

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета

_____ А.Д.Король

15 июля 2024 г.

Регистрационный №1954/б.

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности:

6-05-1036-04 Международная логистика

2024г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-1036-04-2023, учебного плана БГУ № 6-5.13-79/01 от 29.02.2024.

СОСТАВИТЕЛИ:

М. В. Мартон, доцент кафедры общей математики и информатики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

В. А. Прокашева, доцент кафедры общей математики и информатики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

О. В. Тимохович, старший преподаватель кафедры общей математики и информатики механико-математического факультета Белорусского государственного университета.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Н. В. Бровка, заведующая кафедрой теории функций Белорусского государственного университета, доктор педагогических наук, профессор

Н. В. Гриб, заведующий кафедрой математики и методики преподавания математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой общей математики и информатики механико-математического факультета БГУ (протокол № 12 от 25.06.2024);

Научно-методическим советом БГУ (протокол № 9 от 28.06.2024)

Заведующий кафедрой _____ С. А Самаль

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа учебной дисциплины «Высшая математика» разработана для студентов специальности 6-05-1036-04 «Международная логистика». Знания, умения и навыки, приобретенные во время изучения учебной дисциплины «Высшая математика» используются при изучении дисциплин «Информационные технологии и кибербезопасность», «Базы данных и информационные технологии в логистике».

При составлении программы одним из важнейших выступал принцип профессиональной направленности, который подразумевает тесную связь содержания учебной дисциплины с профессиональной сферой деятельности будущих специалистов международной логистики. В этой связи при подборе учебного материала для занятий будет целесообразно использовать задачи, составленные на основе реальных профессиональных исследований.

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – подготовка студентов к использованию современного математического аппарата в качестве эффективного инструмента для решения экономических и практических задач в области международной логистики.

Задачи учебной дисциплины:

- сформировать у студентов представление о современном математическом аппарате, необходимом для решения теоретических и практических задач в будущей профессиональной деятельности;
- привить умение самостоятельно расширять математические знания, пользоваться справочной литературой по математике и ее приложениям в практической и исследовательской работе;
- развить личностные качества, необходимые для решения научных и практических задач: логическое мышление, аналитические способности, интеллект, интерес к формально-модельному описанию и изучению действительности с помощью языка, средств и методов современной математики.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Высшая математика» относится к модулю «Информационные технологии и безопасность» государственного компонента.

Связи с другими учебными дисциплинами. Дисциплина «Высшая математика» основана на изучаемом в средней школе предмете «Математика» и является базовой для изучения следующих учебных дисциплин: «Информационные технологии и кибербезопасность», «Базы данных и информационные технологии в логистике». Кроме того, практические навыки, полученные при изучении дисциплины, будут полезны студентам при написании курсовых и дипломной работ, проведении исследовательских проектов, а также в самообразовании.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Высшая математика» должно обеспечить формирование следующей базовой компетенции:

БПК. Использовать методы высшей математики для успешного решения задач теоретической и практической направленности.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен

знать:

- матричное исчисление, применение матриц в сфере международной логистики;
- методы аналитической геометрии и применение их при анализе моделей в сфере профессиональной деятельности;
- основные сведения о функциях одной и нескольких переменных, примеры изучения функций в экономике;
- элементы дифференциального и интегрального исчисления и его использование при исследовании функциональных зависимостей;
- основные статистические методы обработки и анализа экономических данных.

уметь:

- выполнять основные матричные операции, использовать матричное исчисление в экономико-социальных задачах, решать системы линейных алгебраических уравнений;
- составлять и решать системы линейных алгебраических уравнений;
- исследовать функциональные зависимости в экономике;
- находить производные, вычислять интегралы, применять интегралы для нахождения площадей;
- вычислять вероятности событий, приводить примеры случайных величин в социально-экономических исследованиях;
- делать выводы на основе анализа математических моделей;

иметь навык:

- пользоваться терминологией дисциплины «Высшая математика»;
- применять базовые методы решения задач, связанных с профессиональной деятельностью специалиста международной логистики.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в I семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Высшая математика» отведено:

- в очной форме получения высшего образования: 100 часов, в том числе 68 аудиторных часа, из них: лекции – 20 часов, практические занятия – 42 часа, управляемая самостоятельная работа – 6 часов (ДОТ).

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ I. ОСНОВЫ АЛГЕБРЫ И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Тема 1.1. Элементы матричного анализа

Матрицы и определители квадратных матриц. Основные определения. Основные операции над матрицами и их свойства. Обратная матрица.

Тема 1.2. Решение систем линейных алгебраических уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений. Основные определения. Формы записи линейных систем. Методы решения систем: матричный, Крамера, Гаусса.

Тема 1.3. Аналитическая геометрия на плоскости.

Действительные числа как координаты точек на числовой прямой. Прямоугольные координаты на плоскости. Деление отрезка в заданном отношении. Прямая на плоскости: различные виды уравнения прямой на плоскости; взаимное расположение двух прямых; расстояние от точки до прямой. Построение на плоскости областей, ограниченных линейными неравенствами.

РАЗДЕЛ II. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Тема 2.1. Функция одной действительной переменной. Концепция предела

Функции: основные понятия и определения, способы задания, характеристики функций. Числовые последовательности как функции натурального аргумента. Предел последовательности. Основные свойства пределов последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Число e как предел последовательности. Предел функции. Основные свойства пределов функций. Замечательные пределы. Непрерывность (разрывность) функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций.

Тема 2.2. Производная и дифференциал функции одной переменной и их приложения

Производная функции одной переменной: определение, геометрический смысл, смысл производной в задачах естествознания. Таблица производных элементарных функций. Основные правила дифференцирования. Дифференциал функции одной переменной: определение, геометрический смысл, свойства и правила нахождения дифференциалов, приложения в приближенных вычислениях. Исследование функций и построение их графиков: возрастание (убывание) функций, экстремумы, выпуклость вверх

(выпуклость вниз) графика функции, точки перегиба графика функции. Правило Лопиталья-Бернулли.

Тема 2.3. Интегрирование функции одной переменной. Приложения

Первообразная, неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Метод замены переменной. Формула интегрирования по частям. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница. Методы вычисления определенных интегралов. Геометрические и экономические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы: интегралы по бесконечным промежуткам интегрирования, интегралы от неограниченных функций.

Тема 2.4. Функции нескольких действительных переменных

Определение функции нескольких действительных переменных, примеры использования таких функций в естествознании. Область определения функции нескольких переменных, график функции двух переменных, основные понятия и определения. Предел функции двух переменных в точке. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных первого и высших порядков. Смысл частных производных функции двух переменных в задачах естествознания, их геометрический смысл. Частные дифференциалы и полный дифференциал функции нескольких переменных, Экстремум функции двух переменных: необходимые и достаточные условия существования локального экстремума. Метод наименьших квадратов и его практическое применение.

РАЗДЕЛ III. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Тема 3.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого и второго порядков.

Основные понятия и определения. Задача Коши. Общее решение. Частное решение. Особое решение. Существование и единственность решения. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

РАЗДЕЛ IV. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Тема 4.1. Элементы теории множеств и элементы комбинаторики

Множества, отношения между ними и основные операции над ними. Комбинаторный принцип умножения, комбинаторный принцип сложения, перестановки, размещения, сочетания.

Тема 4.2. Случайные события

Предмет теории вероятностей. Математические модели случайных процессов на практике. Эксперимент, событие, пространство элементарных исходов эксперимента: основные понятия и определения. Операции над событиями. Вероятность события. Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности события, свойства вероятности. Аксиомы теории вероятностей, вероятностное пространство. Свойства операций сложения и умножения событий. Теоремы сложения вероятностей. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Повторение испытаний: классическая схема Бернулли и ее предельные случаи [интегральная и локальная теоремы Муавра–Лапласа, теорема Пуассона].

Тема 4.3. Случайные величины

Основные понятия и определения. Типы случайных величин и способы их задания. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее основные свойства, их геометрическая интерпретация. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, медиана, дисперсия, среднее квадратичное отклонение. Некоторые законы распределения случайных величин и их применения в задачах естествознания. Дискретные случайные величины: биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение. Непрерывные случайные величины: равномерное, показательное (экспоненциальное) и нормальное распределения.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические Занятия	Семинарские занятия	Лабораторные Занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Основы алгебры и аналитическая геометрия	4	12					
1.1	Элементы матричного анализа	2	3					Устный опрос
1.2	Решение систем линейных алгебраических уравнений	2	5					Устный опрос
1.3	Аналитическая геометрия на плоскости		4				2	Контрольная работа №1
2	Математический анализ	8	18					Устный опрос
2.1	Функция одной действительной переменной. Концепция предела	4	6					Устный опрос
2.2	Производная и дифференциал функции одной переменной и их приложения	2	4					Устный опрос
2.3	Интегрирование функции одной переменной. Приложения	2	6				2	Контрольная работа №2
2.4	Функции нескольких действительных переменных		2					Устный опрос
3	Дифференциальные уравнения	2	2					
3.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого и второго порядков	2	2					Устный опрос

4	Теория вероятностей и элементы математической статистики	6	10					
4.1	Элементы теории множеств и элементы комбинаторики	2	4					Устный опрос
4.2	Случайные события	2	3				2	Контрольная работа №3
4.3	Случайные величины	2	3					Устный опрос
	ИТОГО	20	42				6	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Самаль, С.А. Высшая математика. Практикум: учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по естественнонаучным и экономическим специальностям: в 2 ч. / [авт.: О. М. Матейко и др.]; под ред. С. А. Самаля. – Минск: РИВШ, 2020–Ч. 1. – 2020. – 329 с.
2. Самаль, С.А. Высшая математика. Практикум: учебное: в 2 ч./ О. М. Матейко [и др.]; под ред. С. А. Самаля. – Минск: РИВШ, 2022–Ч. 2. – 2022. – 360 с.
3. Велько, О. А. Основы высшей математики для социологов : учебно-методическое пособие для студентов учреждений высшего образования, обучающихся по специальностям 1-23 01 05 "Социология", 1-23 01 15 "Социальные коммуникации" / О. А. Велько, М. В. Мартон, Н. А. Моисеева ; БГУ. - Минск: БГУ, 2020. - 303 с. – Режим доступа: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/254094>
4. Велько, О. А. Основы высшей математики и теории вероятностей : учебно-методическое пособие для студентов по специальностям "Социология", "Социальные коммуникации" / О. А. Велько, М. В. Мартон, Н. А. Моисеева ; БГУ. - Минск: БГУ, 2022. - 399 с. – Режим доступа: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/290012>

Перечень дополнительной литературы

1. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В.Е. Гмурман. – 7-е изд., доп. – М.: Высшая школа, 2013. – 405с.
2. Еровенко, В.А. Основы высшей математики для студентов-международников в примерах и задачах: учебно-методическое пособие / В.А. Еровенко, О.М. Матейко, Е.К. Щетникович. – Минск: БГУ, 2012. – 69 с.
3. Высшая математика: учебно-методическое пособие для студентов учреждений высшего образования, обучающихся по специальности «биотехнология»: в 2 ч. / О. М. Матейко, С. А. Самаль, Н. Б. Яблонская; БГУ. – Минск: БГУ, 2022 – Ч.1.
4. Матейко, О.М. Высшая математика для географов: учеб. пособие: в 2 ч. / О.М. Матейко, А.Н. Таныгина. – Минск: БГУ, 2012. – Ч. 1. – 271 с.
5. Матейко, О.М. Высшая математика для географов: учеб. пособие: в 2 ч. / О.М. Матейко, А.Н. Таныгина. – Минск: БГУ, 2013. – Ч. 2. – 175 с.
6. Матейко, О.М. Высшая математика: учебно-методическое пособие: в 2 ч. / О.М. Матейко, П.В. Плащинский, В.А. Прокашева, В.С. Федосенко. – Минск: БГУ, 2002. – Ч. 1. – 37 с.
7. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: в 2-х ч. / Д.Т. Письменный. – 6-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2015. – Ч.1. – 288с. – Ч. 2. – 256 с.

8. Самаль, С.А. Высшая математика. Общий курс / Под общей ред. С.А. Самалья. – Минск: Вышэйшая школа, 2000. – 351 с.

9. Яшкин, В.И. Теория вероятностей и математическая статистика: практикум для студентов специальности 1-96 01 01 «Таможенное дело» / В.И. Яшкин, С.Н. Барановская. – Минск: БГУ, 2011. – 92 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Перечень рекомендуемых средств диагностики:

1. Устный опрос.
2. Контрольная работа.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Высшая математика» учебным планом предусмотрен экзамен в 1 семестре.

Для формирования итоговой отметки по учебной дисциплине используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущей и промежуточной аттестации студентов по учебной дисциплине.

Формирование итоговой отметки в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации (примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации):

- устный опрос – 40 %
- контрольные работы – коэффициент – 60 %

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе итоговой отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) 40% и экзаменационной отметки 60%.

Примерный перечень заданий управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.3. Аналитическая геометрия на плоскости (2 ч)

Примерный перечень заданий:

Задание 1:

Даны координаты вершин треугольника ABC:

A (2; 1), B (– 1; 3), C (4; 5). Требуется найти:

- 1) уравнение прямой, проходящей через точки A и C;
- 2) уравнение высоты, опущенной из вершины B на сторону AC;

- 3) уравнение прямой, проходящей через точку В, параллельно стороне АС;
- 4) длину высоты, опущенной из вершины В на сторону АС;
- 5) уравнение медианы, проведенной из вершины С;
- 6) площадь треугольника АВС.

Задание 2:

Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами:

$$1 \leq y \leq 1 + \sqrt{9 - (x - 1)^2}$$

Задание 3:

Найти произведение матриц $A \times B$, если оно имеет смысл.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 5 & -4 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 5 & -4 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Задание 4:

Найти определитель матрицы 3-го порядка:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

Задание 5:

Решить систему методом Крамера, Гаусса и с помощью обратной матрицы:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + x_3 = -4 \\ 9x_1 + x_2 + 3x_3 = -14 \end{cases}$$

Форма контроля – контрольная работа №1.

Тема 2.3. Интегрирование функции одной переменной. Приложения (2ч)

Примерный перечень заданий:

Задание 1:

Найти пределы функций: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{6 + x - x^2}$, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x^2 - 9)}{x^3 + 2x^2 - 9x - 18}$.

Задание 2:

Найти производные функций: $y = \frac{x+2x^2-1}{5x}$, $y = (\cos 5x)^2 - \sin 3x$

Задание 3:

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x + 7}{cx^4 + dx^2 + 8} = B$. При каких значениях c и d а) $B = 0$; б) $B = -6$; в) $B = \infty$?

Задание 4:

Исследуйте функцию с помощью первой производной, укажите промежутки возрастания и убывания функции, найдите точки экстремума функции $y = (4 + x) \cdot x^{2/3}$.

Задание 5:

Исследуйте функцию с помощью второй производной, укажите промежутки выпуклости вверх и вниз графика функции, найдите точки экстремума скорости изменения функции $y = x \cdot e^x$.

Задание 6:

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями. Выполните чертеж.

$$y = \sqrt{x}; xy = 1; x = 5; y = 0.$$

Задание 7:

Вычислить указанные интегралы:

$$\int \left(\frac{5x}{x^2-4} - \cos 6x \right) dx, \int \cos^3 x \sin^2 x dx, \int_0^{2\pi} x \sin \frac{x}{2} dx.$$

Форма контроля – контрольная работа №2.

Тема 4.2. Случайные события (2ч)

Примерный перечень заданий:

1. Определить количество чисел, меньших 100000, которые можно написать с помощью цифр 8,7,6.
2. Студенты сдают экзамен по «Высшей математике». В группе 30 студентов, из них формируют 2 подгруппы по 15 человек. Среди студентов есть 8 отличников. Сколько существует способов для формирования этих подгрупп, так чтобы 3 отличника попали в одну подгруппу, а 5 отличников – в другую?
3. Набирая номер телефона, абонент забыл последние две цифры и набрал их наугад, помня, что эти цифры различны. Найдите вероятность того, что набраны нужные цифры.
4. Из колоды в 36 карт извлечены 6 карт. Найдите вероятность того, что среди них 4 туза.

5. Стрелок стреляет по мишени до первого попадания. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,4. Найдите вероятность того, что произведено именно три выстрела.

6. Преподаватель в течение учебного года курирует экспериментальную работу трех студентов, работающих на занятиях в одно и то же время независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение первых 20 мин занятия не потребует внимания преподавателя первый студент, оценивается как 0,5, второй – как 0,3, третий – как 0,4. Найдите вероятность того, что в течение первых 20 мин случайно выбранного занятия хотя бы один студент потребует внимания преподавателя.

7. Орудие делает по мосту три выстрела. Вероятность попадания при каждом выстреле 0,8. Для разрушения моста достаточно двух попаданий. При одном попадании мост разрушается с вероятностью 0,4. Найдите вероятность разрушения моста.

8. В первой и во второй группах одинаковое число студентов, а в третьей – в 2 раза меньше, чем в первой группе. Количество отличников составляет 8% в первой, 5% во второй и 7% в третьей группе. Случайно вызванный студент оказался отличником. Найти вероятность того, что студент учится в первой группе.

9. Монета бросается 5 раз. Найдите вероятность того, что герб выпадет: а) 2 раза; б) менее 2 раз; в) не менее 2 раз; г) более 2 раз.

10. Вероятность реализации одной акции некоторой компании равна 0,8. Брокерская фирма предлагает 100 акций этой кампании. Какова вероятность того, что будет продано: а) не менее 70 и не более 85 акций; б) не менее 70; в) не более 69 акций?

11. Двое студентов играют в интересную игру: первый студент загадывает число от 1 до 6, второй студент должен угадать это число. Пусть случайная величина X – число попыток, сделанных вторым игроком при угадывании числа:

а) Составить закон распределения случайной величины X ;

б) Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

12. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	-5	2	3	4
P	0,4	0,3	0,1	0,2

Найдите математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$ этой случайной величины.

13. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} & \text{при } -1 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найдите вероятность того, что в результате испытания случайная величина X принимает значения из полуинтервала $[0;1)$.

14. Двое студентов играют в интересную игру: первый студент загадывает число от 1 до 6, второй студент должен угадать это число. Пусть случайная величина X – число попыток, сделанных вторым игроком при угадывании числа. Найдите функцию распределения случайной величины X и постройте ее график.

Форма контроля – контрольная работа №3.

Примерная тематика практических занятий

Занятие № 1-2. Аналитическая геометрия на плоскости: действительные числа как координаты точек на числовой прямой. Прямоугольные координаты на плоскости. Деление отрезка в заданном отношении. Прямая на плоскости: различные виды уравнения прямой на плоскости; взаимное расположение двух прямых; расстояние от точки до прямой. Построение на плоскости областей, ограниченных линейными неравенствами.

Занятие № 3-4. Матрицы и определители квадратных матриц. Основные определения. Основные операции над матрицами и их свойства. Обратная матрица. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные определения.

Занятие № 5-6. Форма записи линейных систем. Методы решения систем: матричный, Крамера, Гаусса.

Занятие № 7-9. Функции: основные понятия и определения, способы задания, характеристики функций. Числовые последовательности. Предел последовательности. Основные свойства пределов последовательностей. Число e как предел последовательности. Предел функции. Основные свойства пределов функций. Замечательные пределы. Непрерывность (разрывность) функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций.

Занятие № 10-11. Производная функции одной переменной. Основные правила дифференцирования. Дифференциал функции одной переменной: определение, правила нахождения дифференциалов, приложения в приближенных вычислениях. Исследование функций и построение их графиков. Правило Лопиталья-Бернулли.

Занятие № 12-14. Первообразная, неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Метод замены переменной. Формула интегрирования по частям. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница. Методы вычисления определенных интегралов. Геометрические и экономические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы: интегралы по бесконечным промежуткам интегрирования, интегралы от неограниченных функций.

Занятие № 15. Функции нескольких переменных. Предел функции двух переменных в точке. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных первого и высших порядков.

Смысл частных производных функции двух переменных в задачах естествознания, их геометрический смысл. Частные дифференциалы и полный дифференциал функции нескольких переменных, Экстремум функции двух переменных: необходимые и достаточные условия существования локального экстремума. Метод наименьших квадратов и его практическое применение.

Занятие № 16. Дифференциальные уравнения 1 порядка: основные понятия и определения. Задача Коши. Общее решение. Частное решение. Особое решение. Существование и единственность решения. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

Занятие № 17-18. Множества, отношения между ними и основные операции над ними. Комбинаторный принцип умножения, комбинаторный принцип сложения, перестановки, размещения, сочетания.

Занятие № 19-20. Эксперимент, событие, пространство элементарных исходов эксперимента: основные понятия и определения. Операции над событиями. Вероятность события. Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности события, свойства вероятности. Аксиомы теории вероятностей, вероятностное пространство. Свойства операций сложения и умножения событий. Теоремы сложения вероятностей. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Классическая схема Бернулли

Занятие № 20-21. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Классическая схема Бернулли. Типы случайных величин и способы их задания. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее основные свойства, их геометрическая интерпретация. Некоторые законы распределения случайных величин и их применения в задачах естествознания. Дискретные случайные величины: биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение. Непрерывные случайные величины: равномерное, показательное (экспоненциальное) и нормальное распределения.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Управляемая самостоятельная работа проводится в форме контрольных работ согласно утвержденному графику.

Контрольные работы, устный опрос проводятся аудиторно и занимают время 1-2 академических часа.

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине рекомендуется использовать современные информационные ресурсы: разместить на образовательном портале БГУ комплекс учебных и учебно-методических материалов: учебно-программные материалы, электронный конспект лекционного материала, вопросы для подготовки к экзамену, задания для самостоятельной работы, тематику учебной исследовательской работы, список рекомендуемой литературы.

Студенты регулярно самостоятельно изучают электронный конспект лекций и литературные источники, дополняют рукописный конспект, который ведется на аудиторных лекциях; систематически выполняют задания для самостоятельной работы, которые выдаются на практических занятиях.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Матрицы. Основные понятия и определения. Примеры использования матриц в экономике и сфере международной логистики. Сложение матриц и умножение матрицы на число.
2. Умножение матриц. Транспонирование матрицы. Элементарные преобразования строк матрицы.
3. Определители второго и третьего порядков квадратных матриц. Правила их вычисления. Вычисление определителя n -го порядка ($n > 3$).
4. Основные свойства определителей квадратных матриц.
5. Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы. Алгоритм ее вычисления.
6. Свойства обратной матрицы.
7. Система линейных алгебраических уравнений (ЛАУ), матричная форма ее записи. Совместные, несовместные, определенные и неопределенные системы. Общее и частное решения системы ЛАУ. Эквивалентные системы.
8. Матричный метод и метод Крамера решения системы ЛАУ.
9. Суть метода Гаусса решения систем ЛАУ.
10. Различные виды уравнения прямой на плоскости.
11. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.
12. Расстояние от точки до прямой. Геометрическое изображение на плоскости неравенств $Ax + By + C \geq 0$, $Ax + By + C \leq 0$.
13. Понятие функции. Способы задания функций. Основные характеристики функций (четность, нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность).

14. Элементарные функции. Примеры неэлементарных функций.
15. Числовая последовательность. Определение предела сходящейся последовательности и его геометрический смысл. Примеры сходящихся и расходящихся последовательностей.
16. Теорема о единственности предела сходящейся последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Определения, примеры.
17. Основные свойства пределов последовательностей. Число e
18. Теорема о существовании конечного предела функции в точке.
19. Основные свойства пределов функций.
20. Замечательные пределы.
21. Непрерывность функции в точке: различные определения. Разрывность функции в точке. Классификация точек разрыва функций.
22. Основные свойства непрерывных функций.
23. Определение производной функции одной переменной. Геометрический и экономический смысл производной.
24. Основные правила дифференцирования. Таблица производных.
25. Определение и геометрический смысл дифференциала функции одной переменной.
26. Свойства и правила нахождения дифференциалов.
27. Правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей $\left[\frac{0}{0} \right], \left[\frac{\infty}{\infty} \right]$.
 Формулировка, решение практических примеров. Решение практических примеров на раскрытие неопределенностей $[(+\infty) - (+\infty)], [0 \cdot \infty], [1^\infty], [0^0], [\infty^0]$ с применением правила Лопиталья.
28. Исследование функции при помощи первой производной: промежутки возрастания, убывания, стационарные и критические точки функции, формулировка необходимого условия локального экстремума функции в точке.
29. Достаточные условия локального экстремума функции в точке.
30. Выпуклость вверх (вниз) графика функции на интервале. Точки перегиба графика функции. Формулировка необходимого условия перегиба графика функции в точке. Достаточные условия перегиба графика функции в точке. Естественнонаучный смысл точек перегиба графика функции.
31. Определение и основные свойства неопределенного интеграла. Таблица простейших интегралов.
32. Метод замены переменных в неопределенном интеграле.
33. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
34. Определение определенного интеграла и его геометрический смысл.
35. Основные свойства определенного интеграла.
36. Интеграл с переменным верхним пределом интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница.

37. Метод замены переменных для определенного интеграла, метод интегрирования по частям.
38. Примеры геометрических и естественнонаучных приложений определенного интеграла.
39. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Определение частных производных функции двух переменных и их геометрический смысл.
40. Частные производные второго порядка для функции двух переменных.
41. Полный дифференциал функции нескольких переменных.
42. Обыкновенные ДУ первого порядка. Определения общего и частного решения ОДУ первого порядка и их геометрический смысл. Понятие особого решения ОДУ.
43. Уравнения с разделяющимися переменными и однородные ОДУ первого порядка.
44. Обыкновенное ДУ 2-го порядка. ОДУ второго порядка, приводимые к ОДУ первого порядка.
45. Элементы комбинаторики: комбинаторные принципы сложения, умножения, перестановки, размещения, сочетания.
46. Опыт, событие. Основные определения. Операции над событиями.
47. Классическое определение вероятности. Свойства классической вероятности.
48. Противоположные события. Формула, связывающая вероятности противоположных событий. Совместные и несовместные, зависимые и независимые события.
49. Аксиомы теории вероятностей. Вероятностное пространство.
50. Основные свойства операций сложения и умножения событий.
51. Теорема сложения вероятностей для совместных (несовместных) событий.
52. События зависимые и независимые. Независимые в совокупности и попарно независимые события, связь между ними.
53. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей для зависимых и для независимых событий. Теорема о вероятности появления хотя бы одного события из n событий, независимых в совокупности.
54. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
55. Определение классической схемы Бернулли. Формула Бернулли.
56. Понятие случайной величины (СВ). Дискретные и непрерывные СВ. Способы их задания (перечислить). Примеры.
57. Определение и основные свойства функции распределения $F(x)$ произвольной СВ.
58. Основные свойства плотности вероятности непрерывной СВ.
59. Математическое ожидание дискретной и непрерывной СВ. Основные свойства.
60. Дисперсия дискретной и непрерывной СВ. Ее основные свойства.

61. Биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение. Равномерное распределение, показательное распределение: описание СВ, закон распределения, числовые характеристики. Нормальное распределение и его числовые характеристики.

62. Вероятность попадания возможного значения нормальной СВ в заданный интервал.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название Кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой _____ С. А Самаль

25.06.2024

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
