (Коши с корнем, Даламбера, Гаусса).

14. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. **Признаки Дирихле и Абеля.**

15. Функциональные ряды и последовательности. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле для равномерной сходимости.

16. Интегральные представления частичных сумм тригонометрического ряда Фурье. **Лемма Римана-Лебега.** Принцип локализации. Условия сходимости рядов Фурье (в точке и равномерной).

17. Дифференцируемость и частные производные функции многих переменных, производная по направлению, градиент. Производные высших порядков, теорема Шварца о равенстве смешанных производных.

18. Локальные экстремумы функций одной и многих переменных. Необходимые условия и достаточные условия локального экстремума функции.

19. Теоремы о неявной и обратной функциях, условия их дифференцируемости и формулы для производных.

20. Мера Жордана в R^n и ее свойства: монотонность, аддитивность, субаддитивность.

21. Интеграл Римана в R^n и его свойства. Сведение интеграла к повторному (теорема Фубини), замена переменной в кратном интеграле.

22. Криволинейные интегралы и их основные свойства. Формула Грина.

Раздел 5. Учебная дисциплина «Теория функций комплексного переменного»

Тема 1. Аналитические функции

Производная функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Условия Коши-Римана. Аналитическая функция. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.

Тема 2. Степенные ряды и вычеты

Степенной ряд, радиус сходимости, формула Коши-Адамара для радиуса сходимости. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки и их классификация. Основная теорема о вычетах.

Примерный перечень вопросов по Разделу 5. для подготовки к государственному экзамену:

1. Производная от функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Условия Коши-Римана.
2. Элементарные аналитические функции (экспоненциальная, логарифмическая, степенная, тригонометрические и гиперболические и обратные к ним).
3. Интегральная теорема Коши. **Интегральная формула Коши.**
4. Степенные ряды. Формула Коши-Адамара. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Свойства аналитических функций.
5. **Разложение аналитической функции в ряд Лорана.** Изолированные особые точки и их классификация.
6. Вычеты и формулы для их вычисления. Теорема Коши о вычетах. Вычет в бесконечно удаленной точке. Теорема о полной сумме вычетов.

Раздел 6. Учебная дисциплина «Функциональный анализ»

Тема 1. Мера и интеграл Лебега

Кольца, алгебры, σ -алгебры множеств. Мера на кольце множеств. σ -аддитивная мера на кольце множеств. Борелевские множества, продолжение меры по Лебегу. Измеримые множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега.

Тема 2. Метрические и нормированные пространства

Сходящаяся последовательность, последовательность Коши в метрических пространствах. Сходимость функциональных последовательностей: точечная сходимость, сходимость почти всюду, равномерная сходимость. Отображения: непрерывные, равномерно непрерывные, удовлетворяющие условию Липшица. Полное метрическое пространство. Принцип сжимающих отображений. Пополнение метрического пространства. Всюду плотное множество. Норма на векторном пространстве. Банахово пространство. Пространства суммируемых функций.

Тема 3. Линейные операторы

Линейный ограниченный оператор. Норма линейного ограниченного оператора. Линейные интегральные операторы. Образ, ядро, график линейного

оператора. Обратимый оператор. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Спектр линейного оператора.

Тема 4. Гильбертовы пространства

Скалярное произведение. Гильбертово пространство. Ортогональные векторы. Проекция вектора. Базис в нормированном векторном пространстве, в гильбертовом пространстве. Ряд Фурье по ортонормированной системе в гильбертовом пространстве.

Тема 5. Сопряженное пространство

Линейный ограниченный функционал. Пространство, сопряженное к нормированному векторному пространству. Сопряженный оператор к линейному ограниченному оператору.

Тема 6. Компактные операторы

Предкомпактные, компактные множества в метрическом пространстве. Компактные операторы.

Примерный перечень вопросов по Разделу 6. для подготовки к государственному экзамену:

1. Полные метрические пространства. Принцип вложенных шаров. Теорема Бэра.

2. Неравенства Юнга, Гельдера, Минковского. Пространства $L_p[0,1]$ их полнота.

3. Принцип сжимающих отображений.

4. Применение принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям в пространствах $C[a,b]$ и $L_2(T, \mu)$.

5. Векторные пространства. Понятие топологического векторного пространства. Норма и полунорма. Нормированные пространства.

6. Линейные ограниченные операторы. Норма оператора. Интегральные операторы в пространствах $C[0,1]$ и $L_2[0,1]$.

7. Скалярное произведение. Гильбертовы пространства.

8. Теорема о проекции в гильбертовом пространстве.

9. Теорема об обратимости оператора, близкого к единичному.

10. Собственные значения и собственные векторы самосопряженного оператора.

Раздел 7. Учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика»

Тема 1. Вероятность

Элементарное событие, случайное событие, пространство элементарных событий. Алгебра и σ -алгебра событий. Вероятностное пространство,

вероятность. Классическое, конечное, дискретное, геометрическое вероятностные пространства. Условная вероятность, независимость событий. Схема Бернулли.

Тема 2. Случайные величины и независимость

Случайная величина, ее функция распределения. Дискретные и абсолютно непрерывные распределения, плотность вероятности. σ -алгебра, порожденная случайной величиной. Распределение вероятностей, независимость случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, коэффициент корреляции. Характеристическая функция случайной величины.

Тема 3. Последовательности случайных величин

Центральная предельная теорема, закон больших чисел, усиленный закон больших чисел. Понятие о случайном процессе, пуассоновский случайный процесс, случайный процесс броуновского движения.

Тема 4. Математическая статистика

Выборка, вариационный ряд выборки, статистика. Несмещенность, состоятельность, оптимальность, эффективность статистической оценки. Достаточная статистика, статистическая гипотеза, параметрическая гипотеза, линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

Примерный перечень вопросов по Разделу 7. для подготовки к государственному экзамену:

1. Аксиоматика Колмогорова. Условные вероятности.
2. Числовые характеристики случайных величин – математическое ожидание, дисперсия, коэффициент корреляции и их свойства.
3. Критерии независимости случайных величин (дискретный, абсолютно непрерывный).
4. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых.
5. Закон больших чисел.
6. Неравенство и теоремы Колмогорова.

Раздел 8. Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения»

Тема 1. Основные понятия

Обыкновенные дифференциальные уравнения, поле направлений, решение, интегральная кривая, задача Коши.

Тема 2. Уравнения 1-го порядка

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, линейные, Риккати и в полных дифференциалах.

Тема 3. Системы и уравнения n -го порядка

Фундаментальная система решений однородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.

Тема 4. Особые точки и устойчивость

Особые точки автономных систем: узел, седло, фокус, центр. Устойчивость решений по Ляпунову, функции Ляпунова.

Примерный перечень вопросов по Разделу 8. для подготовки к государственному экзамену:

1. Критерий уравнения в полных дифференциалах.
2. Базис пространства решений линейного дифференциального уравнения n -го порядка.
3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений.
4. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Колебательный характер решений.
5. Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Задача Коши. Схема её решения.
6. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
7. Особые точки автономных систем: узел, седло, фокус, центр.
8. Понятие устойчивости решений дифференциальных уравнений. Метод функций Ляпунова.

Раздел 9. Учебная дисциплина «Уравнения математической физики»

Тема 1. Введение в уравнения математической физики

Основные определения дифференциальных уравнений с частными производными. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.

Тема 2. Гиперболические уравнения

Решение задачи Коши для однородного уравнения колебаний струны методом характеристик. Формула Даламбера.

Тема 3. Параболические уравнения

Принцип минимума и максимума для уравнения теплопроводности. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

Тема 4. Эллиптические уравнения

Основные краевые задачи для уравнения Пуассона. Свойства гармонических функций.

Примерный перечень вопросов по Разделу 9. для подготовки к государственному экзамену:

1. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.
2. Решение задачи Коши для однородного уравнения колебаний струны. Формула Даламбера.
3. Принцип минимума и максимума для уравнения теплопроводности.
4. Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
5. Основные краевые задачи для уравнения Пуассона.
6. Свойства гармонических функций.

Раздел 10. Учебная дисциплина «Исследование операций»

Тема 1. Исследование операций

Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе. Необходимые и достаточные условия существования эйлерова цикла в графе. Теорема о разложении положительного потока.

Примерный перечень вопросов по Разделу 10. для подготовки к государственному экзамену:

1. Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе.
2. Необходимые и достаточные условия существования эйлерова цикла в графе.
3. Теорема о разложении положительного потока.

Раздел 11. Учебная дисциплина «Экстремальные задачи и вариационное исчисление»

Тема 1. Методы оптимизации

Экстремум, локальный экстремум, условный экстремум функции. Функция Лагранжа. Метод множителей Лагранжа.

Тема 2. Линейное программирование

Линейная экстремальная задача. Симплекс-метод.

Тема 3. Выпуклая оптимизация

Выпуклые множества, выпуклые функции, выпуклые экстремальные задачи. Теорема Куна-Таккера.

Тема 4. Вариационное исчисление

Вариационная задача. Производные в векторных пространствах: производная по направлению, вариация по Лагранжу, уравнение Эйлера-Лагранжа. Условия Лежандра и Якоби.

Примерный перечень вопросов по Разделу 11. для подготовки к государственному экзамену:

1. Локальный и глобальный минимумы. Дифференцируемость по направлениям, полная производная.
2. Принцип Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств и неравенств.
3. Линейная экстремальная задача. Симплекс-метод.
4. **Выпуклые множества и функции. Их основные свойства.**
5. Выпуклая задача оптимизации. Условие регулярности Слейтера и критерий оптимальности Куна–Таккера.
6. **Производные в векторных пространствах (производная по направлению, вариация по Лагранжу, производная по Гато, производная по Фреше). Связи между производными.**
7. **Необходимое условие экстремума в классической вариационной задаче --- уравнение Эйлера – Лагранжа. Вывод уравнения Эйлера -- Лагранжа.**
8. Вторая вариация интегрального функционала. Необходимые условия Лежандра и Якоби.

Раздел 12. Учебная дисциплина «Методика преподавания математики»

Тема 1. Методы научного познания в обучении математике

Эмпирические методы познания: наблюдение, опыт, измерение, описание. Логические методы познания: анализ, синтез; сравнение, аналогия; обобщение, абстрагирование, конкретизация; индукция, дедукция. Математические методы познания.

Тема 2. Общедидактические методы обучения математике

Классификация методов обучения. Объяснительно-иллюстративный метод. Репродуктивный метод. Методы проблемного обучения: проблемное изложение, частично-поисковый (эвристический) метод, исследовательский метод в обучении математике.

Тема 3. Методика изучения математических понятий

Содержание и объем понятия. Определение понятия. Логическая структура определений. Правила определения понятий. Классификация понятий. Ошибки учащихся при определении понятий. Методика формирования математических понятий.

Тема 4. Методика изучения теорем

Логическая структура теорем. Виды формулировок теоремы. Виды теорем. Необходимые и достаточные условия. Сущность понятия доказательства. Структура доказательства теоремы. Методы доказательства теорем в школьном

курсе математики. Методика обучения учащихся теоремам и их доказательствам.

Примерный перечень вопросов по Разделу 12. для подготовки к государственному экзамену:

1. Классификации методов обучения. Объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, частично-поисковый, проблемный и исследовательский методы обучения математике.

2. Эмпирические методы познания: наблюдение, опыт, измерение, описание. Логические методы познания: анализ, синтез; сравнение, аналогия; обобщение, абстрагирование, конкретизация; индукция, дедукция. Примеры применения этих методов при изучении математики.

3. Понятие. Содержание и объем понятия, зависимость между ними. Виды определений и их логическая структура. Классификация математических понятий. Виды классификаций. Примеры классификаций.

4. Способы введения и методика изучения математических понятий в средней школе. Ошибки, допускаемые учащимися в определениях математических понятий.

5. Логическая структура теорем. Виды теорем. Виды формулировок теоремы. Структура доказательства теоремы. Методы доказательства теорем в школьном курсе математики. Доказательство от противного. Примеры доказательств утверждений методом от противного.

6. Методы прямого доказательства теорем: методы восходящего и нисходящего анализа, синтетический метод. Полная индукция. Математическая индукция. Примеры доказательств утверждений этими методами.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Глухов, М. М. Алгебра: учебник для вузов / М. М. Глухов, В. П. Елизаров, А. А. Нечаев. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 608 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/187793>
2. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие для вузов / И. В. Проскуряков. – 16-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 476 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/183752>
3. Каргаполов, М. И. Основы теории групп: учебное пособие для вузов / М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков. – 6-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 288 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/238481>
4. Мартынов, Л. М. Алгебра и теория чисел для криптографии: учебное пособие для вузов / Л. М. Мартынов. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 456 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/189446>
5. Виноградов, И. М. Основы теории чисел : учебное пособие [для вузов] / И.М. Виноградов. - Изд. 15-е, стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 176 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. <https://e.lanbook.com/book/298499>
6. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / П. С. Александров. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 512 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/242861>
7. Березкина, Л. Л. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: учебник / Л.Л. Березкина – Минск : РИВШ, 2022. – 412 с.
8. Рашевский, П. К. Курс дифференциальной геометрии: учебник для государственных университетов / П. К. Рашевский. – Изд. стер. – М. : URSS: ЛКИ, 2021. – 428 с.
9. Зорич, В. А. Математический анализ : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика и направлениям 01.03.01 Математика, 01.03.03 Механика и математическое моделирование, 02.03.01 Математика и компьютерные науки : в 2 ч. / В. А. Зорич. – Изд. 12-е, стер. – М. : МЦНМО, 2023.
10. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие [для вузов] / Б. П. Демидович. – Изд. 25-е, стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 624 с. – <https://reader.lanbook.com/book/332675>
11. Математический анализ. Задачи и упражнения : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по математическим специальностям : в 3 ч. Ч. 1 / И. Л. Васильев [и др.]. – Минск : Вышэйшая школа, 2022. – 293 с.

12. Математический анализ. Задачи и упражнения : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по математическим специальностям : в 3 ч. Ч. 2 / С. А. Бондарев [и др.]. Минск : Вышэйшая школа, 2023. – 355 с.

13. Бровка, Н. В. Практикум по математическому анализу : учебное пособие : в 3 ч. Ч. 1 / Н. В. Бровка, А. В. Ляцкая, А. П. Карпова. – Минск : БГУ, 2023. – 455 с. – (Классическое университетское издание). – <https://elib.bsu.by/handle/123456789/303294>

14. Кротов, В. Г. Теория функций комплексного переменного (учебник) / В. Г. Кротов, Е. А. Ровба, А. П. Старовойтов, Е. А. Сетько, К. А. Смотрицкий. – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2024. – 448 с.

15. Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 272 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: – <https://e.lanbook.com/book/210290>

16. Натансон, И. П. Теория функций вещественной переменной : учебник для вузов / И. П. Натансон. – 6-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 560 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: – <https://e.lanbook.com/book/189430>

17. Филимоненкова, Н. В. Конспект лекций по функциональному анализу : учебное пособие / Н. В. Филимоненкова. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 176 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система – URL: – <https://e.lanbook.com/book/212048>

18. Филимоненкова, Н. В. Сборник задач по функциональному анализу : учебное пособие / Н. В. Филимоненкова. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 240 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: – <https://e.lanbook.com/book/212057>.

19. Боровков, А. А. Теория вероятностей: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 010100 "Математика" / А. А. Боровков. – Изд. стер. – М. : URSS : Либроком, 2023. – 652 с.

20. Гнеденко, Б. В. Курс теории вероятностей: учебник для студ. мат. спец. ун-тов / Б. В. Гнеденко. – Изд. 13-е. – М. : URSS, 2022. – 448 с.

21. Севастьянов, Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям "Математика" и "Механика" / Б. А. Севастьянов. – Изд. стер. – М. : URSS : ЛЕНАНД, 2022. – 255 с.

22. Бибииков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Ю. Н. Бибииков. – 2-е изд., стер. – М. : Лань. 2022. – 304 с.

23. Филиппов, А. Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: Учебник / А. Ф. Филиппов. – 5-е изд. – М. : Ленард. 2024. – 248 с.

24. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики: учебное пособие для студентов высших учебных заведений по математическим специальностям / В. И. Корзюк. – Изд. 2-е, испр. и доп. – М. : URSS: ЛЕНАНД, 2021. – 479 с.

25. Палин, В. В. Методы математической физики. Лекционный курс: учебное пособие для вузов, для студентов высших учебных заведений, обучающихся по естественнонаучным направлениям / В. В. Палин, Е. В. Радкевич; МГУ им. М. В. Ломоносова. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2021. – 222 с.
26. Карчевский, М. М. Лекции по уравнениям математической физики : учебное пособие для вузов/ М. М. Карчевский. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 164 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/321200>
27. Донкова, И. А. Исследование операций и методы оптимизации : учебное пособие / И. А. Донкова. – М. : ПРОСПЕКТ, 2020. – 195 с.
28. Поттосин, Ю. В. Основы дискретной математики и теории алгоритмов : учебно-методическое пособие для специальности 1-40 05 01 "Информационные системы и технологии (по направлениям)" / Ю. В. Поттосин, Т. Г. Пинчук, С. А. Поттосина. – Минск : БГУИР, 2021. – 121 с.
29. Иоффе, А. Д. Теория экстремальных задач : учебное пособие для вузов / А. Д. Иоффе, В. М. Тихомиров. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 480 с. – <https://e.lanbook.com/book/266777>
30. Палий, И. А. Линейное программирование : учеб. пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по естественным направлениям / И. А. Палий. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2023. – 175 с.
31. Ржевский, С. В. Математическое программирование : учебное пособие / С. В. Ржевский. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 608 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/206993>
32. Бахтин, В. И. Конечномерные экстремальные задачи / В. И. Бахтин, А. В. Лебедев. – М. : URSS, 2023 – 112 с.
33. Галеев, Э. М. Краткий курс теории экстремальных задач / Э. М. Галеев. – Изд. 2-е испр. – М. : URSS, 2023. – 208 с.
34. Методика обучения математике в 2 ч. Часть 1 : учебник для вузов / Н. С. Подходова [и др.] ; под редакцией Н. С. Подходовой, В. И. Снегуровой. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 274 с.
35. Методика обучения математике в 2 ч. Часть 2 : учебник для вузов / Н. С. Подходова [и др.] ; под редакцией Н. С. Подходовой, В. И. Снегуровой. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 299 с.
36. Методика обучения математике. Практикум : учебное пособие для вузов / В. В. Орлов [и др.] ; под редакцией В. В. Орлова, В. И. Снегуровой. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 379 с.

Дополнительная литература

1. Беняш-Кривец, В. В. Лекции и семинары по алгебре: группы, кольца, поля / В. В. Беняш-Кривец, Г. Е. Пунинский. – Минск : БГУ, 2015. – 152 с. <http://elib.bsu.by/handle/123456789/149209>.

2. Беняш-Кривец, В. В. Лекции и семинары по алгебре: основные понятия алгебры и теории чисел / В. В. Беняш-Кривец, Г. Е. Пунинский. – Минск: БГУ, 2015. – 116 с. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/149208>
3. Винбер, Э. Б. Курс алгебры / Э. Б. Винберг. – М. : Изд-во МЦНМО, 2019. – 592 с.
4. Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия. Т. 1 / М. В. Милованов [и др.]. – Минск : Амалфея, 2001. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/13295>
5. Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия. Т. 2 / М. В. Милованов [и др.]. – Минск : Амалфея, 2001. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/13296>
6. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии: Учеб. пособие для студ. мат. и физических спец. ун-тов / А. А. Бурдун [и др.] ; под ред. А. С. Феденко. – 2-е изд. – Минск : Універсітэцкае, 1999. – 302 с. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/13294>
7. Монахов, В. С. Алгебра и теория чисел: практикум : учеб. пособие. В 2 ч. Ч. 1 // В. С. Монахов, А. В. Бузланов. – Минск : Изд. центр БГУ, 2007. – 264 с. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/13297>
8. Фаддеев, Д. К. Задачи по высшей алгебре: учебник / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. – 17-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 288 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210164>
9. Кострикин, А. И. Введение в алгебру: учебник для студ. ун-тов, обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика": [в 3 ч.]. Ч. 1: Основы алгебры / А. И. Кострикин. – М. : Изд-во МЦНМО, 2022. – 271 с.
10. Кострикин, А. И. Введение в алгебру: учебник для студ. ун-тов, обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика": [в 3 ч.]. Ч. 2: Линейная алгебра / А. И. Кострикин. – Мо. : Изд-во МЦНМО, 2022. – 367 с.
11. Кострикин, А. И. Введение в алгебру: учебник для студ. ун-тов, обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика": [в 3 ч.]. Ч. 3: Основные структуры алгебры / А. И. Кострикин. – М. : Изд-во МЦНМО, 2022. – 271 с.
12. Дыбкова, Е. В. Задачи по алгебре. Основы теории групп / Е. В. Дыбкова, И. Б. Жуков, А. А. Семенов, Р. А. Шмидт. – С.-Петербург: Изд-во С.-Петербургского университета, 1996. – 32 с.
13. Размыслович, Г. П. Геометрия и алгебра. В 5 - ти частях. Ч. 1: Матрицы, определители, системы линейных уравнений: пособие для студентов факультета прикладной математики и информатики / Г. П. Размыслович. – Минск: БГУ, 2010. – 73 с. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/2336>
14. Размыслович, Г. П. Геометрия и алгебра : пособие для студентов фак. прикладной математики и информатики : в 5 ч. Ч. 2 : Векторные пространства / Г. П. Размыслович. – Минск : БГУ, 2013. – 56 с. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/50318>
15. Размыслович, Г. П. Геометрия и алгебра : учебные материалы для студентов фак. прикладной математики и информатики. В 5 ч. Ч. 3. Линейные и

билинейные отображения векторных пространств / Г. П. Размыслович. – Минск : БГУ, 2014. – 71 с. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/98210>

16. Размыслович, Г. П. Геометрия и алгебра : учебные материалы для студентов фак. прикладной математики и информатики. В 5 ч. Ч. 4. Полиномиальные и нормальные формы матриц. Евклидово и унитарное пространства / Г. П. Размыслович. – Минск : БГУ, 2014. – 65 с. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/105019>

17. Кононов, С. Г. Аналитическая геометрия : учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по математическим спец. / С. Г. Кононов. – Минск : БГУ, 2014. – 238 с. – <https://elib.bsu.by/handle/123456789/113440>

18. Кострикин, А. И. Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие / А. И. Кострикин, Ю. И. Манин. – М. : Наука, 1986. – 303 с.

19. Постников, М. М. Лекции по геометрии. Семестр I. Аналитическая геометрия: учебное пособие / М. М. Постников. – М. : Наука, 1979. – 336 с.

20. Дифференциальная геометрия : учебное пособие / под ред. А. С. Феденко. – Минск : БГУ, 1982. – 255 с.

21. Кротов, В. Г. Математический анализ : учеб. пособие для студ. уво по математическим спец. / В. Г. Кротов. ; БГУ. – Минск : БГУ, 2017. – 375 с. – <http://elib.bsu.by/handle/123456789/191394>.

22. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды : Учебник / Л. Д. Кудрявцев. – 5-е изд., перераб. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2021. – 444 с.

23. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т.2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ : Учебник. / Л. Д. Кудрявцев. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 467 с.

24. Сборник задач по математическому анализу / под ред. Л. Д. Кудрявцева. – М.: Наука, Т. 1. – 1984, Т. 2. – 1986, Т. 3 – 1994.

25. Зверович, Э. И. Вещественный и комплексный анализ: в 6 ч. Ч. 6 / Э.И. Зверович. – Минск : Вышэйшая школа, 2008.

26. Домрин, А. В. Лекции по комплексному анализу: в 2 ч. / А. В. Домрин, А. Г. Сергеев. – М. : МИ РАН, 2004.

27. Александров, И. А. Аналитические функции комплексного переменного / И. А. Александров, В. В. Соболев. – М. : Высшая школа, 1984.

28. Антоневиц, А. Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения : учебник для студ. мат. спец. вузов / А. Б. Антоневиц, Я. В. Радыно. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – Минск : БГУ, 2006. – 431 с. – <http://elib.bsu.by/handle/123456789/28955>.

29. Радыно, Я. В. Задачи и упражнения по курсу "Функциональный анализ" : учеб.-метод. пособие для студ. мех.-мат. фак. / Я. В. Радыно, В. И. Чесалин, А. Г. Яблонская. – Минск : БГУ, 2013. – 40 с. – <http://elib.bsu.by/handle/123456789/57562>.

30. Антоневиц, А. Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения : учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по мат. спец. / А. Б.

Антоневич, М. Х. Мазель, Я. В. Радыно. – Минск : БГУ, 2011. – 319 с. – <http://elib.bsu.by/handle/123456789/14907>.

31. Ивченко, Г. И. Математическая статистика / Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев. – М. : Высш. шк., 1984. – 248 с.

32. Лагутин, М. Б. Наглядная математическая статистика : учебное пособие / М. Б. Лагутин. – 10-е издание. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2024. – 472 с.

33. Лазакович, Н. В. Теория вероятностей : учебник / Н. В. Лазакович, С. П. Сташулёнок, О. Л. Яблонский. – 3-е изд., с изм. – Минск : БГУ, 2013. – 335 с. – <http://elib.bsu.by/handle/123456789/93935>

34. Лазакович, Н. В. Курс теории вероятностей: электронное учебное пособие / Н. В. Лазакович, С. П. Сташулёнок, О. Л. Яблонский. – Минск : Электронная книга БГУ, 2003. – 322 с. <http://elib.bsu.by/handle/123456789/10291>

35. Лазакович, Н. В. Теория вероятностей : учебное пособие / Н. В. Лазакович, С. П. Сташулёнок. – Минск : БГУ, 2003. – 259 с.

36. Теория вероятностей : практикум : учеб. пособие для студ вузов по мат. спец. : в 2 ч. Ч. 1 / Н. В. Лазакович [и др.] ; под ред. Н. В. Лазаковича. – Минск : БГУ, 2011. – 147 с. <http://elib.bsu.by/handle/123456789/38806>

37. Теория вероятностей : практикум : учеб. пособие для студ вузов по мат. спец. : в 2 ч. Ч. 2 / Н. В. Лазакович [и др.] ; под ред. Н. В. Лазаковича. – Минск : БГУ, 2014. – 175 с. <http://elib.bsu.by/handle/123456789/113437>

38. Амелькин, В. В. Дифференциальные уравнения : учеб. пособие / В. В. Амелькин. – Минск : БГУ, 2012. – 288 с. – (Классическое университетское издание). <http://elib.bsu.by/handle/123456789/43871>

39. Прохорова, Р. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Р. А. Прохорова. – Минск : БГУ, 2017. – 335 с. <http://elib.bsu.by/handle/123456789/205697>

40. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики: учебник для студ. физико-математических спец. ун-тов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – 7-е изд. – М. : Изд-во Московского ун-та: Наука, 2004. – 798 с.

41. Иванов, С. В. Уравнения в частных производных. Метод разделения переменных / С. В. Иванов. – М. : URSS: Ленанд, 2018. – 197 с.

42. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики: Учебник для студ. вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. – 2-е изд., стер. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 399 с.

43. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики: метод. указания и задания для студентов мех.-мат. фак. В 3 ч. Ч. 1 / В. И. Корзюк, И. С. Козловская. – Минск : БГУ, 2019. – 31 с. – URL: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/233790>.

44. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики: метод. указания и задания для студентов мех.-мат. фак. В 3 ч. Ч. 2 / В. И. Корзюк, И. С. Козловская. – Минск : БГУ, 2020. – 54 с. – URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/249214>.

45. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики: метод. указания и задания для студентов мех.-мат. фак. В 3 ч. Ч. 3 / В. И. Корзюк, И. С. Козловская. – Минск : БГУ, 2021. – 48 с. – URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/257071>.

46. Кормен, Т. Х. Алгоритмы: построение и анализ : [пер. с англ.] / Т. Х. Кормен [и др.]. – 3-е изд. – М. : Вильямс, 2018. – 1323 с.
47. Ху, Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях / Т. Ху – М. : МИР, 1974. – 520 с.
48. Оре, О. Теория графов / О. Оре. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. Лит., 1980. – 336 с.
49. Майника, Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах / Э. Майника – М. : Мир, 1981. – 324 с.
50. Лекции по теории графов : учебное пособие для студ., обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика" / В. А. Емеличев [и др.]. – Изд. стер. – М. : URSS : ЛЕНАНД, 2021. – 383 с.
51. Вентцель, Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель. – М. : ЮСТИЦИЯ, 2018. – 192 с.
52. Шапкин, А. С. Математические методы и модели исследования операций: учебник / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. – М. : Дашков и К°, 2016. – 400 с.