

ЛИТЕРАТУРА

1. Венцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Наука, 1988. 480 с.
2. Венцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 576 с.
3. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1988. 447 с.
4. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высш. шк., 1997. 479 с.
5. Ивченко Г. И., Медведев Ю. И. Математическая статистика: Учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 1984. 248 с.
6. Пытьев Ю. П., Шишмарев И. А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983. 253 с.
7. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения: В 2 т. М.: Мир, 1984. Т. 1. 528 с.; Т. 2. 738 с.
8. Фигурин В. А., Оболонкин В. В. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие. Мн.: ООО "Новое знание", 2000. 208 с.

Таблица значений функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Таблица значений функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,00000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586
0,1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535
0,2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409
0,3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173
0,4	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793
0,5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240
0,6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490
0,7	25804	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524
0,8	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327
0,9	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891
1,0	34134	34375	34614	34850	35083	35314	35543	35769	35993	36214
1,1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298
1,2	38493	38686	38877	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40147
1,3	40320	40490	40658	40824	40988	41149	41309	41466	41621	41774
1,4	41924	42073	42220	42364	42501	42647	42786	42922	43056	43189
1,5	43319	43448	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408
1,6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449
1,7	45543	45637	45728	45818	45907	45994	46080	46164	46246	46327
1,8	46407	46485	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062
1,9	47128	47193	47257	47320	47381	47441	47500	47558	47615	47670
2,0	47725	47778	47831	47882	47932	47982	48030	48077	48124	48169
2,1	48214	48257	48300	48341	48382	48422	48461	48500	48537	48574
2,2	48610	48645	48679	48713	48745	48778	48809	48840	48870	48899
2,3	48928	48956	48983	49010	49036	49061	49086	49111	49134	49158
2,4	49180	49202	49224	49245	49266	49286	49305	49324	49343	49361
2,5	49379	49396	49413	49430	49446	49461	49477	49492	49506	49520
2,6	49534	49547	49560	49573	49585	49598	49609	49621	49632	49643
2,7	49653	49664	49674	49683	49693	49702	49711	49720	49728	49736
2,8	49744	49752	49760	49767	49774	49781	49788	49795	49801	49807
2,9	49813	49819	49825	49831	49836	49841	49846	49851	49856	49861

3,0	0,49865	3,1	49903	3,2	49931	3,3	49952	3,4	49966
3,5	49977	3,6	49984	3,7	49989	3,8	49993	3,9	49995
4,0	499968								
4,5	499997								
5,0	49999997								

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Процентные точки распределения χ^2

$$P\{\chi_r^2 > \chi_{r,\alpha}^2\} = \alpha$$

$\alpha \backslash r$	0,990	0,975	0,950	0,900	0,10	0,05	0,025	0,010
1	0,00016	0,00098	0,0039	0,158	2,71	3,84	5,02	6,63
2	0,0201	0,0506	0,103	0,211	4,61	5,99	7,38	9,21
3	0,115	0,216	0,352	0,584	6,25	7,81	9,35	11,34
4	0,297	0,484	0,711	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28
5	0,554	0,831	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09
6	0,872	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81
7	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48
8	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09
9	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67
10	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21
11	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,73
12	4,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22
13	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69
14	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14
15	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58
16	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00
17	6,41	7,56	8,67	10,08	24,77	27,59	30,19	33,41
18	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81
19	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19
20	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57
21	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93
22	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29
23	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64
24	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98
25	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31
26	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,88	41,92	45,64
27	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96
28	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28
29	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59
30	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89
40	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69
60	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38
120	86,92	91,58	95,70	100,62	140,23	146,57	152,21	158,95

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Процентные точки t -распределения Стьюдента

$$P\{t_k > t_{k,\alpha}\} = \alpha$$

$\alpha \backslash k$	0,20	0,10	0,050	0,025	0,010	0,005	0,001
1	1,376	3,078	6,314	12,71	31,82	63,667	318,3
2	1,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,33
3	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,22
4	0,941	1,553	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173
5	0,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893
6	0,906	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208
7	0,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785
8	0,889	1,397	1,860	2,306	2,896	3,455	4,501
9	0,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297
10	0,879	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144
11	0,876	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025
12	0,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930
13	0,870	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852
14	0,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787
15	0,866	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733
16	0,865	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686
17	0,863	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646
18	0,862	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,611
19	0,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579
20	0,860	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552
21	0,859	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527
22	0,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505
23	0,858	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485
24	0,857	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467
25	0,856	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450
26	0,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435
27	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421
28	0,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408
29	0,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396
30	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385
40	0,851	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307
60	0,848	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232
80	0,846	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195
100	0,845	1,290	1,660	1,984	2,365	2,626	3,174
200	0,843	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601	3,131
500	0,842	1,283	1,648	1,965	2,334	2,586	3,106
∞	0,842	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Процентные точки F -распределения Фишера для $\alpha = 0,05$

$$P\{f_{k_1,k_2} > f_{k_1,k_2;\alpha}\} = \alpha$$

$k_1 \backslash k_2$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,5	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	238,9	243,9	249,0	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,552	9,276	9,118	9,014	8,941	8,844	8,744	8,638	8,527
4	7,710	6,945	6,591	6,388	6,257	6,164	6,041	5,912	5,774	5,628
5	6,607	5,786	5,410	5,192	5,050	4,950	4,818	4,678	4,527	4,365
6	5,987	5,143	4,756	4,534	4,388	4,284	4,147	4,000	3,841	3,669
7	5,591	4,737	4,347	4,121	3,972	3,866	3,725	3,574	3,410	3,230
8	5,317	4,459	4,067	3,838	3,688	3,580	3,438	3,284	3,116	2,928
9	5,117	4,256	3,863	3,633	3,482	3,374	3,230	3,073	2,900	2,707
10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217	3,072	2,913	2,737	2,538
11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	3,094	2,948	2,788	2,609	2,405
12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,106	2,999	2,848	2,686	2,505	2,296
13	4,667	3,805	3,410	3,179	3,025	2,915	2,767	2,604	2,420	2,207
14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,958	2,848	2,699	2,534	2,349	2,131
15	4,543	3,683	3,287	3,056	2,901	2,790	2,641	2,475	2,288	2,066
16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,853	2,741	2,591	2,424	2,235	2,010
17	4,451	3,592	3,197	2,965	2,810	2,699	2,548	2,381	2,190	1,961
18	4,414	3,555	3,160	2,928	2,773	2,661	2,510	2,342	2,150	1,917
19	4,381	3,522	3,127	2,895	2,740	2,629	2,477	2,308	2,114	1,878
20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,711	2,599	2,447	2,278	2,083	1,843
21	4,325	3,467	3,072	2,840	2,685	2,573	2,421	2,250	2,054	1,812
22	4,301	3,443	3,049	2,817	2,661	2,549	2,397	2,226	2,028	1,783
23	4,279	3,422	3,028	2,795	2,640	2,528	2,375	2,203	2,005	1,757
24	4,260	3,403	3,009	2,777	2,621	2,508	2,355	2,183	1,984	1,733
25	4,242	3,385	2,991	2,759	2,603	2,490	2,337	2,165	1,965	1,711
26	4,225	3,369	2,975	2,743	2,587	2,474	2,321	2,148	1,947	1,691
27	4,210	3,354	2,961	2,728	2,572	2,459	2,305	2,132	1,930	1,672
28	4,196	3,340	2,947	2,714	2,558	2,445	2,292	2,118	1,915	1,654
29	4,183	3,328	2,934	2,702	2,545	2,432	2,278	2,104	1,901	1,638
30	4,171	3,316	2,922	2,690	2,534	2,421	2,266	2,092	1,887	1,622
40	4,085	3,232	2,839	2,606	2,449	2,336	2,180	2,004	1,793	1,509
60	4,001	3,151	2,758	2,525	2,368	2,254	2,097	1,918	1,700	1,389
120	3,920	3,072	2,680	2,447	2,290	2,175	2,106	1,834	1,608	1,254
∞	3,841	2,996	2,605	2,372	2,214	2,098	1,938	1,752	1,517	1,000

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
Часть 1. ВВЕДЕНИЕ	4
Лекция 1. Основные понятия теории вероятностей	4
Случайное событие (5). Опыт с конечным числом исходов. Классическое определение вероятности (6). Непосредственный подсчет вероятностей. Схема выбора с возвращением и без возвращения элементов (7). Частота или статистическая вероятность события (9).	
Часть 2. АКСИОМАТИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	11
Лекция 2. Теоретико-множественная трактовка основных понятий теории вероятностей. Аксиомы теории вероятностей и их следствия	11
Элементарные сведения из теории множеств (11). Аксиомы теории вероятностей и их следствия. Правила сложения вероятностей (14). Следствия правила сложения вероятностей (17).	
Лекция 3. Условная вероятность и независимость событий. Формула полной вероятности и теорема Байеса	19
Условная вероятность события (19). Независимость событий (20). Рекомендации и примеры использования основных правил теории вероятностей (21). Формула полной вероятности (22). Теорема гипотез (формула Байеса) (23).	
Часть 3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ НЕЗАВИСИМЫХ ИСПЫТАНИЙ ...	26
Лекция 4. Независимые испытания. Формула Бернулли. Асимптотические формулы Муавра – Лапласа и Пуассона	26
Независимые испытания (26). Формула Бернулли (27). Локальная и интегральная предельные теоремы (29). Теорема Пуассона (34).	
Часть 4. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ	35
Лекция 5. Случайные величины. Законы распределения случайных величин	35
Закон распределения. Ряд распределения дискретной случайной величины (36). Функция распределения (37). Функция распределения дискретной случайной величины (40). Непрерывная случайная величина. Плотность распределения (41).	
Лекция 6. Числовые характеристики случайных величин	45
Числовые характеристики положения (45). Моменты. Дисперсия и среднее квадратичное отклонение (48).	

Лекция 7. Распределения дискретных случайных величин	53
Производящая функция (53). Биноминальное распределение (54). Распределение Пуассона (56). Простейший поток событий (57). Геометрическое распределение (59). Гипергеометрическое распределение (61).	
Лекция 8. Распределения непрерывных случайных величин	62
Равномерное распределение (62). Показательное распределение (64). Нормальное распределение (67). Гамма-распределение и распределение Эрланга (71).	
Часть 5. СИСТЕМЫ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН	73
Лекция 9. Закон распределения системы двух случайных величин	73
Понятие о системе случайных величин (73). Функция распределения системы двух случайных величин (75). Система двух дискретных случайных величин. Матрица распределения (77). Система двух непрерывных случайных величин. Совместная плотность распределения (79). Зависимые и независимые случайные величины. Условные законы распределения (82).	
Лекция 10. Числовые характеристики системы двух случайных величин. n-мерный случайный вектор	85
Начальные и центральные моменты (85). Ковариация (87). Регрессия (88). Двумерное нормальное распределение (90). Закон распределения и числовые характеристики n -мерного случайного вектора (91). Многомерное нормальное распределение (95).	
Часть 6. ФУНКЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН	97
Лекция 11. Закон распределения и числовые характеристики функций случайных величин	97
Понятие о функции случайной величины (97). Теоремы о числовых характеристиках функций случайных величин (99). Закон распределения функции случайного аргумента (101). Закон распределения суммы двух случайных величин. Композиция законов распределения (104).	
Лекция 12. Характеристическая функция	106
Метод линеаризации функций случайных величин (106). Комплексные случайные величины (108). Характеристическая функция случайной величины и ее свойства (110).	
Часть 7. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	113
Лекция 13. Закон больших чисел и центральная предельная теорема	113
Неравенство Чебышева (113). Закон больших чисел (116). Следствия закона больших чисел (120). Центральная предельная теорема (121).	

Часть 8. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА	126
Лекция 14. Основные понятия и задачи математической статистики	126
Генеральная и выборочная совокупности (126). Типичные задачи математической статистики (127). Выборочная функция распределения (128). Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма (130). Наиболее важные распределения (133).	
Лекция 15. Статистическое оценивание параметров распределения	138
Виды оценок (138). Классификация точечных оценок (139). Точечные оценки математического ожидания и дисперсии (141). Методы получения оценок параметров распределения (143).	
Лекция 16. Интервальные оценки параметров распределения	146
Интервальные оценки математического ожидания и дисперсии нормальных случайных величин (149).	
Лекция 17. Проверка статистических гипотез	153
Определение статистической гипотезы (153). Проверка гипотезы о равенстве статистических средних значений (157). Проверка гипотезы о равенстве двух дисперсий (160). Критерий согласия χ^2 (161).	
ЛИТЕРАТУРА	166
Приложение 1	167
Приложение 2	168
Приложение 3	169
Приложение 4	170
Приложение 5	171