КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДИФРАКЦИОННОГО ТИПА
НА УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

А. П. Хапалюк

Научно-исследовательское учреждение “Институт прикладных физических проблем им. А. Н. Севченко” Белгосуниверситета, Минск

Получено точное аналитическое решение краевой задачи дифракционного типа на уравнения Максвелла в стационарном двумерном случае при условии, что тангенциальные компоненты электрического (E_x, E_y) и магнитного (H_x, H_y) векторов поля волны на экране ($z=0$) заданы как произвольные функции координаты x. В этом случае уравнения Максвелла распадаются на две независимые между собой подсистемы уравнений в соответствии с двумя возможными поляризациями волны.

Для E-поляризации ($E_y \neq 0, E_x = E_z = 0$) уравнения Максвелла записываются в безразмерных декартовых координатах в виде

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = iH_x, \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = -iH_z, \quad \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = iE_y.$$

Эти уравнения решаются при краевых условиях

$$E_y(x,z)\big|_{z=0} = g(x), \quad H_x(x,z)\big|_{z=0} = g(x),$$

где $g(x)$ – произвольная функция.

Дифракционное поле с освещенной стороны экрана ($z<0$) записывается в виде

$$E_y(x,z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[g(\xi) - \vartheta(\xi)\right]\left[\cos z\sqrt{1-\xi^2} + i\frac{\sin z\sqrt{1-\xi^2}}{\sqrt{1-\xi^2}}\right]e^{-i\xi x}d\xi,$$

$$H_x(x,z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[g(\xi) - \vartheta(\xi)\right]\left[\cos z\sqrt{1-\xi^2} - i\sqrt{1-\xi^2}\sin z\sqrt{1-\xi^2}\right]e^{-i\xi x}d\xi.$$

Дифракционное поле за экраном ($z>0$) записывается аналогично

$$E_y(x,z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\vartheta(\xi)\left[\cos z\sqrt{1-\xi^2} - i\frac{\sin z\sqrt{1-\xi^2}}{\sqrt{1-\xi^2}}\right]e^{-i\xi x}d\xi,$$

$$H_x(x,z) = -\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\vartheta(\xi)\left[\cos z\sqrt{1-\xi^2} - i\sqrt{1-\xi^2}\sin z\sqrt{1-\xi^2}\right]e^{-i\xi x}d\xi,$$

где функция $\vartheta(\xi)$ учитывает свойства экрана, а $g(\xi)$ определяет пространственную структуру поля дифрагирующей волны. Решение для волны H-поляризации получается аналогичным образом.