

Белорусский государственный университет



О.Г. Прохоренко

30 июня 2023 г.

Регистрационный № УД- 2093/м.

Matrix and Numerical Analysis

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности**

7-06-0533-06 Mechanics and Mathematical Modelling

Profiling: Theoretical and Applied Mechanics

М.А. Жуковская

2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 7-06-0533-06-2023, примерного учебного плана, регистрационный № 7-06-05-017/пр. от 18.01.2023 г. и учебного плана № М54а-5.4-114/уч. от 11.04.2023.

СОСТАВИТЕЛИ:

Волков Василий Михайлович – профессор кафедры веб-технологий и компьютерного моделирования механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, доцент.

Мармыш Денис Евгеньевич – доцент кафедры теоретической и прикладной механики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТ:

Желткович Андрей Евгеньевич – доцент кафедры «Прикладная механика» машиностроительного факультета Брестского государственного технического университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теоретической и прикладной механики механико-математического факультета БГУ
(протокол № 10 от 19.05.2023)

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 9 от 29.06.2023)

Зав.кафедрой _____

М.А. Журавков

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – создание базы для освоения основных современных идей и методов численного анализа дифференциальных краевых задач и задач математической физики.

Задачи учебной дисциплины:

- ознакомление магистрантов с основными классами численных методов для решения дифференциальных задач (методы конечных разностей, методы конечных элементов, спектральные методы);
- развитие навыков численного анализа механико-математических моделей на основе краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными;
- развитие способностей эффективной реализации алгоритмов численного анализа дифференциальных моделей и выбора наиболее рационального метода для решения конкретных прикладных задач.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с углубленным высшим образованием (магистра).

Дисциплина «Matrix and Numerical Analysis» является дисциплиной компонента учреждения высшего образования и входит в состав модуля «Numerical methods of modern mechanics».

Учебная программа составлена с учетом межпредметных связей и программ по дисциплинам: «Mechanics of nonelastic and nonlinear solid body», «Continuum mechanics» и «Mechanics of advanced materials».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Matrix and Numerical Analysis» должно обеспечить формирование следующей **специализированной компетенции**:

SC-5. Develop and apply analytical, approximate and numerical methods and applications packages to special sections of continuum mechanics.

В результате изучения дисциплины «Matrix and Numerical Analysis» магистрант должен:

знать:

– основные подходы к аппроксимации дифференциальных задач на основе спектральных и конечноразностных методов, а также методов конечных элементов;

– способы построения численных алгоритмов оптимальной вычислительной сложности;

уметь:

– реализовывать численные алгоритмы в среде Matlab используя стандартные функции матричных операций, обеспечивающие векторизацию алгоритма;

– оценивать корректность результатов численного решения задачи;

владеть:

– методами эффективного программирования в среде Matlab;

– методами визуализации решений задач.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается во 2 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Matrix and Numerical Analysis» отведено:

– в очной форме получения углубленного высшего образования: 108 часов, в том числе 52 аудиторных часа, из них: лекции – 18 часов, лабораторные – 34 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Theme 1. Features of discretization of differential problems

Fourier series and Discrete Fourier transform. Properties of the discrete Fourier transform. Nyquist-Shannon sampling theorem. Algorithm for the fast discrete Fourier transform.

Theme 2. Discrete Fourier transform in applications to boundary value problems

Continuous and discrete Fourier transform. Function differentiation using Fourier transform. Solution for multidimensional Poisson equation for a rectangular field using fast discrete Fourier transform.

Theme 3. Finite difference methods for partial differential equations

Finite difference for Laplace operator and its properties. Spectrum for eigenvalues. Concept of spectral consistency. Finite difference method for the Dirichlet problem in a rectangular field.

Theme 4. Spectral methods based on Chebyshev spectral differentiation matrix

Concept of a spectral differentiation matrix. Properties of the Chebyshev polynomials. Spectral for the Dirichlet problem in a rectangular field. Exponential convergence for spectral methods.

Theme 5. Numerical analysis for a differential boundary value problems using finite element method

Concept of a finite element. Weak formulation of the boundary value problem. Galerkin method. Similarities and differences between finite difference method and finite element method.

Theme 6. Numerical methods for non-stationary partial differential equations

Finite difference schemes for the non-stationary heat equation. Stability, conservatism and monotony.

Theme 7. Solutions for multidimensional problems. Method of variable directions and splitting method

Variable directions scheme for the two dimensional heat equation. Concept of economical numerical methods. Iterative variable directions method. Splitting methods analysis based on matrix exponent.

Theme 8. Solutions of non-linear partial differential equations

Linear and non-linear the equation of transfer. Fractional step method for the non-linear Schrödinger equation.

Theme 9. Multigrid iterative methods for a large system of grid equations

Condition number of a matrix. Convergence process and time of convergence of iterative methods for systems of linear algebraic equations. Implicit iterative methods. Spectrally optimal preconditioner. Computational qualities and scheme for a simplest multigrid method.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения углубленного высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	иное	Количество часов УРС	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Features of discretization of differential problems	2			2			Вопросы самопроверки, устный опрос для устного
2	Discrete Fourier transform in applications to boundary value problems	2			4			Вопросы самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе для устного
3	Finite difference methods for partial differential equations	2			4			Вопросы самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе для устного
4	Spectral methods based on Chebyshev spectral differentiation matrix	2			4			Вопросы самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе для устного

5	Numerical analysis for a differential boundary value problems using finite element method	2				2		Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
6	Numerical methods for non-stationary partial differential equations	2				4		Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
7	Solutions for multidimensional problems. Method of variable directions and splitting method	2				2		Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
8	Solutions of non-linear partial differential equations	2				2		Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
9	Multigrid iterative methods for a large system of grid equations	2				2		Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
	Всего	18				26		

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Фаддеев, Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры : учебник / Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. – Изд. 4-е, стер. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2024. – 734 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210368>.
2. Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова ; под ред. Б. П. Демидовича. – Изд. 5-е, стер. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2024. – 400 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210437>.
3. Слабнов, В. Д. Численные методы : учебник [для вузов] / В. Д. Слабнов. - Изд. 3-е, стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2024. - 389 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/359849>.
4. Волков, Е. А. Численные методы : учебное пособие [для вузов] / Е. А. Волков. - Изд. 7-е, стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2022. - 248 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/254663>.

Перечень дополнительной литературы

1. *Meirovitch L.* Computational methods in structural dynamics. – Sijthoff and Noordhoff, 1980. – 439 p.
2. *Ghaboussi J., Wu X.S.* Numerical methods in computational mechanics. – CRC Press, 2017. – 313 p.
3. *Moaveni S.* Finite Element Analysis. Theory and application with ANSYS. – Prentice Hall, NJ, 1999. –
4. *Chang K.-H.* Product Design Modeling using CAD/CAE, *Academic Press*, 2014. – 438 p.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций магистрантов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений магистрантов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Диагностика результатов учебной деятельности по дисциплине «Matrix and Numerical Analysis» проводится, как правило, во время аудиторных занятий. Для диагностики используются:

- вопросы для самопроверки;
- устный опрос;
- отчеты по лабораторным работам;
- решение задач.

Оценка за ответы на лекциях (опрос) и лабораторных занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики.

Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины.

Для магистрантов, пропустивших контрольные мероприятия или получивших неудовлетворительную отметку, решение о повторном проведении контрольного мероприятия выносится в соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Matrix and Numerical Analysis» учебным планом предусмотрен **экзамен**.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний магистранта, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации:

Формирование отметки за текущую аттестацию:

- ответы на устный опрос – 10 %;
- решение задач – 20 %;
- отчет по лабораторной работе – 70 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) - 40% и экзаменационной отметки - 60%.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- использование процедур, способов оценивания, фиксирующих формирование профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

1. Самостоятельная работа в процессе работы с литературой.

Просмотрите конспект сразу после занятий. Пометьте материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания.

Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя предлагаемую литературу.

Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь на ближайшей лекции за помощью к преподавателю.

Каждую неделю рекомендуется отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

2. Самостоятельная работа по составлению конспекта.

1. Соберите литературу по теме. Изучите тот источник, где она изложена наиболее полно и на современном уровне.

2. По этому источнику составьте подробный план с указанием страниц книги, относящихся к определенному пункту плана.

3. Изучите другие источники. Если в них встречается материал по уже имеющемуся пункту плана, запишите в плане и новый источник с указанием страниц. Если же в другом источнике материал раскрывает тему с другой стороны, добавьте еще пункт плана.

4. Проанализировав всю литературу, собранную по теме, вы получите окончательный план, по которому можно писать конспект, объединяя по пунктам материал из разных источников.

5. Отредактируйте составленный вами конспект, внимательно прочтите его и подумайте: - удовлетворяет ли вас его общий план; - хорошо ли воспринимается смысловая, логическая связь между отдельными элементами содержания; - удачно ли использованы цитаты, правильно ли установлена связь между оборотами речи и фразами; - верно ли поставлены знаки препинания в цитатах.

3. Подготовка к лабораторным занятиям

Назначение лабораторных занятий - углубление и проработка теоретического материала предмета путем регулярной и планомерной самостоятельной работы студентов на протяжении всего курса. Непосредственное проведение лабораторного занятия предполагает: решение

задач и упражнений по образцу; проведение анализа результатов; систематизацию материала и подготовка отчета о проведенной работе.

Инструкция:

Изучите нормативные документы, обязательную и дополнительную литературу по рассматриваемому вопросу.

прочтите конспект лекции по теме.

Внимательно изучите порядок выполнения индивидуальной практической работы или алгоритм, представленный преподавателем.

4. Подготовка к экзамену

Внимательно прочитайте материал по конспекту, составленному на учебном занятии.

Прочитайте тот же материал по учебнику, учебному пособию.

Постарайтесь разобраться с непонятными, в частности новыми терминами. Часто незнание терминологии мешает студентам воспринимать материал на занятиях на должном уровне.

Ответьте на контрольные вопросы для самопроверки, имеющиеся в учебнике.

Кратко перескажите содержание изученного материала «своими словами».

Заучите «рабочие определения» основных понятий, законов.

Освоив теоретический материал, приступайте к выполнению заданий, упражнений; решению задач, расчетов по индивидуальным заданиям и т.д.

Примерный перечень вопросов к экзамену

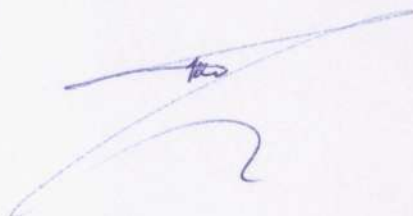
1. Fourier series and discrete Fourier transform.
2. Properties of the discrete Fourier transform.
3. Algorithm for the fast discrete Fourier transform.
4. Function differentiation using Fourier transform.
5. Solution for multidimensional Poisson equation for a rectangular field using fast discrete Fourier transform.
6. Finite difference for Laplace operator and its properties.
7. Spectrum for eigenvalues of the Laplace operator. Concept of spectral consistency.
8. Finite difference method for the Dirichlet problem in a rectangular field.
9. Concept of a spectral differentiation matrix. Spectral method for the Dirichlet problem in a rectangular field.
10. Exponential convergence for the spectral method.
11. Concept of a finite element (weak formulation for boundary value problem, Galerkin method).
12. Finite difference schemes for the non-stationary heat equation. Stability conditions.
13. Conservatism and monotony for a finite difference schemes.
14. Variable directions scheme for the two dimensional heat equation.
15. Concept of economical numerical methods. Iterative variable directions method.
16. Splitting methods analysis based on matrix exponent.

17. Fractional step method for the non-linear Schrödinger equation.
18. Condition number of a matrix. Convergence process and time of convergence of iterative methods for systems of linear algebraic equations.
19. Implicit iterative methods.
20. Spectrally optimal preconditioner.
21. Computational qualities and scheme for a simplest multigrid method.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Не требуется			

Заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики
д-р физ.-мат. наук,
профессор



М.А. Журавков

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на _____ / _____ учебный год

№№ ПП	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № _____ от _____ 202_ г.)
(название кафедры)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)