

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

ПРАКТИКУМ

*Рекомендовано
Учебно-методическим объединением
по естественно-научному образованию в качестве
учебно-методического пособия для студентов
учреждений высшего образования по специальностям
«радиофизика и информационные технологии»,
«прикладная информатика»,
«кибербезопасность»*

МИНСК
БГУ
2024

УДК 537.3(075.8)(076.5)+537.8(075.8)(076.5)

ББК 22.33я73-5

Э45

А в т о р ы:

**А. В. Сидоренко, С. В. Трухан,
А. А. Спиридонов, Т. К. Савченко**

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра физики и общетехнических дисциплин
Военной академии Республики Беларусь (заведующий кафедрой
кандидат технических наук, доцент *И. А. Иващенко*);
кандидат физико-математических наук *И. И. Ташлыкова-Бушкевич*

Электричество и магнетизм : практикум : учеб.-метод. посо-
Э45 **бие / А. В. Сидоренко [и др.]. — Минск : БГУ, 2024. — 167 с.**
ISBN 978-985-881-654-4.

Комплексный подход при изложении материала позволяет в лаконичной, доступной для восприятия форме представить основные физические явления и закономерности: эффекты электростатического поля, переходные процессы в электрических цепях, явление ферромагнетизма, резонансные явления в цепях переменного тока, применение полупроводниковых диодов и выпрямителей, а также эффекта Холла.

Практикум предназначен для студентов учреждений высшего образования, обучающихся по специальностям «радиофизика и информационные технологии», «кибербезопасность», «прикладная информатика».

УДК 537.3(075.8)(076.5)+537.8(075.8)(076.5)

ББК 22.33я73-5

ISBN 978-985-881-654-4

© БГУ, 2024

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проблемы развития информационных технологий и внедрения их в различные сферы деятельности человека выводят на передний план задачи экономического и социального развития общества. Комплексное развитие новых научных направлений неразрывно связано с системой базового образования высшей школы, основанной на естественных дисциплинах, особенно с физикой. Курс физики «Электричество и магнетизм» дает возможность с помощью открытых закономерностей экспериментального характера расширить и углубить знания о природе явлений, лежащих в основе информационных представлений.

В учебно-методическом пособии материал представлен в виде десяти лабораторных работ, в которых подробно рассматриваются явления и их закономерности: стационарный электрический ток, магнитное поле, электромагнитная индукция, квазистационарные токи, резонансные явления в цепях переменного тока, особенности работы электрических цепей в непрерывном и импульсном режимах, электропроводность, электрические явления в контактах, полупроводники и приборы на их основе, явления термоэлектронной эмиссии и эффекта Холла.

Достоинством представленного в пособии материала можно назвать использование для обработки полученных результатов программ с применением языков программирования Python и C++.

Цель создания программного комплекса – реализация основанных на моделировании физических процессов и обработка информационных параметров, характеризующих рассматриваемое явление. Программный комплекс представляет собой статически собранное на Win многооконное приложение, выполненное на языке *Python* в среде разработки версии *Python 3.8.1* и использующее приложение *jupyter lab*.

Отличительной особенностью программного комплекса является проведение вычислительных экспериментов в реальном времени.

ПОДГОТОВКА К ВЫПОЛНЕНИЮ И ОФОРМЛЕНИЕ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

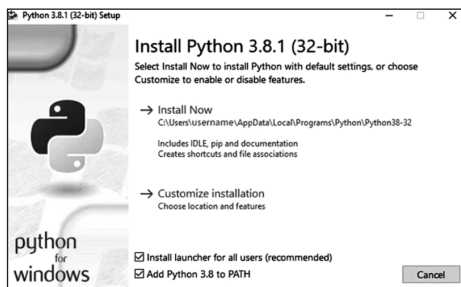
Программный комплекс для лабораторных работ имеет модульную структуру: «модуль лаб.1 — модуль лаб.10». Каждый модуль подразумевает ввод, обработку и получение информационных параметров, типичных для рассматриваемого в данной работе явления. Доступность программного кода позволяет применять программу в качестве шаблона для самостоятельного выполнения лабораторных работ по курсу «Электричество и магнетизм».

Установка Python на Windows

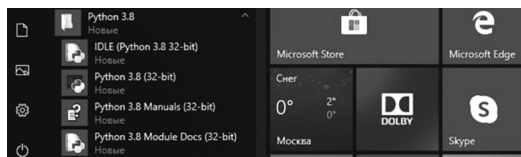
Установку Python проводят в следующем порядке.

1. Скачайте официальные установочные файлы. Версии, которые начинаются с цифры «2», лучше не использовать — Python прекратил их поддержку в 2020 г.

2. Запустите скачанный файл и выберите *Install Now*. Обязательно поставьте галочку в разделе Add Python 3.x to PATH. Эта функция нужна, чтобы не указывать интерпретатору маршрут к исходнику при каждом запуске.

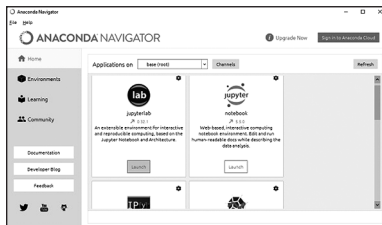


3. Если установка прошла успешно, в меню «Пуск» появится папка Python.



Установка **jupyter lab** происходит через командную строку, вход — через запуск от администратии (pip3 install jupyter lab).

Для запуска приложения **jupyter lab** наиболее удобным способом является библиотека Anaconda Navigator (если она установлена).



Поочередно запустите библиотеку из командной строки Windows / Linux или Anaconda, используя команду **jupyter lab**.

Установка библиотек происходит через командную строку, вход осуществляется через администратии **pip install <название библиотеки>** в командной строке **http://localhost:8888/lab/tree/labs**.

Порядок оформления отчета

Отчет составляется по каждой лабораторной работе по следующей форме:

- 1) название работы;
- 2) формулы и электрические схемы, используемые в работе;
- 3) таблицы полученных экспериментальных и расчетных значений;
- 4) графики и таблицы полученных результатов;
- 5) выводы.

Лабораторная работа 1

ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН С ПОМОЩЬЮ ОСЦИЛЛОГРАФА

Цель: изучить принцип действия и овладеть практическими навыками работы с электронно-лучевым осциллографом; измерить параметры гармонического и импульсного сигналов.

Теоретические сведения

Электронно-лучевым осциллографом (ЭЛО) называется прибор для визуального наблюдения формы электрических сигналов и измерения их параметров с помощью электронно-лучевой трубки (ЭЛТ).

Рассмотрим устройство и работу осциллографа.

Осциллограф универсальный (например, С1-73) предназначен для изучения электрических сигналов в диапазоне частот 0–5 МГц путем визуального наблюдения и измерения их амплитуд в диапазоне 0,02–120 В и с выносным делителем 1 : 10 до 350 В, а также временных интервалов в диапазоне $(0,2 \cdot 10^{-6})$ –0,5 с.

Состоит из ЭЛТ, каналов вертикального и горизонтального отклонений, источника питания, калибратора амплитуды и длительности (рис. 1).

Электронно-лучевая трубка – основной узел осциллографа, который преобразует исследуемый сигнал в видимое перемещение светового пятна на экране.

Электронный прожектор (катод косвенного канала) создает пучок электронов, которые летят к экрану под действием сильного электрического поля между катодом К и анодом А и вызывают его флуоресценцию (свечение). Катод окружен модулирующим электродом М, который концентрирует луч на оси трубки и регулирует его интенсивность. Затем электронный пучок сжимается в тонкий луч при помощи фокусирующей системы Ф (ручка «Фокус») и пролетает между пластинами вертикального У и горизонтального Х отклонения, и, если между ними есть разность потенциалов (U'_y, U'_x), отклоняется по оси Х или У.

Основной характеристикой ЭЛТ является **чувствительность** $S^{\text{ЭЛТ}}$ (мм/В или дел./В) – отношение величины отклонения луча на экране трубки h к величине напряжения U' , вызвавшего это отклонение:

$$S^{\text{ЭЛТ}} = h/U'.$$

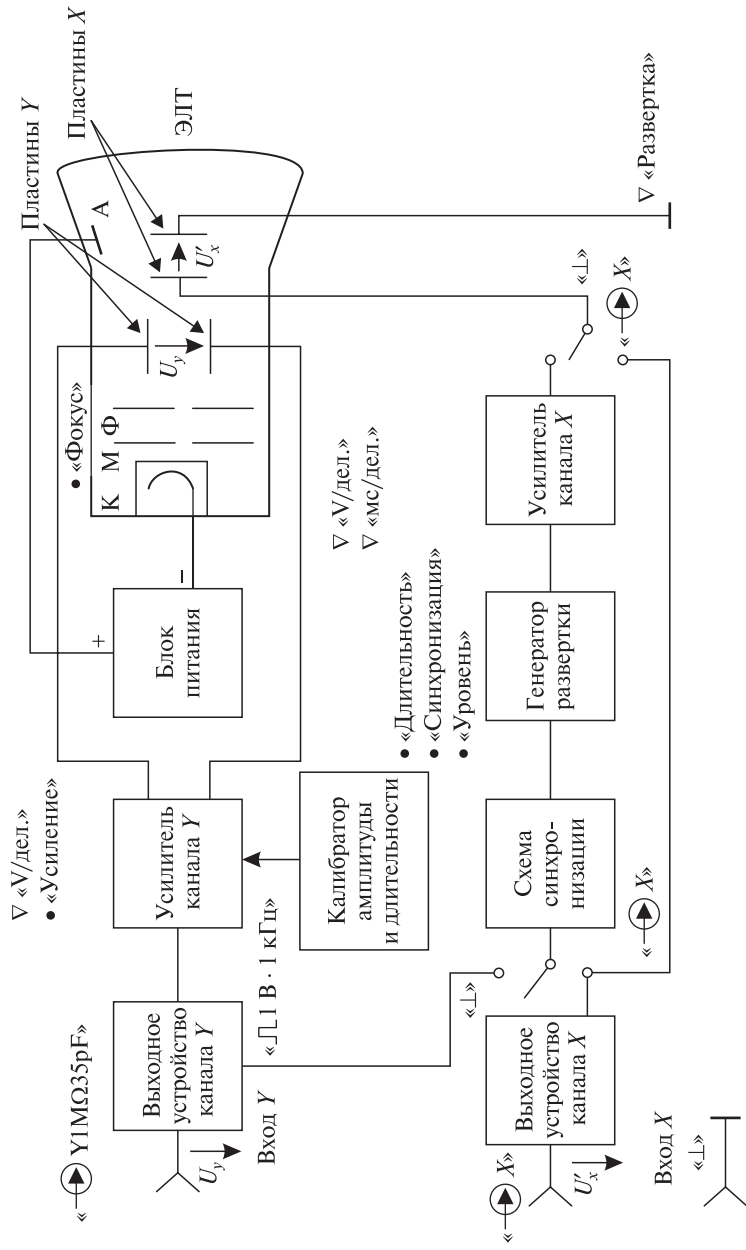


Рис. 1. Схема ЭЛО

Чувствительность зависит от геометрических размеров отклоняющих пластин X или Y и анодного напряжения U_a и равна $0,1-0,4$ мм/В.

Канал вертикального отклонения Y (канал сигнала) служит для преобразования напряжения исследуемого сигнала U_y , подаваемого на вход, в соответствующее ему вертикальное отклонение луча h_y . Он состоит из входного устройства, усилителя Y вертикального отклонения (переключатель « ∇ В/дел.» и ручка «Усиление») и отклоняющих пластин ЭЛТ.

Чувствительность канала Y — S_y (дел./В) — отношение величины отклонения луча h_y на экране ЭЛТ к величине напряжения, подаваемого на вход Y — U_y :

$$S_y = h_y / U_y.$$

Величина, обратная чувствительности, — коэффициент усиления канала Y — K_y (В/дел.) — устанавливается переключателем « ∇ В/дел.» и соответствует значению, указываемому этим переключателем:

$$K_y = U_y / h_y.$$

Канал горизонтального отклонения X (канал развертки и синхронизации) состоит из входного устройства, усилителя горизонтального отклонения (ручка « ∇ Длительность»), генератора развертки, канала синхронизации (ручки «Синхронизация», «Уровень»).

Генератор развертки вырабатывает линейно изменяющееся во времени напряжение $U_x = kt$ (k — коэффициент пропорциональности; t — время), которое через усилитель X поступает на пластины X электронно-лучевой трубки в виде U_x и вызывает развертку исследуемого напряжения U_y во времени.

Осциллограф может работать:

1) в режиме развертки, когда исследуемое напряжение U_y , подаваемое на вход Y , отображается на экране ЭЛТ в виде функции времени $U_y(t)$ (переключатель «Развертка» в положении « $\perp$ »);

2) режиме выключенной развертки, когда исследуемое напряжение U_y , подаваемое на вход Y , отображается на экране ЭЛТ в виде функции напряжения U_x , подаваемого на вход X (переключатель «Развертка» в положении « $\rightarrow$ » X).

Работа осциллографа в режиме развертки

Линейно изменяющееся напряжение $U_x = kt$ генератора развертки, увеличенное усилителем X — U'_x и поданное на пластины горизонтального отклонения X , смещает электронный луч по экрану ЭЛТ слева направо с постоянной скоростью, высвечивая на экране его траекторию (рис. 2).

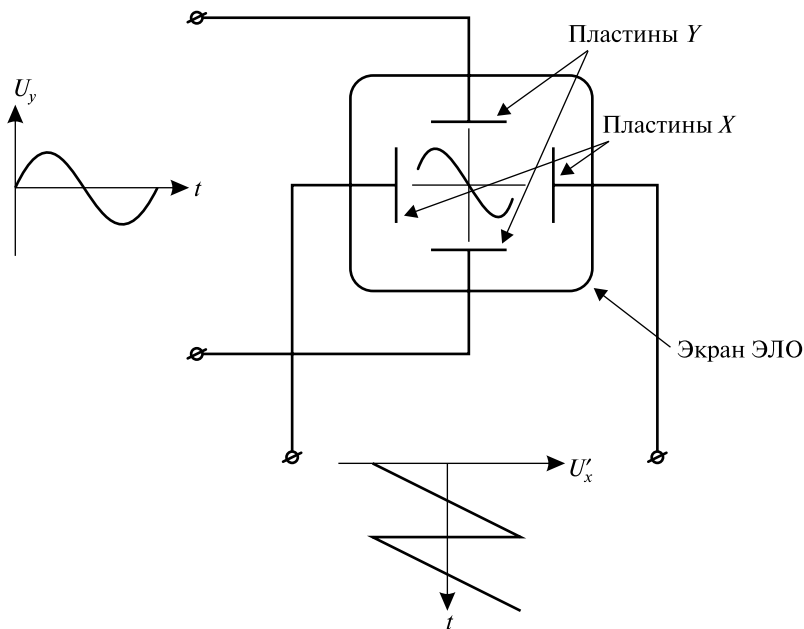


Рис. 2. Принцип образования осциллограммы

На вход Y (пластины вертикального отклонения) подается исследуемый сигнал $U_y(t)$. В результате сложения сигналов $U_y(t)$ и $U_x(t)$ на экране будет наблюдаться развертка исследуемого напряжения во времени.

Для получения устойчивой неподвижной осциллограммы необходимо синхронизировать напряжение исследуемого сигнала $U_y(t)$ с напряжением генератора развертки U_x . Для этого следует при помощи ручек «Длительность», «Синхронизация», «Уровень» настроить частоту генератора развертки f_p (Гц) так, чтобы выполнялось соотношение

$$f_p = f_y / n,$$

где f_y – частота исследуемого сигнала $U_y(t)$; n – целое число. Тогда на экране ЭЛТ наблюдается n периодов исследуемого напряжения.

Характеристики исследуемого сигнала находятся по формуле

$$U_{my} = L_y K_y, \quad (1)$$

где U_{my} – амплитуда синусоидального напряжения, В; L_y – длина линии, соответствующая амплитуде осциллограммы, дел. (рис. 3); K_y – коэффициент усиления, В/дел. (переключатель «В/дел.», см. рис. 1).

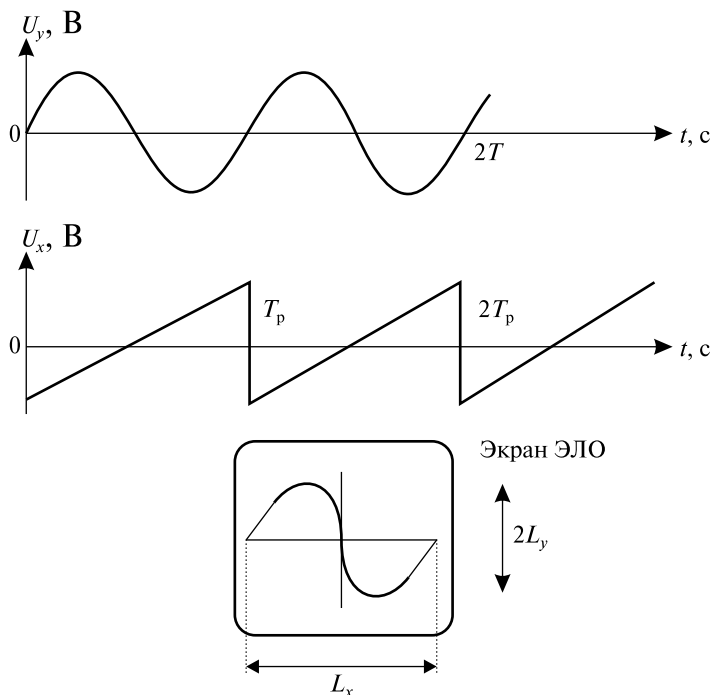


Рис. 3. Характеристики исследуемого сигнала

Период синусоидального напряжения T , с, находим так:

$$T = L_x K_x, \quad (2)$$

где L_x — длина линии, соответствующая периоду осциллограммы, дел. (см. рис. 3); K_x — коэффициент длительности развертки, с/дел. (ручка «• Длительность» (см. рис. 1)).

Работа осциллографа в режиме выключенной развертки

В режиме выключенной развертки на вход канала Y можно подавать гармонический сигнал $U_y(t)$ частоты f_y . Если напряжение генератора развертки равно нулю, на экране ЭЛТ отобразится вертикальная линия, длина которой пропорциональна напряжению $U_y(t)$.

На вход канала X (гнезда « $\perp$ », « $\rightarrow X$ ») можно также подать гармонический сигнал $U_x(t)$ частоты f_x (например, с другого генератора) (рис. 4).

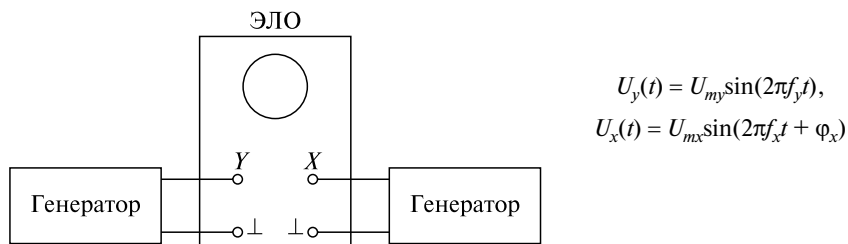


Рис. 4. Режим выключенной развертки

Если отношение частот f_y/f_x — кратное, то на экране ЭЛТ получаются замкнутые фигуры Лиссажу, по которым можно находить частоту неизвестного сигнала, зная частоту известного.

Фигуры Лиссажу

f_y/f_x	1:1	1:2	1:3	2:3	2:1
Вид фигуры Лиссажу					

Если $f_y = f_x$, на экране ЭЛТ появится эллипс (рис. 5), по параметрам которого можно определить сдвиг фаз φ между U_x и U_y (формула (3)).

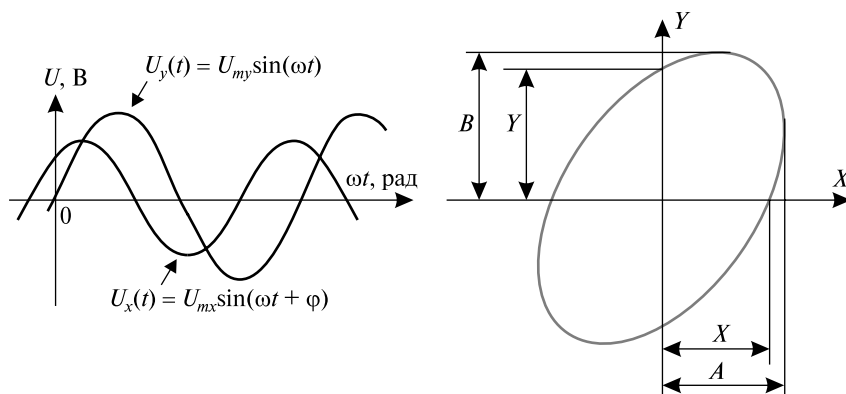


Рис. 5. Определение сдвига фаз гармонических сигналов одинаковой частоты

$$\varphi = \arcsin \frac{Y}{B} = \arcsin \frac{X}{A}, \quad (3)$$

где Y, B, X, A — отрезки на осциллограмме, дел.

Порядок выполнения работы

1. Измерение чувствительности электронного осциллографа

1. Подключите к клеммам $I-I'$ цепи (рис. 6) канал Y осциллографа. Переключатель чувствительности «V/дел.» усилителя Y установите в положение «1 В/дел.», ручку «Усиление» (плавная регулировка чувствительности усилителя Y) – в крайнее правое положение, развертку отключите (переключатель «Развертка»).

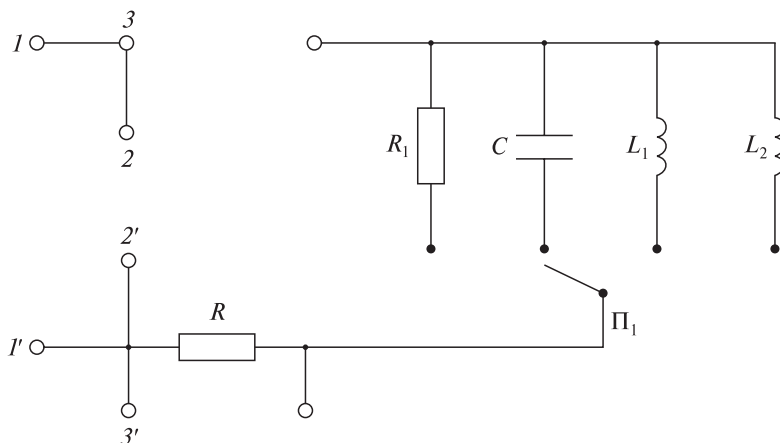


Рис. 6. Схема экспериментального стенда:

R_1 – резистор (активное сопротивление); C – конденсатор; L_1, L_2 – катушки индуктивности; R – резистор (сопротивление нагрузки); Π_1 – переключатель

2. Подключите к клеммам $2-2'$ цепи звуковой генератор (генератор переменного напряжения), а к клеммам $3-3'$ – вольтметр в режиме измерения переменного напряжения.

3. Поворачивая ручку потенциометра, регулирующего выходное напряжение звукового генератора, установите на экране ЭЛО (см. рис. 3) длину линии $2L_y$ (не менее двух делений). Измерьте действующее значение напряжения U_y при помощи вольтметра.

4. Вычислите чувствительность ЭЛО по каналу Y при положении переключателя чувствительности «V/дел.» усилителя Y «1 В/дел.»:

$$S_y = \frac{L_y}{\sqrt{2}U_y}.$$

5. Подключите к клеммам $I-I'$ цепи канал X осциллографа, ручкой потенциометра генератора установите на экране ЭЛО длину линии L_x (не менее двух делений). Измерьте действующее значение напряжения U_x при помощи вольтметра.

6. Вычислите чувствительность ЭЛО по каналу X по формуле $S_x = \frac{L_x}{2\sqrt{2}U_x}$. Результаты занесите в таблицу.

Ось	L , дел	U , В	S , дел./В
X			
Y			

2. Измерение характеристик гармонического и импульсного сигнала при помощи осциллографа

1. Подключите к клеммам $I-I'$ цепи (см. рис. 6) канал Y осциллографа. Включите переключатель «Развертка». К клеммам $2-2'$ цепи подключите звуковой генератор, к клеммам $3-3'$ цепи – вольтметр.

2. Установите с помощью вольтметра такое выходное напряжение звукового генератора, чтобы действующее значение напряжения равнялось 2,83 В. Установите на генераторе частоту 1000 Гц.

3. С помощью переключателей «В/дел.» и «мс/дел.» ЭЛО установите на экране изображение гармонического сигнала, удобное для исследования. Ручками «Синхронизация» и «Уровень» остановите изображение (поверните ручку «Уровень» влево до упора и, медленно вращая ее вправо до появления развертки, установите неподвижное изображение).

4. Произведите измерения параметров гармонического сигнала (рис. 7), результаты занесите в таблицу.

f , Гц	U , В	$U_{\max}$, В	T , с

Амплитудное значение напряжения $U_{\max}$ и период сигнала T рассчитайте по формулам (1) и (2) соответственно.

Проверьте правильность измерений $U_{\max}$ и T по формулам:

$$U_{\max} = \sqrt{2}U, \quad T = \frac{1}{f}.$$

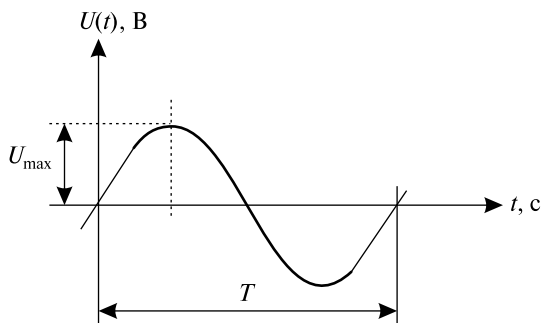


Рис. 7. Осциллограмма гармонического сигнала

Пример осциллограммы гармонического сигнала с амплитудой напряжения $U_{\max} = 4 \text{ В}$ и частотой $f = 1000 \text{ Гц}$ (период $T = 1 \text{ мс}$) представлен на рис. 8.

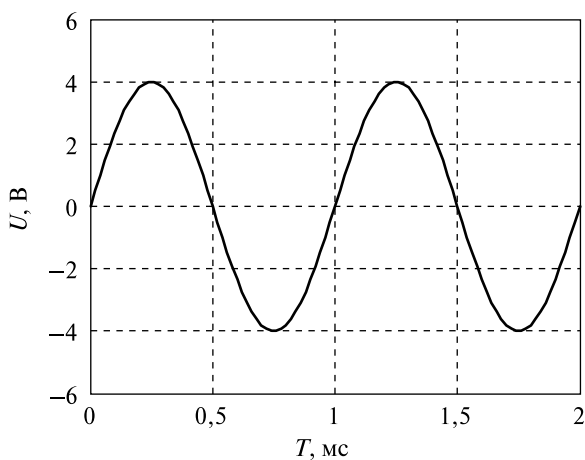


Рис. 8. Пример осциллограммы гармонического сигнала

5. Проведите измерения параметров импульсного сигнала (рис. 9), результаты занесите в таблицу.

$f, \text{ Гц}$	$U, \text{ В}$	$U_{\max}, \text{ В}$	$T, \text{ с}$	$t_{\text{и}}, \text{ с}$

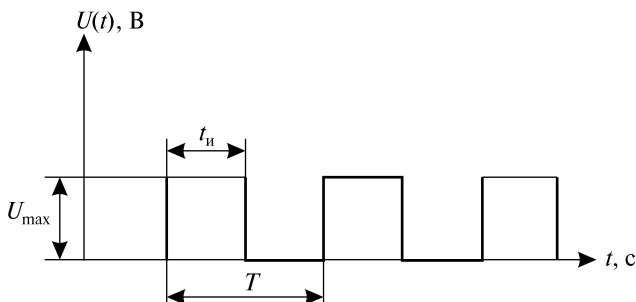


Рис. 9. Осциллограмма импульсного сигнала

Период сигнала определите как

$$T = L_{x_1} K_x,$$

длительность импульса — как

$$t_{и} = L_{x_2} K_x.$$

Пример осциллограммы импульсного сигнала с амплитудой напряжения $U_{\max} = 4$ В, частотой $f = 1000$ Гц (период $T = 1$ мс), длительностью импульса $t_{и} = 0,5$ мс, скважностью импульса $Q = 2$ представлен на рис. 10.

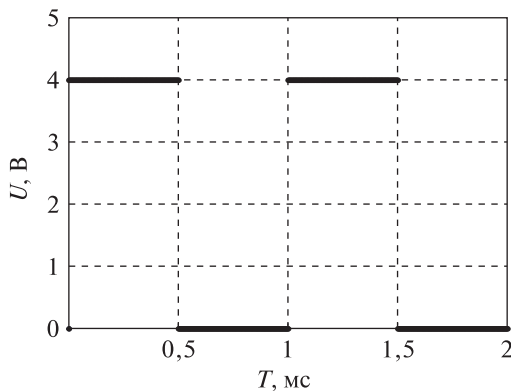


Рис. 10. Пример осциллограммы импульсного сигнала

Скважность импульса определите как

$$Q = \frac{T}{t_{и}}.$$

3. Измерение частоты сигнала с использованием фигуры Лиссажу

Рассмотрим метод определения неизвестной частоты по виду фигур Лиссажу, которые образуются при сложении двух гармонических сигналов (один подается на вход Y , второй — на вход X) (см. рис. 4). Например, на вход Y подается сигнал неизвестной частоты f_y при выключенной развертке, а на вход X подается сигнал известной частоты f_x . Если отношение f_y / f_x может быть представлено в виде отношения чисел m_y / m_x , то на экране осциллографа изображается фигура Лиссажу следующего вида (рис. 11):

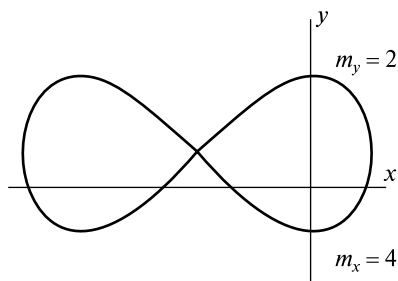


Рис. 11. Фигура Лиссажу

Для определения частоты исследуемого сигнала проводят две взаимно перпендикулярные прямые, параллельные осям X и Y , причем прямые должны иметь максимальное количество точек пересечения с фигурой Лиссажу. Подсчитывают число точек пересечения по прямым $x - m_x$ и $y - m_y$ (см. рис. 11). Отношение частот сигналов будет обратно пропорционально отношению чисел точек пересечения. Отсюда и находится неизвестная частота:

$$\frac{f_y}{f_x} = \frac{m_x}{m_y} = 2.$$

Примеры гармонических сигналов, которые подаются на вход Y и на вход X осциллографа, представлены на рис. 12.

Примеры получения фигур Лиссажу при подаче двух гармонических сигналов на вход X и выход Y с начальной фазой, равной 0, и начальной фазой, равной $(\pi/2)$, представлен на рис. 12, а, б и 12, в, г соответственно.

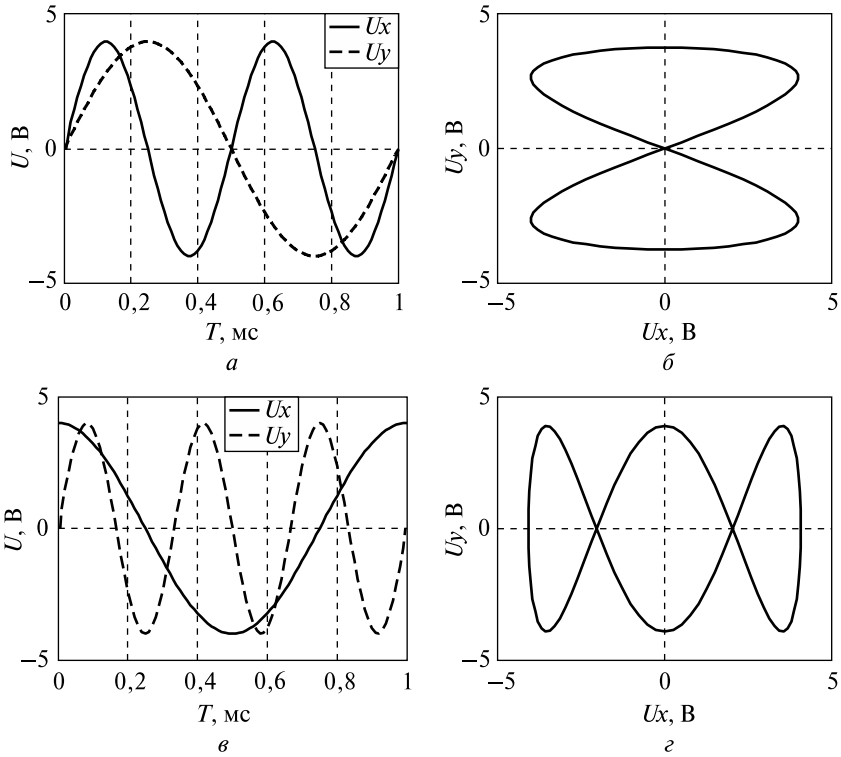


Рис. 12. Пример двух гармонических сигналов, которые подаются на вход Y и на вход X осциллографа:
 a — $U_y(t) = U_{my} \sin(2\pi f_y t)$ и $U_x(t) = U_{mx} \sin(2\pi f_x t + \varphi_x)$ с равными амплитудами $U_{my} = U_{mx} = 4$ В, частотами $f_y = 1000$ Гц и $f_x = 2000$ Гц, начальной фазой $\varphi_x = 0$;
 $б$ — осциллограмма их фигуры Лиссажу;
 $в$ — $U_y(t) = U_{my} \sin(2\pi f_y t)$ и $U_x(t) = U_{mx} \sin(2\pi f_x t + \varphi_x)$ с равными амплитудами $U_{my} = U_{mx} = 4$ В, частотами $f_y = 3000$ Гц и $f_x = 1000$ Гц, начальной фазой $\varphi_x = \pi/2$;
 $г$ — осциллограмма их фигуры Лиссажу

4. Измерение сдвига фаз между двумя гармоническими сигналами

С помощью ЭЛО можно измерить сдвиг фаз между двумя гармоническими сигналами одинаковой частоты. Для этого на вход Y подают напряжение U_y , а на вход X — напряжение U_x при выключенной развертке. Поскольку сигналы имеют одинаковую частоту, то на экране изображится эллипс (см. рис. 5), форма которого и определяет количественно

сдвиг фаз между U_y и U_x . Форма эллипса характеризуется отношением его осей. В нашем случае это отношение эквивалентно отношению $\frac{Y}{B}$ или $\frac{X}{A}$. Сдвиг фаз между U_x и U_y находим из формулы (3).

1. Соберите схему (рис. 13). Для этого к клеммам $1-1'$ подключите звуковой генератор, к клеммам $2-2'$ – вход Y осциллографа (к $2'$ – « $\perp$ », к 2 – « Y »), к клеммам $3-4$ – вход X при выключенной развертке.

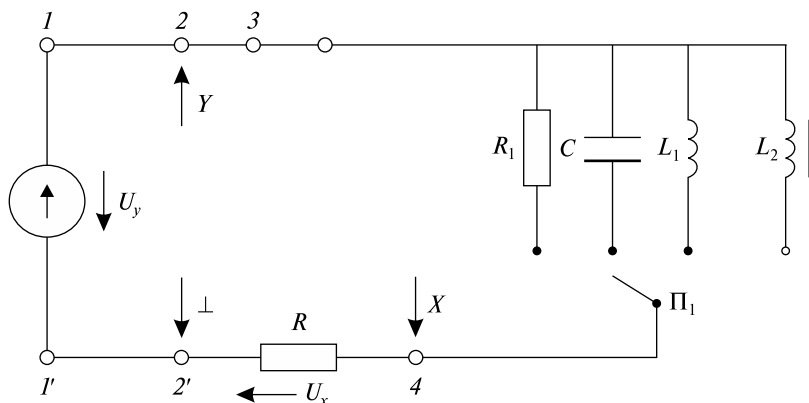


Рис. 13. Схема для измерения сдвига фаз двух гармонических сигналов одинаковой частоты

2. Измерьте сдвиг фаз между напряжением U_y и U_x при четырех различных положениях переключателя Π_1 . Результаты занесите в таблицу.

Значения	X , дел.	A , дел.	Y , дел.	B , дел.	$\sin\varphi$	φ
R_1						
C						
L_1						
L_2						

Примеры двух гармонических сигналов: $U_y(t) = U_{my}\sin(2\pi ft + \Delta\varphi)$, который подается на вход Y , и $U_R(t) = U_x(t) = U_{mx}\sin(2\pi ft)$ – на вход X (напряжение на проводнике сопротивлением $R = 1000$ Ом) с частотой $f = 1000$ Гц, и осциллограммы эллипса, отражающего сдвиг фаз $\Delta\varphi$, представлены на рис. 14–17.

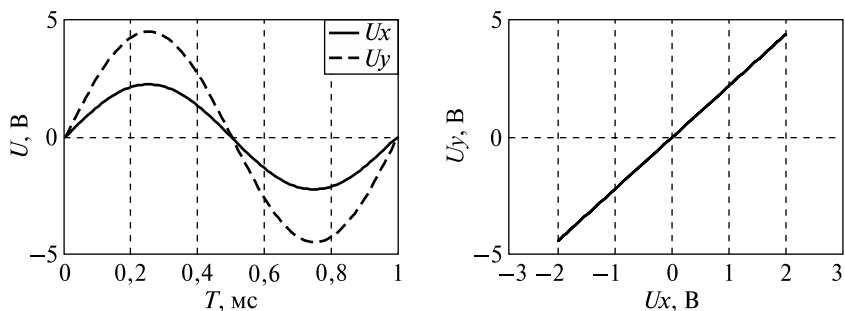


Рис. 14. Пример двух гармонических сигналов частотой $f = 1000$ Гц и осциллограмма эллипса, отражающего сдвиг фаз, для резистора сопротивлением $R_1 = 1000$ Ом

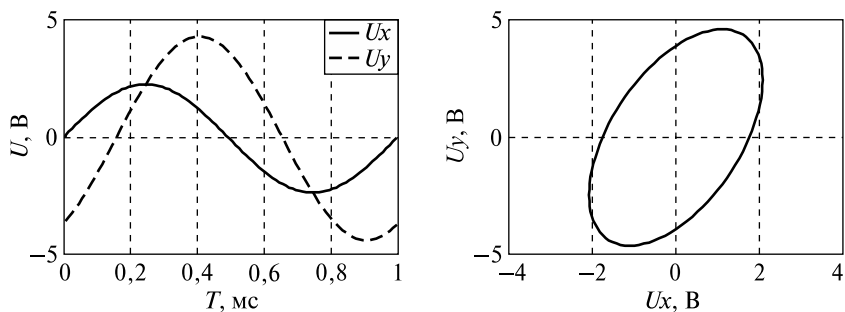


Рис. 15. Пример двух гармонических сигналов частотой $f = 1000$ Гц и осциллограмма эллипса, отражающего сдвиг фаз, для конденсатора емкостью $C = 0,1$ мкФ

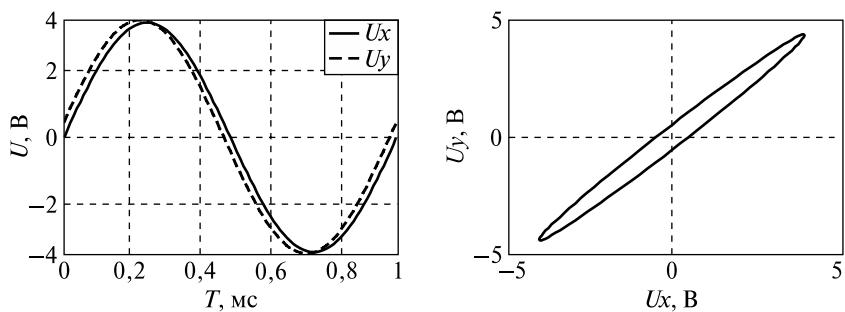


Рис. 16. Пример двух гармонических сигналов частотой $f = 1000$ Гц и осциллограмма эллипса, отражающего сдвиг фаз, для катушки с $L_1 = 20$ мГн и $R_{L_1} = 20$ Ом

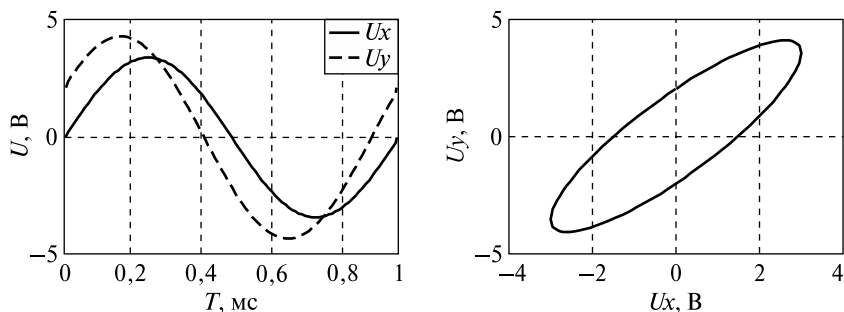


Рис. 17. Пример двух гармонических сигналов частотой $f = 1000$ Гц и осциллограмма эллипса, отражающего сдвиг фаз $\Delta\varphi$, для катушки с индуктивностью $L_2 = 100$ мГн и активным сопротивлением $R_{L_2} = 100$ Ом

3. Полученные экспериментально при выполнении лабораторной работы данные следует рассчитать и проанализировать с помощью компьютерной программы на языке программирования Python 3.8.1. Порядок установки программы приведен на с. 4–5.

4. Порядок оформления отчета представлен на с. 5.

Контрольные вопросы

1. Перечислите основные технические характеристики ЭЛО.
2. Какими преимуществами по сравнению с другими измерительными приборами обладает ЭЛО?
3. Назовите основные блоки ЭЛО и их назначение.
4. В каких режимах может работать ЭЛО?
5. Какие виды измерений можно осуществить при помощи ЭЛО?
6. Как с помощью ЭЛО определить параметры гармонического сигнала?
7. Как определить частоту гармонического сигнала по фигурам Лиссажу?
8. Расскажите о методике измерения сдвига фаз.

Список литературы

Калашников, С. Г. Электричество / С. Г. Калашников. — 6-е. изд. — М. : Физматлит, 2003.

Осциллограф универсальный С1-73. Техническое описание и Инструкция по эксплуатации : И22.044.067 ТО. — М. : Радио и связь, 1988.

Сидоренко, А. В. Электричество и магнетизм / А. В. Сидоренко. — Минск : БГУ, 2017.

Лабораторная работа 2

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ И ЕГО ПАРАМЕТРОВ

Цель: ознакомиться с основными характеристиками и способами описания электростатических полей; методом электролитической ванны провести экспериментальное моделирование электростатических полей, создаваемых электродами различной конфигурации.

Теоретические сведения

Для электромагнитных полей уравнения Максвелла в дифференциальной форме имеют вид

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \operatorname{div} \vec{D} = \rho, \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (1)$$

где $\vec{E}$, $\vec{H}$ — напряженность электрического и магнитного поля соответственно; $\vec{B}$ — вектор магнитной индукции; $\vec{D}$ — вектор электрического смещения; ρ — плотность заряда; $\vec{j}$ — плотность тока.

Статические явления характеризуются постоянством величин во времени ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$) и отсутствием токов проводимости ($j = 0$). При этих условиях уравнения (1) разделяются на две полностью независимые системы, в одну из которых входят величины, характеризующие электростатическое поле:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0, \operatorname{div} \vec{D} = \rho,$$

а в другую — магнитостатическое поле:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = 0, \operatorname{div} \vec{B} = 0.$$

Таким образом, электростатическое и магнитостатическое поля можно рассматривать независимо друг от друга. В этом и состоит характерная особенность статических полей. Электростатическое поле обусловлено неподвижными электрическими зарядами, магнитостатическое — неподвижными постоянными магнитами. Электростатическое поле описывается силовой (напряженность $\vec{E}$) и энергетической (потенциал φ) характеристиками.

Напряженность электростатического поля

Для обнаружения и опытного исследования электростатического поля используется пробный положительный точечный заряд — заряд, который не искажает исследуемое поле. Если в поле, создаваемое зарядом Q , поместить пробный заряд Q_0 , то на него будет действовать сила $\vec{F}$, которая, согласно закону Кулона, пропорциональна Q_0 . В таком случае $\frac{\vec{F}}{Q_0}$ не зависит от Q_0 и характеризует электростатическое поле в той точке, где находится пробный заряд. Эта величина является силовой характеристикой электростатического поля.

Напряженность электростатического поля в данной точке есть физическая величина, определяемая силой, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в эту точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}. \quad (2)$$

Напряженность поля точечного заряда в вакууме определяется как

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad \text{или} \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2},$$

где ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость; r — радиус-вектор точки.

Направление $\vec{E}$ совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Если поле создается положительным зарядом, то $\vec{E}$ направлен вдоль радиус-вектора от заряда во внешнее пространство; если поле создается отрицательным зарядом, то $\vec{E}$ направлен к заряду (рис. 1).

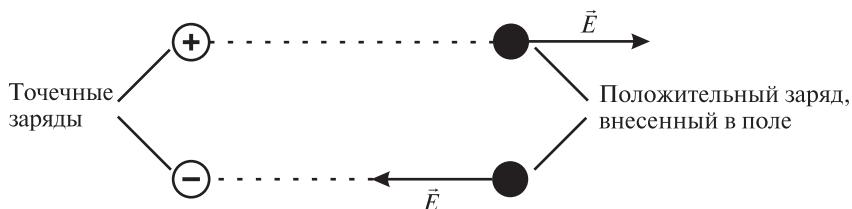


Рис. 1. Направление вектора напряженности

Из выражения (2) следует, что **единица напряженности электростатического поля** $\left(1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}\right)$ представляет собой напряженность поля, которое

на точечный заряд 1 Кл действует силой 1 Н. $1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = 1 \frac{\text{В}}{\text{м}}$, где В — единица потенциала (Вольт) электростатического поля.

Графически электростатическое поле изображается с помощью линий напряженности — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением $\vec{E}$ (рис. 2). Линиям напряженности приписывают направление, совпадающее с направлением $\vec{E}$. Они никогда не пересекаются, так как в каждой точке пространства вектор напряженности имеет лишь одно направление.

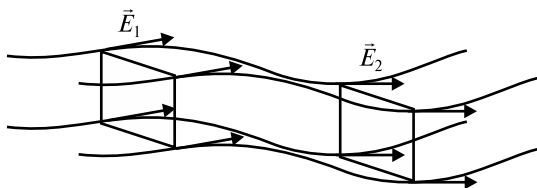


Рис. 2. Линии вектора напряженности

Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности представляют собой радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен, и входящие в него, если он отрицателен (рис. 3).

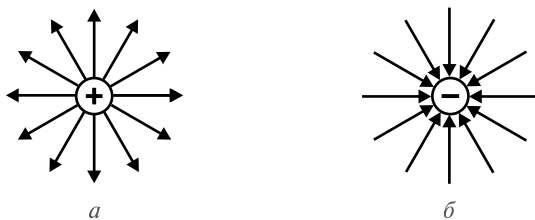


Рис. 3. Линии вектора напряженности положительного (а) и отрицательного (б) точечного заряда

Число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, должно равняться модулю вектора напряженности. Тогда число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку dS , нормаль $\vec{n}$ к которой образует угол α с вектором $\vec{E}$, будет выражено как $E dS \cos \alpha = \vec{E} \vec{n} dS$, где $\vec{E} \vec{n}$ — проекция вектора $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$ к площадке dS (рис. 4).

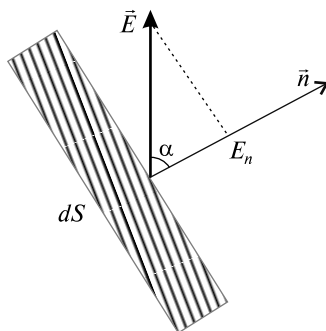


Рис. 4. Поток вектора напряженности

Величина потока через площадку dS выражается уравнением

$$d\Phi = E_n dS = \vec{E} \vec{dS},$$

где $\vec{dS} = dS \vec{n}$ — вектор, модуль которого равен dS , а направление совпадает с направлением нормали $\vec{n}$ к площадке.

Поток вектора напряженности электростатического поля измеряется в вольт-метрах (В·м).

Потенциал электростатического поля

Если в электростатическом поле точечного заряда Q (рис. 5) из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории в вакууме перемещается точечный заряд Q_0 , то сила, приложенная к заряду, совершает работу.

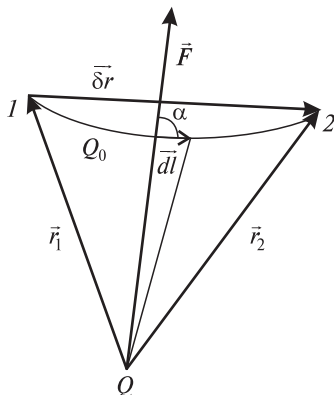


Рис. 5. Работа силы при перемещении заряда в электростатическом поле

Работу силы $\vec{F}$ на элементарном перемещении $\vec{dl}$ можно записать как

$$dA = \vec{F} \vec{dl} = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r^2} dl \cos \alpha.$$

Работа при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2 с учетом того, что $dl \cos \alpha = dr$, имеет вид

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{QQ_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{QQ_0}{r_1} - \frac{QQ_0}{r_2} \right) \quad (3)$$

и определяется только положениями начальной 1 и конечной 2 точек. Другими словами, электростатическое поле точечного заряда является потенциальным, а электростатические силы — консервативными.

Работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии. В этом случае работу (3) сил электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которыми обладает точечный заряд Q_0 в начальной и конечной точках поля заряда Q :

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r_2} = U_1 - U_2. \quad (4)$$

Из уравнения (4) следует, что потенциальная энергия заряда Q_0 в поле заряда Q вычисляется по формуле

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r} + \text{const}$$

и определяется с точностью до постоянной const.

Если допустить, что при удалении заряда в бесконечность $r \rightarrow \infty$, то потенциальную энергию заряда Q_0 , находящегося в поле заряда Q на расстоянии r от него, можно записать как

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r}. \quad (5)$$

Для одноименных зарядов $Q_0Q > 0$ потенциальная энергия их взаимодействия положительна, для разноименных зарядов $Q_0Q < 0$ отрицательна.

Из выражения (5) видно, что отношение $\frac{U}{Q_0}$ не зависит от Q_0 и может служить энергетической характеристикой электростатического поля.

Потенциал φ в какой-либо точке электростатического поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку. Таким образом, потенциал поля, создаваемого точечным зарядом Q в вакууме, находится по формуле

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2, может быть представлена как

$$A_{12} = U_1 - U_2 = Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2), \quad (6)$$

т. е. равна произведению перемещаемого заряда и разности потенциалов в начальной и конечной точках.

Разность потенциалов точек 1 и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2.

Работу сил поля в данном случае можно определить как

$$A_{12} = Q_0 \int_1^2 \vec{E} \cdot \vec{dl}. \quad (7)$$

Приравнявая выражения (6) и (7), получим для разности потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot \vec{dl} = \int_1^2 E_l dl,$$

где интегрирование производится по произвольной траектории, соединяющей начальную и конечную точки.

При перемещении заряда Q_0 из произвольной точки за пределы поля, т. е. в бесконечность, где потенциал равен нулю, работа сил электростатического поля имеет вид $A_\infty = Q_0\varphi$, откуда вытекает выражение

$$\varphi = \frac{A_\infty}{Q_0}.$$

Потенциал — физическая величина, определяемая работой по перемещению силами поля единичного положительного заряда из данной точки в бесконечность. Эта работа численно равна работе, совершаемой внешней силой по перемещению единичного положительного заряда из бесконечности в данную точку поля. Единицей потенциала явля-

ется **вольт (В)** — это потенциал такой точки поля, в которой заряд 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж $\left(1 \text{ В} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ Кл}}\right)$.

Напряженность поля как градиент потенциала. Эквипотенциальные поверхности

Как отмечалось выше, электростатическое поле описывается силовой ($\vec{E}$) и энергетической (φ) характеристиками. Найдём взаимосвязь между ними.

Работа по перемещению единичного точечного положительного заряда из одной точки поля в другую вдоль оси x равна $E_x dx$ при условии их близкого расположения $x_2 - x_1 = dx$. Эта же работа выражается через разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = -d\varphi$. Приравнявая данные выражения, получим

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad (8)$$

где частная производная обозначает, что дифференцирование производится только по переменной x .

Запишем выражение (8) аналогично для осей y, z , тогда вектор $\vec{E}$ может быть представлен как

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}\right),$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — единичные векторы координатных осей x, y, z .

Из определения $\vec{E}$ следует, что

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi \quad \text{или} \quad \vec{E} = -\nabla \varphi, \quad (9)$$

т. е. напряженность электростатического поля равна градиенту потенциала со знаком минус.

Для графического изображения распределения потенциала электростатического поля используются эквипотенциальные поверхности, во всех точках которых потенциал φ имеет одно и то же значение.

Обычно эквипотенциальные поверхности вокруг заряда или системы зарядов проводят так, чтобы разности потенциалов между любыми двумя соседними эквипотенциальными поверхностями были одинаковы, это наглядно характеризует напряженность поля в разных точках.

Потенциал поля, создаваемый точечным зарядом в вакууме, $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$. Эквипотенциальные поверхности в данном случае представляют собой концентрические сферы. Линии напряженности в случае точечного заряда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Так как работа по перемещению заряда вдоль эквипотенциальной поверхности равна нулю, то электростатические силы, действующие на заряд, всегда направлены по нормали к эквипотенциальным поверхностям. Значит, вектор $\vec{E}$ и линии напряженности всегда нормальны к эквипотенциальным поверхностям.

Итак, зная расположение линий напряженности электростатического поля, можно построить эквипотенциальные поверхности, и, наоборот, по известному расположению эквипотенциальных поверхностей можно определить в каждой точке поля модуль и направление вектора напряженности поля.

Общая задача электростатики

Прямая задача электростатики состоит в определении напряженности электростатического поля по заданному распределению заряда.

Напряженность поля $\vec{E}$ в диэлектрике может быть найдена путем определения потенциала $\varphi(\vec{r})$ и его последующего дифференцирования согласно выражению (9).

В обратной задаче электростатики требуется найти распределение объемных и поверхностных зарядов по известному полю $\vec{E}$.

На практике задачи чаще всего не сводятся либо к прямой, либо к обратной задачам электростатики.

Общая задача электростатики формулируется следующим образом. В диэлектрической среде заданы расположение и форма проводников, объемная плотность свободных электрических зарядов ρ и относительная диэлектрическая проницаемость ϵ . Известны также либо потенциалы всех проводников, либо заряды всех проводников, либо заряды нескольких и потенциалы остальных проводников. Необходимо определить напряженность электрического поля во всех точках пространства и распределение электричества по поверхности проводников.

Задача сводится к нахождению потенциала φ как функции пространственных координат x, y, z . Находим дифференциальное уравнение,

которому должна удовлетворять данная функция. Записываем теорему Гаусса в виде $\operatorname{div}(\varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}) = \rho$ и, подставляя в нее выражение (9), получаем

$$\operatorname{div}(\varepsilon \operatorname{grad} \varphi) = -\rho / \varepsilon_0,$$

или в координатной форме:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = -\rho / \varepsilon_0.$$

Если диэлектрик однороден (ε не зависит от координат), то

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}$$

или

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}. \quad (10)$$

Если ввести оператор Лапласа

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

то уравнение (10) запишется в виде

$$\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad (11)$$

и будет называться уравнением Пуассона.

При отсутствии свободных зарядов ($\rho = 0$) уравнение (11) переходит в уравнение Лапласа. Общая задача электростатики сводится к решению дифференциального уравнения Лапласа, удовлетворяющего определенным условиям конкретной задачи. Решение уравнения Лапласа в ряде практических случаев имеет значительные математические сложности, поэтому предпочитают использовать экспериментальные методы, наиболее распространенным является метод электролитической ванны.

Метод электролитической ванны

Данный метод основан на использовании ионной проводимости электролитов. В практике моделирования применяют различные купоросы, поваренную соль, едкий калий и т. д.

При условии равенства потенциалов электродов в вакууме и электролите можно показать, что при заполнении пространства однородной проводящей средой электрическое поле системы проводников не изменяется.

Закон Ома в дифференциальной форме для электролита записывается в виде

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = -\sigma \text{grad} \varphi, \quad (12)$$

где σ — удельная электропроводность электролита.

Для установившегося в электролите тока

$$\text{div} \vec{j} = 0. \quad (13)$$

Подставляя в выражение (13) значение $\vec{j}$ из выражения (12), получаем

$$\text{divgrad} \varphi \equiv \Delta \varphi = 0.$$

Поскольку при наличии в электролите стационарных токов потенциал электрического поля удовлетворяет уравнению Лапласа, и единственное решение этого уравнения определяется заданием потенциалов всех электродов, а потенциал электростатического поля тоже удовлетворяет уравнению Лапласа, то можно заключить: распределение потенциала, полученное в электролитической ванне, может быть непосредственно перенесено на случай интересующих нас полей проводников в вакууме.

Для того чтобы избежать влияния поляризации электролита на его электропроводность, необходимо к электродам прикладывать переменные напряжения, длина волны λ и глубина проникновения h которых должны удовлетворять следующим условиям:

$$\lambda \gg l, \quad h \ll l, \quad \left(\lambda = \frac{c}{v \sqrt{\epsilon \epsilon_0}}, \quad h = \frac{c}{2\pi \sqrt{v \sigma}} \right),$$

где l — размеры электролитической ванны; c — скорость света; v — частота переменного напряжения.

Для сведения задачи о нахождении электрического поля между электродами в вакууме к задаче о нахождении электрического поля, возникающего между электродами в электролитической ванне при прохождении тока через электролит, пользуются методом сечений и подобия.

Исходя из принципа подобия:

- траектории электронов не изменяются, если потенциалы всех электродов увеличить или уменьшить в одинаковое число раз;
- если размеры электродов и межэлектродные расстояния увеличить или уменьшить в некоторое число раз, то сами траектории электронов испытывают такое же преобразование подобия.

Доказательством выше названных следствий может служить утверждение, что уравнение Лапласа, определяющее электрическое поле в межэлектродном пространстве, а также уравнение траектории

$$\frac{d\sqrt{\phi}\vec{\tau}}{ds} = \text{grad}\sqrt{\phi}$$

не изменяют своего вида при следующих преобразованиях:

$$\phi' = \alpha\phi, x' = \beta x, y' = \beta y, z' = \beta z,$$

где $\vec{\tau}$ — единичный вектор касательной к траектории; ds — элемент траектории; α, β — постоянные.

Таким образом, задача об определении электростатического поля между электродами в вакууме может быть заменена задачей об определении электростатического поля, возникающего при прохождении тока через электролит.

Экспериментальная установка

Экспериментальная установка представлена на рис. 6.

В плоский сосуд (ванну) ВА с координатной сеткой на дне устанавливаются электроды А и С. Сосуд заполняют водой так, чтобы края электродов выступали над уровнем воды на ~0,5 см. Для исключения искажений поля у стенок ванны электроды А и С располагают на расстоянии в четыре-пять раз меньшем, чем расстояние между стенками. Для измерения разности потенциалов между точками поля используется измерительный вольтметр (ИВ) с высоким входным сопротивлением. Переменное напряжение величиной 6–10 В подается от звукового генератора (ЗГ) (генератор переменного синусоидального напряжения).

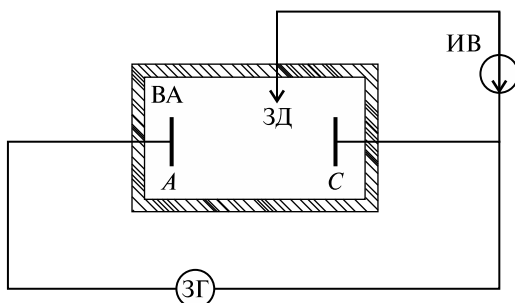


Рис. 6. Схема экспериментальной установки

Зонд (ЗД) соединяется с измерительным вольтметром (ИВ). Потенциал зонда равен потенциалу того места, где находится зонд. Перемещая зонд с заданным потенциалом по граничной плоскости «электролит – воздух», находим геометрическое место точек, где ток равен нулю. Это геометрическое место точек и указывает соответствующую эквипотенциальную поверхность.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомьтесь с описанием экспериментальной установки и описанием приборов, используемых в ней.

2. Разместите электроды в электролитической ванне по указанию преподавателя. Следите за тем, чтобы дно ванны было ровным и электроды располагались параллельно друг другу.

3. Включите в сеть звуковой генератор (ЗГ), измерительный вольтметр (ИВ).

4. Подсоедините неподвижный зонд к одному из электродов, а подвижный установите вертикально в исследуемую точку поля.

5. Перемещая подвижный зонд вдоль оси OY , найдите точку, где $\varphi = \varphi_1$ (например, 1 В). Зафиксируйте координаты в таблице или отметьте положение этой точки на заранее подготовленном листе миллиметровой бумаги с аналогичной координатной сеткой.

6. Перемещая зонд в плоскости ванны, найдите и зафиксируйте восемь – десять точек с одинаковым потенциалом. Соедините эти точки на бумаге.

7. Определите пять-шесть эквипотенциальных линий, потенциалы которых отличаются на $\Delta\varphi = \sim 0,5$ В.

Для выполнения работы используется несколько конфигураций систем электродов.

Пример картины распределения эквипотенциальных линий между двумя плоскими электродами (плоские пластины), к которым приложена разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_7 = 10$ В, представлен на рис. 7.

Пример картины распределения эквипотенциальных линий между двумя плоскими электродами (плоские пластины), к которым приложена разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_9 = 10$ В, при наличии вблизи первого электрода проводящего кольца представлен на рис. 8.

8. Полученные экспериментально при выполнении лабораторной работы данные следует рассчитать и проанализировать с помощью компьютерной программы на языке программирования Python 3.8.1. Порядок установки программы приведен на с. 4–5.

9. Порядок оформления отчета представлен на с. 5.

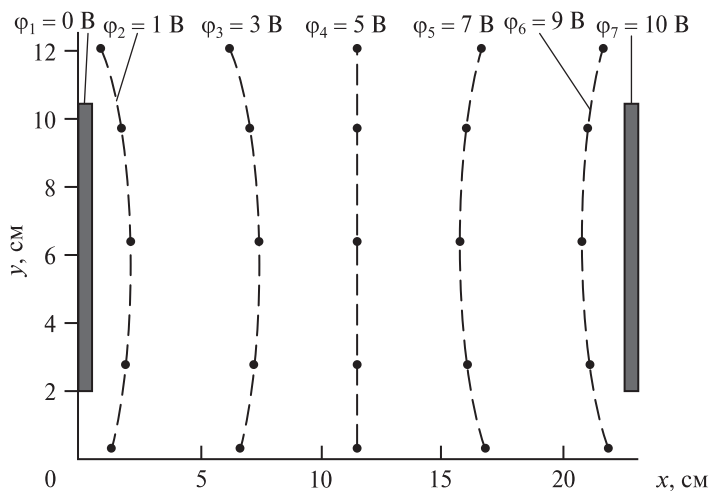


Рис. 7. Распределение эквипотенциальных линий между двумя плоскими электродами, к которым приложена разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_7 = 10$ В

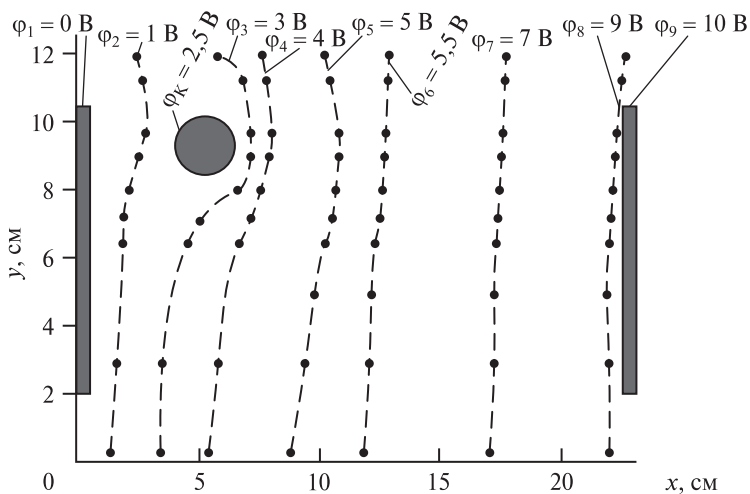


Рис. 8. Распределение эквипотенциальных линий между двумя плоскими электродами, к которым приложена разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_9 = 10$ В, при наличии вблизи первого электрода проводящего кольца

Контрольные вопросы

1. Дайте определение характеристик электростатического поля.
2. Как строятся линии напряженности электростатического поля?
3. Дайте определение потенциала и разности потенциалов в электростатическом поле.
4. Как соотносятся линии напряженности и эквипотенциальные линии в электростатическом поле?
5. Расскажите о методе электролитической ванны (методе моделирования электростатического поля, создаваемого проводниками).

Список литературы

Исследование электростатических полей методом электролитической ванны : методические указания к лабораторной работе по электричеству / авт.-сост.: С. В. Трухан, А. Б. Терехович, А. А. Спиридонов. — Минск : БГУ, 2007.

Калашников, С. Г. Электричество / С. Г. Калашников. — 6-е изд. — М. : Физматлит, 2003.

Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие : в 5 т. / Д. В. Сивухин. — 4-е изд. — М. : Физматлит, 2002—2005. — Т. 3 : Электричество. — 2004.

Сидоренко, А. В. Электричество и магнетизм / А. В. Сидоренко. — Минск : БГУ, 2017.

Ташлыкова-Бувич, И. И. Физика : учеб. пособие : в 2 ч. / И. И. Ташлыкова-Бувич. — 2-е изд. — Минск : Выш. шк., 2014. — Ч. 1 : Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм.

Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. — 11-е изд. — М. : Академия, 2006.

Электричество : Физический практикум / авт.-сост.: В. А. Саечников [и др.]. — Минск : БГУ, 2002.

Лабораторная работа 3

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА ОМА ДЛЯ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Цель: экспериментально проверить выполнение закона Ома для последовательных R -, L -, C -цепей и получить навыки измерения параметров элементов электрической цепи.

Теоретические сведения

Гармонический сигнал и его параметры

Ток, периодически изменяющийся по величине и направлению, называется **переменным**.

Наибольший интерес представляет переменный ток, который изменяется по гармоническому закону (рис. 1):

$$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi_i),$$

где $i(t)$ — мгновенное значение тока в данный момент времени t , А; $I_{\max}$ — амплитудное значение тока; $\omega t + \varphi_i$ — фаза синусоидального тока, рад; φ_i — начальная фаза тока в момент времени $t = 0$.

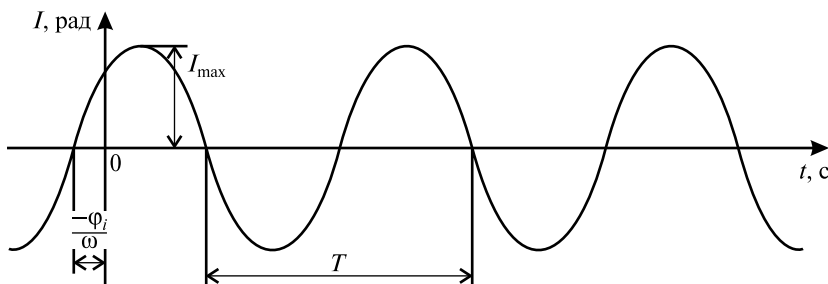


Рис. 1. Гармонический ток и его параметры

Переменный гармонический ток характеризуется следующими параметрами:

- амплитуда $I_{\max}$ — наибольшее положительное или отрицательное значение, принимаемое током;

- период T , с — наименьший интервал времени, по истечении которого мгновенные значения периодического тока повторяются;
- частота f , Гц — величина, обратная периоду;
- фаза ($\omega t + \varphi_i$) — величина, определяющая мгновенное значение тока при заданной амплитуде в данный момент времени;
- угловая частота ω , рад — величина, показывающая число радианов, на которое увеличивается текущая фаза за 1 с.

Угловая частота и период определяются соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Для переменного синусоидального напряжения u или для электродвижущей силы (ЭДС) ε можно записать закон их изменения в следующем виде:

$$\begin{aligned} u(t) &= U_{\max} \sin(\omega t + \varphi_u), \\ \varepsilon(t) &= E_{\max} \sin(\omega t + \varphi_\varepsilon), \end{aligned}$$

где $U_{\max}$, $E_{\max}$ — амплитудные значения ЭДС, В; φ_u , φ_ε — начальные фазы напряжения и ЭДС (при $t = 0$), рад.

Для гармонического переменного тока связь между действующими значениями тока I и напряжения U , амплитудными значениями переменного тока $I_{\max}$ и напряжения $U_{\max}$ следующая:

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}. \quad (1)$$

Линейные электрические цепи переменного тока

Электрическая цепь — это совокупность элементов, образующих пути для прохождения электрического тока. В общем случае она состоит:

- из источников электрической энергии (активные элементы электрической цепи) — генераторы переменного тока и напряжения;
- приемников электрической энергии (пассивные элементы) — резисторы, катушки индуктивности, конденсаторы и др.;
- измерительных приборов — амперметры, вольтметры, осциллографы и др.;
- соединительных проводов.

При расчете электрических цепей переменного тока можно использовать законы (закон Ома, правила Кирхгофа), применяемые для постоянного тока, если переменный ток можно считать квазистационарным.

Условие *квазистационарности* записывается как

$$\tau = \frac{l}{c} \ll T,$$

где τ — время распространения электромагнитного возмущения в контуре длиной l , с.

Для квазистационарного гармонического тока справедливы два **правила Кирхгофа**:

1) алгебраическая сумма токов узла — ноль (рис. 2): $\sum i = 0$ ($i_1 - i_2 + i_3 - i_4 = 0$);

2) сумма падений напряжения на отдельных элементах замкнутого контура электрической цепи и сумма ЭДС, действующих в этом контуре, одинаковы (рис. 3): $\sum \epsilon = \sum u$ ($\epsilon_1 - \epsilon_2 = u_1 + u_2$).

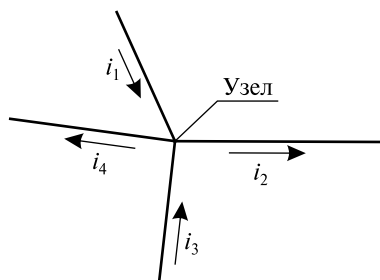


Рис. 2. Первое правило Кирхгофа

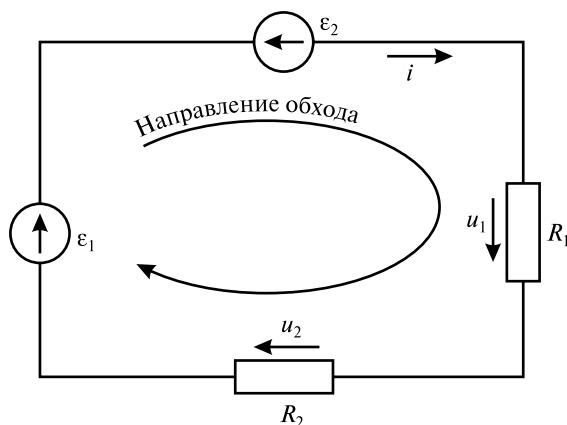


Рис. 3. Второе правило Кирхгофа

Любой пассивный элемент реальной электрической цепи обладает активным сопротивлением R , индуктивностью L катушки и емкостью C конденсатора. Обычно полагают, что линейные элементы электрической цепи являются постоянными и не зависят от действующих в цепи токов и напряжений. Такие электрические цепи, состоящие из линейных элементов, называют **линейными цепями** гармонического тока.

Закон Ома для последовательных R -, L -, C -электрических цепей гармонического тока

Рассмотрим мгновенные значения напряжений: u_R на резисторе R , u_L на индуктивности L , u_C на конденсаторе C , через которые протекает синусоидальный ток $i(t) = I_{\max} \sin(\omega t)$ (начальная фаза $\varphi_i = 0$).

На резисторе R по закону Ома для участка цепи (рис. 4, а) падение напряжения u_R можно записать как

$$u_R = iR = I_{\max} R \sin(\omega t) = U_{mR} \sin(\omega t), \quad (2)$$

где $U_{mR} = I_{\max} R$ – амплитудное значение напряжения u_R на резисторе, В; R – активное сопротивление резистора, Ом.

Следовательно, если участок цепи переменного тока обладает чисто активным сопротивлением R , то сдвига фаз между током i и напряжением u_R нет, т. е. изменения напряжения и тока по времени совпадают друг с другом (рис. 4, б).

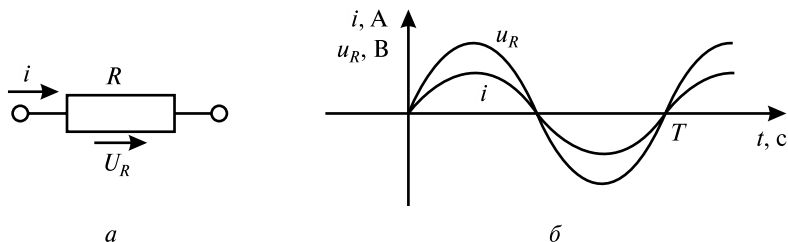


Рис. 4. Изменения напряжения и тока по времени R :
а – элемент электрической цепи; б – изменения напряжения
и тока по времени на активном сопротивлении

Напряжение на индуктивности u_L , равное с обратным знаком ЭДС самоиндукции ϵ , возбуждаемой при прохождении через индуктивность L переменного тока i , определяется (рис. 5, а) как

$$u_L = -\varepsilon_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} [I_{\max} \sin(\omega t)] = L \omega I_{\max} \cos(\omega t) = U_{mL} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (3)$$

где $U_{mL} = I_{\max} \omega L = I_{\max} X_L$ – амплитудное значение напряжения $u_L(t)$, В; $X_L = \omega L$ – реактивное сопротивление индуктивности, Ом.

Из выражения (2) видно, что ток i через катушку индуктивности отстает по фазе от напряжения u_L на $\pi/2$. Для переменного тока катушка обладает индуктивным сопротивлением X_L , которое зависит от частоты ω изменения тока i . Индуктивное сопротивление X_L называют реактивным сопротивлением, так как оно не вызывает расхода энергии переменного тока (расход энергии определяется активным сопротивлением R), а только ее перераспределение. Одну четверть периода катушка работает как потребитель – запасает энергию в магнитном поле $(0, \pi/2)$, а следующую четверть периода – как генератор – возвращает запасенную энергию полностью в цепь $(\pi/2, \pi)$ (рис. 5, б).

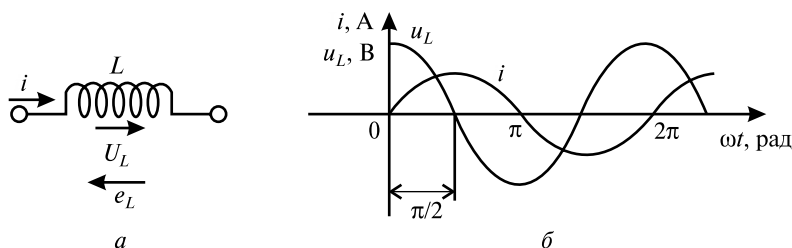


Рис. 5. Изменения напряжения и тока на индуктивности L :

a – элемент электрической цепи;

$б$ – изменения напряжения и тока

Ток смещения I через конденсатор C связан с изменением заряда dq на обкладках конденсатора: $i = \frac{dq}{dt}$, но так как $q = Cu_C$, то напряжение на конденсаторе u_C находят следующим образом (рис. 6, а):

$$\begin{aligned} u_C &= \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{C} \int I_{\max} \sin(\omega t) dt = \\ &= -\frac{1}{\omega C} I_{\max} \cos(\omega t) = U_{mC} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \end{aligned} \quad (4)$$

где $U_{mC} = \frac{I_{\max}}{\omega C} = I_{\max} X_C$ – амплитудное значение $u_C(t)$; $X_C = \frac{1}{\omega C}$ – реактивное сопротивление емкости, Ом.

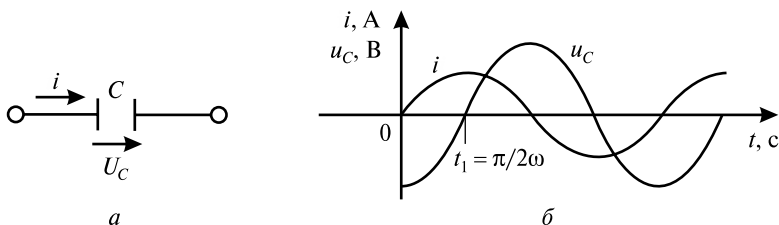


Рис. 6. Изменения напряжения и тока на конденсаторе C :
 a – элемент электрической цепи; b – изменения напряжения и тока

Из выражения (4) видно, что в конденсаторе напряжение u_C отстает от тока i по фазе на $\pi/2$ (рис. 6, б). Так же, как и катушка индуктивности, конденсатор для переменного тока обладает емкостным сопротивлением X_C , которое зависит от частоты ω и является реактивным сопротивлением.

Метод векторной диаграммы

Рассмотрим электрическую цепь из последовательно соединенных резистора R , конденсатора C , катушки индуктивности L и генератора переменного напряжения $\odot \rightarrow$ (рис. 7, а), в которой течет синусоидальный ток $i(t) = I_{\max} \sin(\omega t)$.

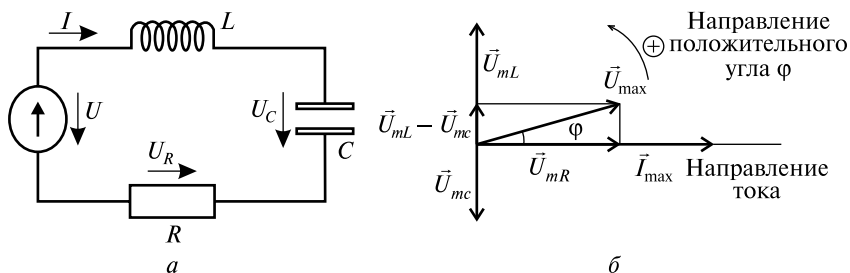


Рис. 7. Последовательные R -, L -, C -цепи:
 a – электрическая цепь с последовательным соединением;
 b – изменение параметров в эквивалентной цепи

По второму закону Кирхгофа

$$u_R + u_C + u_L = u. \quad (5)$$

Исследуем цепь методом векторной диаграммы, который состоит в следующем: переменные токи, напряжения и ЭДС изображаются в виде векторов, длины которых соответствует амплитудам этих величин.

Вектора изображаются неподвижными, но подразумевается, что они вращаются против часовой стрелки с частотой ω . При таком равномерном вращении вектора $\vec{I}_{\max}$ его проекция на вертикальную ось будет изменяться во времени по закону синуса, и если значения проекции для разных моментов времени перенести на временную диаграмму, то линия, соединяющая концы отрезков, будет синусоидой (рис. 8).

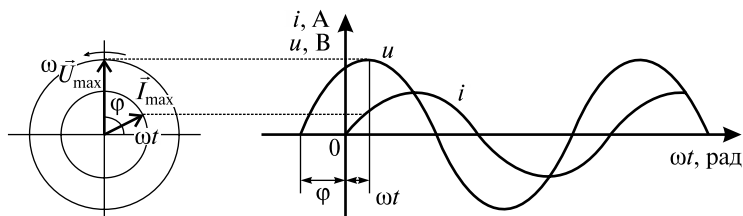


Рис. 8. Метод векторной диаграммы

В электрических цепях ток и напряжение обычно имеют одинаковую частоту ω , но могут быть сдвинуты по фазе относительно друг друга на угол φ , поэтому на диаграмме вектор тока $\vec{I}_{\max}$ и вектор напряжения $\vec{U}_{\max}$ изображаются в виде векторов, повернутых на угол φ относительно друг друга (см. рис. 8).

Изобразим векторную диаграмму напряжений и тока для последовательных R , L , C -цепей (см. рис. 7, б).

За основу построения диаграммы берется вектор, одинаковый для всех элементов цепи. Так, для последовательной цепи это будет вектор тока $\vec{I}_{\max}$. Таким образом, выбираем направление вектора тока $\vec{I}_{\max}$ горизонтально (см. рис. 7, б), отложим вдоль этого направления вектор напряжения $\vec{U}_{mR}$, по формуле (2) он находится в фазе с вектором $\vec{I}_{\max}$. Перпендикулярно ему с опережением отложим вектор $\vec{U}_{mL}$, по формуле (3) он опережает на $\pi/2$ вектор $\vec{I}_{\max}$, и перпендикулярно с отставанием — вектор $\vec{U}_{mC}$ (по формуле (4) он отстает на $\pi/2$ от $\vec{I}_{\max}$).

Векторная сумма $\vec{U}_{mR}$, $\vec{U}_{mL}$, $\vec{U}_{mC}$ (по второму правилу Кирхгофа), согласно равенству (5), дает вектор

$$\vec{U}_{\max} = \vec{U}_{mR} + \vec{U}_{mL} + \vec{U}_{mC}.$$

Из векторной диаграммы (см. рис. 8) видно, что вектор напряжения $\vec{U}_{\max}$ на зажимах генератора сдвинут по фазе на угол φ относительно вектора тока $\vec{I}_{\max}$, т. е. мгновенное значение напряжения на генераторе изменяется по закону

$$u(t) = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi),$$

где φ — сдвиг фаз между током в последовательной цепи и напряжением на зажимах генератора.

Найдем амплитудное значение напряжения на зажимах генератора. Из векторной диаграммы (см. рис. 7) следует, что

$$\begin{aligned} U_{\max} &= \sqrt{U_{mR}^2 + (U_{mL} - U_{mC})^2} = \\ &= \sqrt{(I_{\max} R)^2 + \left(I_{\max} \omega L - I_{\max} \frac{1}{\omega C} \right)^2} = I_{\max} \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}. \end{aligned}$$

Тогда **закон Ома** для последовательной цепи синусоидального тока для амплитудных значений тока и напряжения запишется как

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{U_{\max}}{Z}, \quad (6)$$

где $X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ — реактивное сопротивление последовательной цепи (при суммировании реактивных сопротивлений реактивное сопротивление индуктивности $X_L = \omega L$ берется со знаком «+», а реактивное сопротивление конденсатора $X_C = \frac{1}{\omega C}$ берется со знаком «-»). $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ — полное сопротивление последовательной цепи.

Из анализа выражения для полного сопротивления Z последовательной цепи видно, что оно не является алгебраической суммой активного R и реактивного сопротивления X цепи и так же, как и реактивное сопротивление, зависит от частоты гармонического тока ω в цепи.

Аналогично можно записать **закон Ома для действующих значений тока и напряжения**, так как из равенства (1) имеем $I_{\max} = \sqrt{2}I$, $U_{\max} = \sqrt{2}U$, то из равенства (6) получим

$$I = U/Z,$$

где I , U — действующее значение силы тока и напряжения соответственно.

Следует обратить внимание, что **закон Ома нельзя записать для мгновенных значений напряжения и тока**, т. е. u и i .

Сдвиг фаз φ между током и напряжением на зажимах генератора в последовательной цепи находится из выражения

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}. \quad (7)$$

Экспериментальная установка

Экспериментальная установка состоит из генератора электрических сигналов, ЭЛО, комбинированного прибора для измерения тока, напряжения и сопротивления, вольтметра и макета для сборки электрических цепей.

Порядок выполнения работы

1. Измерение емкости

1. Для определения емкости соберите цепь из вольтметра $\textcircled{V}$, измеряющего действующее значение напряжения U_C ; амперметра $\textcircled{A}$ – действующее значение тока I в цепи; конденсатора – емкость C , и резистора (сопротивление R); соединительных проводов, генератора гармонических сигналов $\textcircled{\rightarrow}$ (рис. 9).

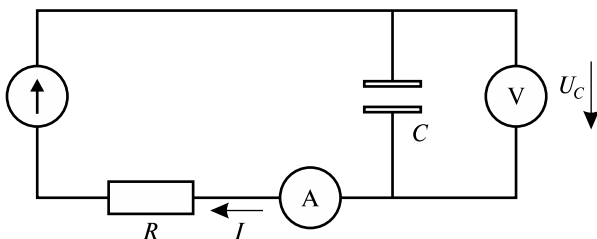


Рис. 9. Электрическая цепь с конденсатором

2. Генератором электрических колебаний установите частоту гармонического сигнала $f_i = 1000, 2000, 3000, 4000, 5000$ Гц ($i = 1, \dots, 5$). Измерьте напряжение U_C (по вольтметру) и ток I (по амперметру).

3. Рассчитайте реактивное сопротивление $X_C^{\text{эксп}}$ емкости C (на низких частотах активным сопротивлением высокочастотного конденсатора можно пренебречь). Согласно закону Ома для участка цепи имеем

$$X_C^{\text{эксп}} = \frac{U_C}{I}, \quad (8)$$

где U_C и I – действующие значения напряжения и тока соответственно, В и мА.

Результаты измерений и вычислений занесите в таблицу.

f , Гц	U_C , В	I , мА	$X_C^{\text{эксп}}$, Ом	C , Ф	$X_C^{\text{расч}}$, Ом
1000					
2000					
3000					
4000					
5000					

4. Зная, что реактивное сопротивление $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$, и подставляя X_C из равенства (8), получаем

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C^{\text{эксп}}} = \frac{I}{2\pi f U_C}.$$

5. Рассчитайте среднее значение емкости C для $N = 5$ измерений как

$$\langle C \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i.$$

6. Найдите расчетные значения реактивного сопротивления емкости $X_C^{\text{расч}}$ по среднему значению емкости $\langle C \rangle$ для всех частот выходного синусоидального сигнала f_i по формуле

$$X_C^{\text{расч}}(f_i) = \frac{1}{2\pi f_i \langle C \rangle}. \quad (9)$$

Постройте графики зависимости $X_C^{\text{эксп}}(f)$ и $X_C^{\text{расч}}(f)$. Примеры данных графиков для $\langle C \rangle = 230,9 \text{ нФ}$ представлены на рис. 10.

2. Измерение индуктивности

1. Для определения индуктивности соберите цепь из генератора гармонических сигналов ; вольтметра , измеряющего действующее значение напряжения U_L ; амперметра  — действующее значение тока в цепи I ; электрической схемы из резистора R и катушки — индуктивность L ; соединительных проводов (рис. 11).

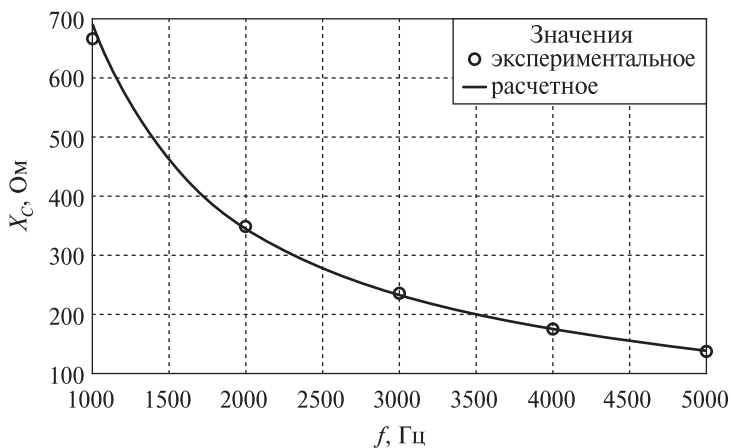


Рис. 10. Примеры графиков $X_C^{\text{эксп}}(f)$ и $X_C^{\text{расч}}(f)$

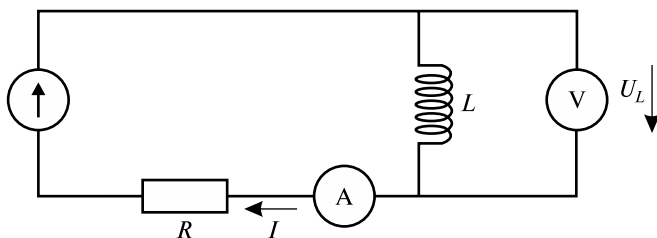


Рис. 11. Электрическая цепь с катушкой индуктивности

2. Генератором установите частоту гармонического сигнала $f_i = 1000, 2000, 3000, 4000, 5000$ Гц ($i = 1, \dots, 5$). Измерьте напряжение U_L (по вольтметру) и ток I (по амперметру).

3. Рассчитайте полное сопротивление $Z_L^{\text{эксп}}$ участка цепи с индуктивностью L из закона Ома для участка цепи как

$$Z_L^{\text{эксп}} = \frac{U_L}{I},$$

где U_L и I — действующие значения напряжения и тока соответственно. Результаты измерений и вычислений занесите в таблицу.

4. При необходимости измерьте универсальным прибором или рассчитайте активное сопротивление R резистора: $R = \frac{U_R}{I}$.

$f, \text{Гц}$	$R_L, \text{Ом}$	$U_L, \text{В}$	$I, \text{А}$	$Z_L^{\text{эксп}}, \text{Ом}$	$X_L^{\text{эксп}}, \text{Ом}$	$L, \text{Гн}$	$X_L^{\text{расч}}, \text{Ом}$
1000							
2000							
3000							
4000							
5000							

Поскольку полное сопротивление катушки индуктивности $Z_L^{\text{эксп}} = \sqrt{R_L^2 + (X_L^{\text{эксп}})^2} = \sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2}$, где R_L – активное сопротивление катушки индуктивности (измеряется универсальным прибором в режиме измерения сопротивления), то реактивное сопротивление катушки $X_L^{\text{эксп}}$ и индуктивность L участка цепи находят по формуле

$$X_L^{\text{эксп}} = \sqrt{(Z_L^{\text{эксп}})^2 - R_L^2},$$

$$L = \frac{X_L^{\text{эксп}}}{2\pi f}.$$

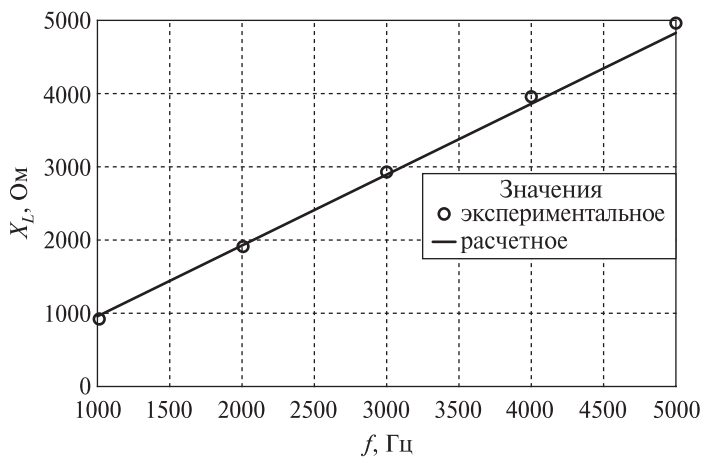


Рис. 12. Примеры графиков $X_L^{\text{эксп}}(f)$ и $X_L^{\text{расч}}(f)$

5. Рассчитайте среднее значение индуктивности L для $N = 5$ измерений как

$$\langle L \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_i.$$

6. Найдите расчетные значения реактивного сопротивления индуктивности $X_L^{\text{расч}}$ по среднему значению индуктивности L для всех частот выходного синусоидального сигнала f_i :

$$X_L^{\text{расч}}(f_i) = 2\pi f_i \langle L \rangle. \quad (10)$$

Постройте графики зависимости $X_L^{\text{эксп}}(f)$ и $X_L^{\text{расч}}(f)$. Примеры данных графиков для $\langle L \rangle = 153,7 \text{ мГн}$ и $R_L = 620 \text{ Ом}$ представлены на рис. 12.

3. Проверка закона Ома для последовательных R, L, C -цепей

1. Для проверки закона Ома для последовательной цепи соберите цепь из генератора гармонических сигналов $\rightarrow$; вольтметра V , измеряющего действующее значение напряжения U ; амперметра A – действующее значение тока в цепи I ; электрической схемы резистора R , конденсатора C , катушки L ; соединительных проводов (рис. 13).

2. Генератором установите частоту синусоидального сигнала $f_i = 1000, 2000, 3000, 4000, 5000 \text{ Гц}$ ($i = 1, \dots, 5$). Измерьте напряжение U и тока I .

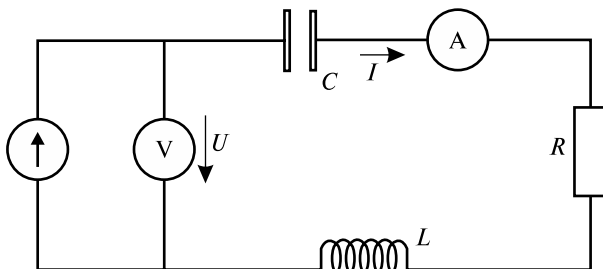


Рис. 13. Исследование последовательных R, L, C -цепей

3. Из закона Ома для последовательной цепи синусоидального тока рассчитайте экспериментальное значение полного сопротивления $Z^{\text{эксп}}$ собранной цепи по формуле

$$Z^{\text{эксп}} = \frac{U}{I}.$$

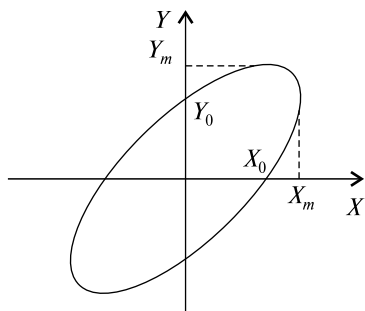
Результаты измерений и вычислений занесите в таблицу.

№	f , Гц	U , В	I , А	$X_C^{\text{расч}}$, Ом	$X_L^{\text{расч}}$, Ом	$Z^{\text{эксп}}$, Ом	$Z^{\text{расч}}$, Ом	$\varphi^{\text{эксп}}$, рад	$\varphi^{\text{расч}}$, рад
1	1000								
2	2000								
3	3000								
4	4000								
5	5000								

4. По вычисленным ранее значениям C , L , R , R_L и формулам для $X_C^{\text{расч}}$ (9) и $X_L^{\text{расч}}$ (10) рассчитайте значение полного сопротивления $Z^{\text{расч}}$ последовательной цепи по формуле

$$Z^{\text{расч}} = \sqrt{(R + R_L)^2 + (X_L^{\text{расч}} - X_C^{\text{расч}})^2}.$$

5. Для измерения экспериментального значения сдвига фаз между током I и напряжением U на вход Y осциллографа подают напряжение генератора U , на вход X — напряжение U_R на сопротивлении R , пропорциональное току в цепи I . На экране осциллографа можно наблюдать эллипс (рис. 14), по форме которого и найдите экспериментальное значение сдвига фаз $\varphi^{\text{эксп}}$ между током и напряжением:



$$\varphi^{\text{эксп}} = \arcsin \frac{X_0}{X_m} = \arcsin \frac{Y_0}{Y_m}.$$

Теоретическое значение сдвига фаз найдите по формуле (7):

$$\varphi^{\text{расч}} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}.$$

Рис. 14. Определение сдвига фаз между током и напряжением

6. Результаты измерений занесите в таблицу. Сравните значения $Z^{\text{эксп}}$,

$Z_{\text{расч}}$, $\varphi_{\text{эксп}}$, $\varphi_{\text{расч}}$ и на основании этого сделайте вывод о справедливости закона Ома для цепи переменного тока.

7. Постройте графики зависимости $Z_{\text{эксп}}(f)$, $Z_{\text{расч}}(f)$, $\varphi_{\text{эксп}}(f)$, $\varphi_{\text{расч}}(f)$. Примеры данных графиков для $C = 230,9 \text{ нФ}$, $L = 153,7 \text{ мГн}$, $R = 1000 \text{ Ом}$ и $R_L = 620 \text{ Ом}$ представлены на рис. 15, 16.

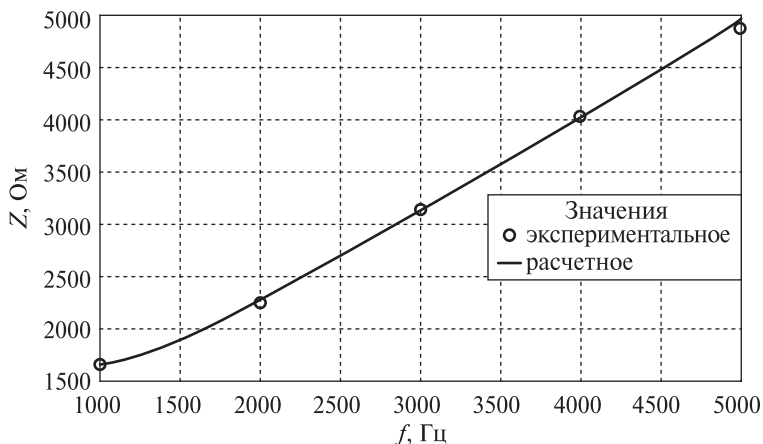


Рис. 15. Примеры графиков $Z_{\text{эксп}}$, $Z_{\text{расч}}$

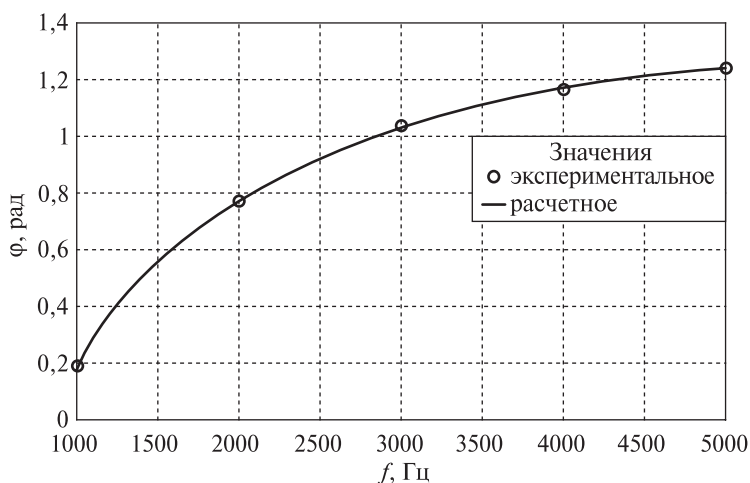


Рис. 16. Примеры графиков $\varphi_{\text{эксп}}$, $\varphi_{\text{расч}}$

8. Полученные экспериментально при выполнении лабораторной работы данные следует рассчитать и проанализировать с помощью компьютерной программы на языке программирования Python 3.8.1. Порядок установки программы приведен на с. 4–5.

9. Порядок выполнения отчета представлен на с. 5.

Контрольные вопросы

1. Назовите параметры, характеризующие переменный гармонический ток.
2. При каких условиях при расчете электрических цепей переменного тока могут быть использованы закон Ома и правила Кирхгофа?
3. Объясните метод векторной диаграммы, применяемый при расчете электрических цепей переменного тока.
4. Выведите при помощи метода векторной диаграммы закон Ома для параллельных R -, L -, C -цепей (омическим сопротивлением катушки индуктивности R_L и омическим сопротивлением диэлектрика конденсатора R_C пренебрегите).

Список литературы

Калашников, С. Г. Электричество / С. Г. Калашников. — 6-е. изд. — М. : Физматлит, 2003.

Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие : в 5 т. / Д. В. Сивухин. — 4-е изд. — М. : Физматлит, 2002–2005. — Т. 3 : Электричество. — 2004.

Сидоренко, А. В. Электричество и магнетизм / А. В. Сидоренко. — Минск : БГУ, 2017.

Ташлыкова-Бувич, И. И. Физика : учеб. пособие : в 2 ч. / И. И. Ташлыкова-Бувич. — 2-е изд. — Минск : Выш. шк., 2014. — Ч. 1 : Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм.

Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. — 11-е изд. — М. : Академия, 2006.

Электричество : Физический практикум / авт.-сост.: В. А. Саечников [и др.]. — Минск : БГУ, 2002.

Лабораторная работа 4

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Цель: исследовать процессы, происходящие в электрических цепях, содержащих R -, L -, C -элементы, при условии квазистационарности токов.

Теоретические сведения

Квазистационарными называются переменные токи, мгновенные значения которых во всех сечениях цепи практически одинаковы, а распространяемые в цепи электромагнитные возмущения имеют скорость, равную скорости света. К мгновенным значениям таких токов применяются закон Ома и вытекающие из него правила Кирхгофа.

Достаточным условием квазистационарности является

$$\frac{l}{c} \ll T,$$

где l — линейные размеры системы; T — период тока, с.

Рассмотрим электрическую цепь простейшего вида, состоящую из последовательно соединенных R -, L -, C -элементов и источника переменного напряжения $\varepsilon(t)$ (рис. 1).

Полагая, что токи в цепи квазистационарны, из закона Ома и правил Кирхгофа получаем

$$U_R + U_C + U_L = \varepsilon(t).$$

Учитывая, что $I = \frac{dq}{dt}$, $U_R = IR$,

$$U_L = -\varepsilon_{\text{самоинд}} = L \frac{dI}{dt}, \quad U_C = \frac{q}{C},$$

для электрической цепи при квазистационарном токе запишем дифференциальное уравнение вида

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = \varepsilon(t).$$

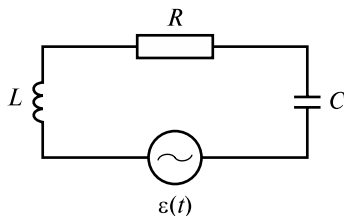


Рис. 1. Простейшая электрическая R -, L -, C -цепь

Типичными примерами квазистационарных процессов являются переходные процессы в R -, L -, C -цепях при включении и выключении в них постоянной э.д.с.

Переходные процессы в RC - и RL -цепях

Переходные процессы в электрических цепях возникают при включении или выключении э.д.с., а также при изменении одного или нескольких параметров цепи (рис. 2, 3).

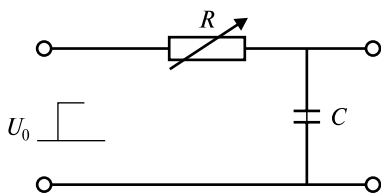


Рис. 2. Электрическая RC -цепь

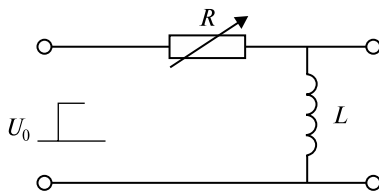


Рис. 3. Электрическая RL -цепь

Переходные процессы в электрических линейных цепях описываются линейными дифференциальными уравнениями, составленными согласно правилам Кирхгофа.

Рассмотрим переходные процессы в электрической цепи, изображенной на рис. 2.

При включении ***RC-цепи*** под постоянное напряжение $\epsilon(t) = U_0$ полагаем, что если $t = 0$, то $U_C = 0$ (конденсатор не заряжен). Исходя из 2-го правила Кирхгофа, имеем

$$U_R + U_C = U_0 \quad \text{или} \quad IR + U_C = U_0.$$

Подставляя $I = C \frac{dU_C}{dt}$, получаем выражение вида

$$RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = U_0.$$

Решение данного дифференциального уравнения 1-го порядка можно записать в виде

$$U_C = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_c}} \right), \quad (1)$$

где $\tau_c = RC$ — постоянная времени электрической цепи, равная промежутку времени, по истечении которого напряжение в цепи изменяется в $e = 2,7$ раз по сравнению с U_0 .

Ток заряда в RC -цепи при переходном процессе $\left(I_3 = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} \right)$ определяется как

$$I_3 = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau_c}}. \quad (2)$$

Напряжение на активном сопротивлении ($U_R = I_3 R$) находят как

$$U_R = U_0 e^{-\frac{t}{\tau_c}}. \quad (3)$$

Анализ полученных временных зависимостей $U_C(t)$ и $I_3(t)$ в RC -цепи во время переходного процесса показывает, что с течением времени напряжение на конденсаторе U_C возрастает, стремясь к U_0 (рис. 4), а ток убывает от значения, равного $\frac{U_0}{R}$, до нуля (рис. 5). При этом изменение напряжения на конденсаторе и тока в цепи при переходном режиме происходит тем быстрее, чем меньше постоянная времени цепи $\tau_c = RC$.

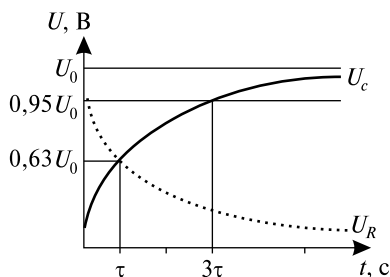


Рис. 4. Изменение напряжения на конденсаторе при заряде

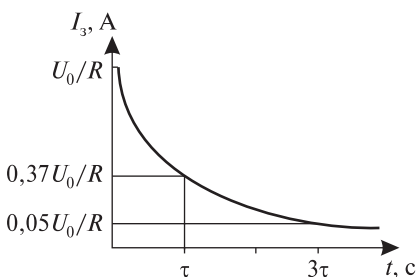


Рис. 5. Изменение тока в RC -цепи при заряде конденсатора

Короткое замыкание RC -цепи, т. е. разряд конденсатора C на активное сопротивление R , можно описать уравнением

$$U_R + U_C = 0,$$

где $U_R = I_p R$; $I_p = C \frac{dU_C}{dt}$.

Получим однородное дифференциальное уравнение 1-го порядка

$$RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0,$$

решение которого имеет вид

$$U_C = U_0 e^{-\frac{t}{\tau_c}}, \quad (4)$$

где $U_0 = U_C(0)$.

Для тока разряда можно записать

$$I_p = -\frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau_c}}, \quad (5)$$

а для напряжения U_R соответственно

$$U_R = -U_0 e^{-\frac{t}{\tau_c}}. \quad (6)$$

Временные зависимости для тока и напряжения во время переходного процесса представлены на рис. 6, 7, из которых видно, что напряжение U_C и ток I_p убывают по экспоненциальным законам в соответствии с постоянной времени $\tau_c = RC$.

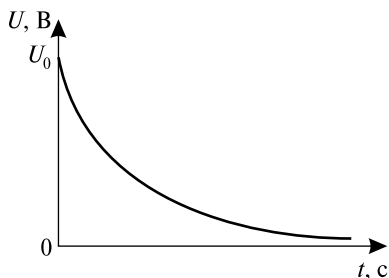


Рис. 6. Изменение напряжения на конденсаторе при разряде

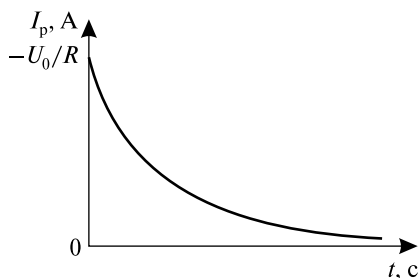


Рис. 7. Изменение тока в RC-цепи при разряде конденсатора

Рассмотрим **RL-цепь**, изображенную на рис. 3. При включении цепи под постоянное напряжение U_0 переходный процесс описывается уравнением

$$U_L + U_R = U_0,$$

где $U_R = I_3 R$; $U_L = L \frac{dI_3}{dt}$,

т. е.

$$L \frac{dI_3}{dt} + I_3 R = U_0.$$

Решением такого линейного дифференциального уравнения 1-го порядка является выражение типа

$$I_3 = \frac{U_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}} \right),$$

где $\tau_L = \frac{L}{R}$ – постоянная времени RL -цепи, равная промежутку времени, по истечении которого ток в цепи изменяется в $e = 2,7$ раз по сравнению со своим исходным значением I_0 .

Напряжение переходного процесса на индуктивности L можно записать в виде

$$U_L = U_0 e^{-\frac{t}{\tau_L}}.$$

На рис. 8, 9 представлены динамические характеристики напряжения U_R , U_L и тока в цепи при переходном процессе. Во время переходного процесса ток в цепи постепенно возрастает от нуля до $I_0 = \frac{U_0}{R}$, в это время напряжение на индуктивности убывает от $U_0 = U_L(0)$ до нуля.

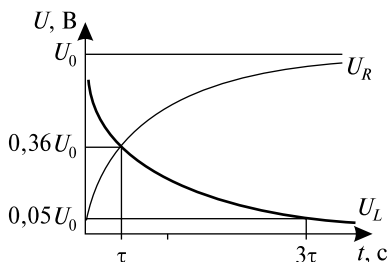


Рис. 8. Изменение напряжения на катушке и резисторе при подаче напряжения U_0

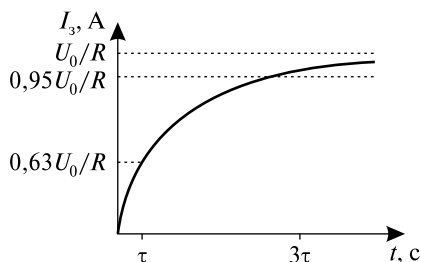


Рис. 9. Изменение тока в RL -цепи при подаче напряжения U_0

При коротком замыкании RL -цепи происходит разряд катушки индуктивности на активное сопротивление R .

Выполняются соотношения:

$$\begin{aligned} U_L + U_R &= 0, \\ L \frac{dI_p}{dt} + I_p R &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Решение уравнения (7) имеет вид

$$I_p = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau_L}}.$$

Соответственно,

$$U_L = -U_0 e^{-\frac{t}{\tau_L}},$$

$$U_R = U_0 e^{-\frac{t}{\tau_L}}.$$

Из анализа временных зависимостей тока и напряжений следует, что ток в RL -цепи уменьшается по экспоненциальному закону от $I_0 = \frac{U_0}{R}$ до нуля. Аналогично изменяется и U_L (рис. 10, 11).

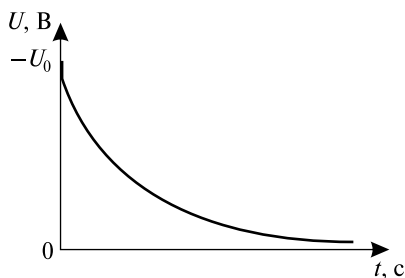


Рис. 10. Изменение напряжения на катушке при коротком замыкании RL -цепи

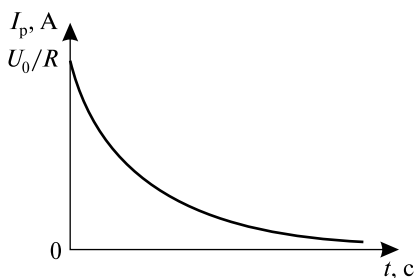


Рис. 11. Изменение тока в RL -цепи при коротком замыкании

Теоретически переходные процессы длятся неограниченно долго. Практически принято считать переходной процесс окончанным, если разность между изменяющейся величиной и ее предельным значением составляет 5 %. Например, из выражения (1) имеем

$$t = t_{\text{пер}}, U_C(t_{\text{пер}}) = 0,95U_0,$$

$$0,95U_0 = U_0(1 - e^{-\frac{t_{\text{пер}}}{\tau_c}}), e^{-\frac{t_{\text{пер}}}{\tau_c}} = 0,05;$$

$$t_{\text{пер}} \approx 3\tau,$$

где $t_{\text{пер}}$ — время переходного процесса.

Дифференцирующие и интегрирующие RC-цепи

Процессы заряда и разряда конденсатора аналогичны ситуации в цепи, когда на вход RC-цепи подается одиночный прямоугольный импульс длительностью $t_{\text{и}} \gg \tau_C$. Процессы, происходящие в такой электрической цепи (рис. 12, а) при подаче на ее вход в момент $t = 0$ идеального прямоугольного импульса напряжения амплитудой U_0 (рис. 12, б) от генератора с внутренним сопротивлением $R_r = 0$, иллюстрируются временными диаграммами на рис. 13.

С момента $t = t_1$ (положим $t_1 = 0$) начинается процесс заряда конденсатора, описываемый уравнениями (1)–(3) (см. рис. 13).

При $t = t_2 = t_{\text{и}}$ начинается разряд конденсатора через сопротивление R (см. рис. 13). Напряжения на конденсаторе и резисторе описываются уравнениями (4)–(6). При этом полярность напряжения на резисторе меняется на противоположную в соответствии с направлением тока разряда конденсатора (формула (5)). Следует заметить, что формы напряжений U_C , U_R существенно зависят от соотношения между постоянной времени цепи τ_C и длительностью импульса $t_{\text{и}} = t_2 - t_1$. На рис. 13 представлены следующие соотношения между τ_C и $t_{\text{и}}$:

$$1 - \frac{\tau_C}{t_{\text{и}}} = 1; \quad 2 - \frac{\tau_C}{t_{\text{и}}} \gg 1; \quad 3 - \frac{\tau_C}{t_{\text{и}}} \ll 1.$$

Если $\frac{\tau_C}{t_{\text{и}}} \gg 1$, то конденсатор за время действия импульса почти не заряжается и напряжение на резисторе R практически повторяет по форме и амплитуде импульс на входе. В течение действия импульса в электрическом поле конденсатора накапливается незначительное количество энергии, поэтому после окончания действия импульса ($t = t_2$) в цепи практически не возникает переходный процесс. Такая RC-цепь называется **переходной (разделительной)**.

При $\tau_C = t_{\text{и}}$ конденсатор успевает зарядиться до $U_C(t) = U_C(\tau_C) = 0,63U_0$, $U_R(t) = U_R(\tau_C) = 0,37U_0$. После окончания действия импульса в цепи возникает переходный процесс, обусловленный рассеянием энергии, запасенной в конденсаторе. В цепи появляется разрядный ток, направление которого противоположно направлению зарядного тока.

При $\frac{\tau_C}{t_{\text{и}}} \ll 1$ конденсатор успевает зарядиться уже в начале импульса ($U_C = U_0$). На сопротивлении появляется короткий импульс положительной полярности, обусловленный протеканием зарядного тока. В момент окончания входного импульса ($t = t_2$) в цепи возникает ток разряда конденсатора и на резисторе появляется отрицательный импульс (рис. 13, б).

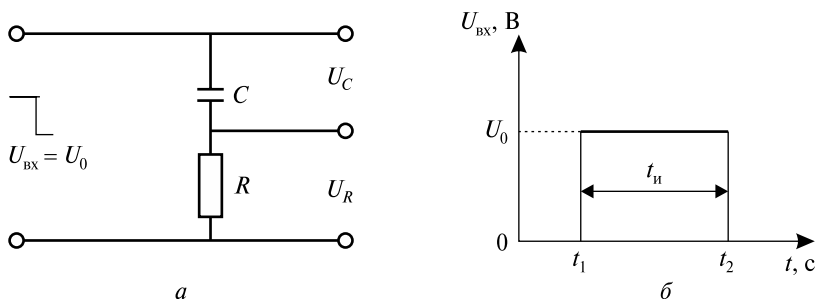


Рис. 12. Подача на вход RC -цепи прямоугольного импульса напряжения:
 а – электрическая схема; б – график изменения напряжения

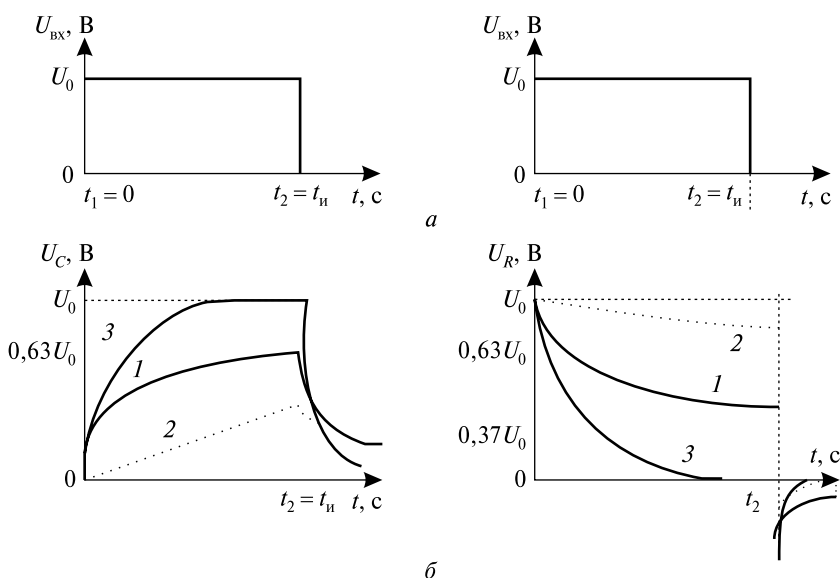


Рис. 13. Процессы, происходящие в RC -цепи,
 при подаче на вход прямоугольного импульса напряжения:
 а – график напряжения на входе;
 б – график изменения напряжения при разрядке конденсатора

Выходным элементом RC -цепи может быть как конденсатор C (рис. 14, а), так и резистор R (рис. 14, б). Как следует из приведенных выше временных диаграмм $U_C(t)$, $U_R(t)$, форма выходного сигнала будет зависеть от соотношения между длительностью импульса $t_{и}$ и постоянной времени τ_C .

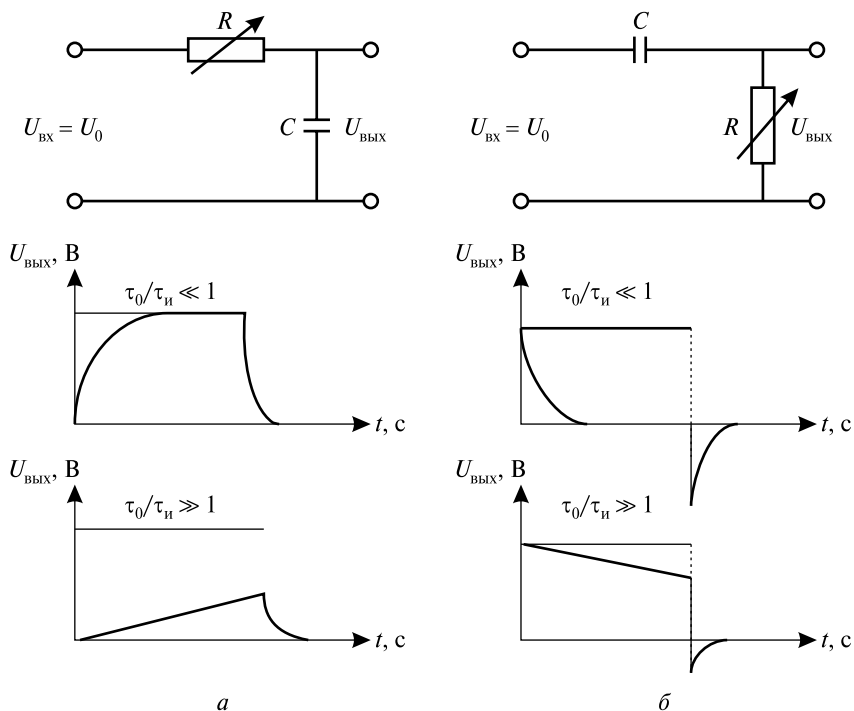


Рис. 14. Временные диаграммы выходного напряжения:
а – на конденсаторе; *б* – на резисторе

Рассмотрим цепь, изображенную на рис. 14, *а*, т. е. с емкостным выходом:

$$U_R(t) = I(t)R = U_{\text{ВХ}}(t) - U_C(t).$$

Поскольку $U_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{1}{C} \int I(t) dt = \frac{1}{C} \int \frac{U_{\text{ВХ}}(t) - U_C(t)}{R} dt$, и если $U_C(t) \ll U_{\text{ВХ}}(t)$, то

$$U_C(t) = \frac{1}{RC} \int U_{\text{ВХ}}(t) dt,$$

т. е. выходное напряжение пропорционально интегралу от входного, поэтому RC -цепь с емкостным выходом $\left(\frac{\tau_C}{\tau_{\text{и}}} \gg 1\right)$ называется **интегрирующей**.

Рассмотрим RC -цепь, изображенную на рис. 14, б, т. е. с резистивным выходом:

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{dU_C(t)}{dt},$$

где $q(t)$ – заряд на конденсаторе, Кл.

Напряжение на резисторе

$$U_R(t) = I(t)R = RC \frac{dU_C}{dt} = RC \frac{d[U_{\text{вх}}(t) - U_R(t)]}{dt},$$

так как $U_C(t) + U_R(t) = U_{\text{вх}}(t)$.

Если $U_R(t) \ll U_{\text{вх}}(t)$, то $U_R(t) = RC \frac{dU_{\text{вх}}}{dt}$, т. е. выходное напряжение пропорционально производной входного. Такую RC -цепь называют **дифференцирующей (укорачивающей)**. Обычно длительность выходных (укороченных) импульсов такой RC -цепи определяют на уровне $0,5U_0$, т. е.

$$0,5U_0 = U_0 e^{-\frac{t_{\text{и}}}{\tau_C}}. \quad (8)$$

В результате имеем $\ln 0,5 = -\frac{t_{\text{и}}}{\tau_C}$, или $t_{\text{и}} = 0,7\tau_C$.

Выражение (8) может быть использовано для экспериментального определения $\tau_C = RC$.

Экспериментальная установка

Экспериментальные исследования проводят на макете монтажной платы, на которой размещаются батарея конденсаторов с электроемкостями C_1, C_2, C_3 и т. д., катушка с индуктивностью L и активным сопротивлением R_L (рис. 15).

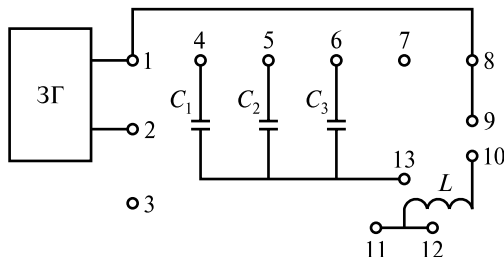


Рис. 15. Схема макета монтажной платы

Исследуемые RLC -цепи состояются из отдельных элементов, расположенных на макете.

Генератор обеспечивает сигналы в виде прямоугольных импульсов амплитудой $U_0 = 1\text{--}10\text{ В}$ различной длительности. Для наблюдения формы тока и напряжения используется ЭЛО.

Порядок выполнения работы

1. Определение периода прямоугольных импульсов генератора

С выхода звукового генератора ЗГ (генератора прямоугольных импульсов) подается сигнал на вход У осциллографа (рис. 16).

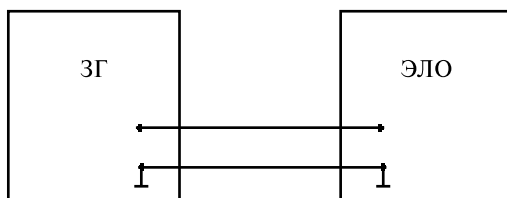


Рис. 16. Схема подачи сигнала
ЗГ на ЭЛО

При минимальной синхронизации на экране получают 1–2 периода прямоугольного сигнала в режиме непрерывной развертки. Определите период сигнала T , длительность импульса $t_{\text{и}}$, скважность $Q = \frac{T}{t_{\text{и}}}$, используя калибровку развертки ЭЛО.

Повторяйте определение параметров прямоугольных импульсов для трех значений $t_{\text{и}}$. Результаты занесите в таблицу.

№	T , мкс	$t_{\text{и}}$, мкс	Q
1			
2			
3			

2. Изучение процесса заряда катушки индуктивности через сопротивление

1. Соберите по схеме электрическую цепь, состоящую из генератора прямоугольных импульсов ЗГ, катушки индуктивности L , проводника сопротивлением R (рис. 17). Сопротивление проводника R подберите так, чтобы на экране ЭЛО наблюдалась картина изменения напряжения $U_R(t)$.

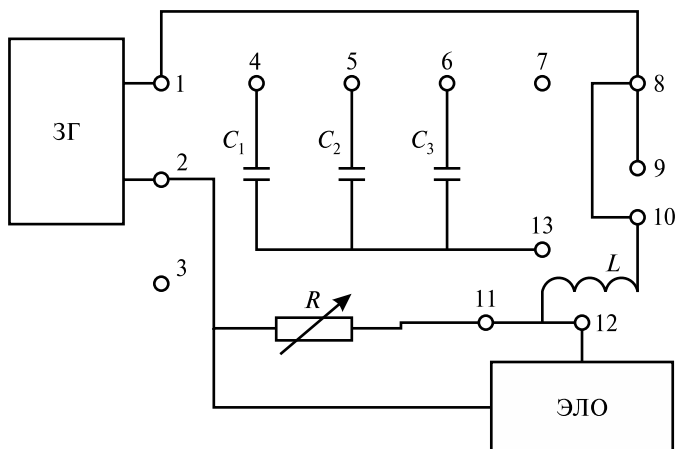


Рис. 17. Схема электрической цепи для изучения процесса заряда катушки индуктивности через сопротивление

2. Рассчитайте τ_L цепи, используя оценки $U_R(\tau_L) \approx U_0(1 - e^{-1}) \approx 0,63 U_0$.
3. Изменяйте сопротивление R (устанавливайте R_1, R_2, R_3), зарисуйте полученные осциллограммы. Результаты занесите в таблицу.

№	R , Ом	τ_L , с
1	R_1	
2	R_2	
3	R_3	

Примеры графиков зависимости, которые можно наблюдать на ЭЛО для $L = 100$ мГн, $R_L = 15$ Ом, $R_1 = 200$ Ом, $R_2 = 600$ Ом, $R_3 = 1000$ Ом ($T = 1$ мс; $t_{\text{и}} = 0,5$ мс; $U_0 = 4$ В), представлены на рис. 18.

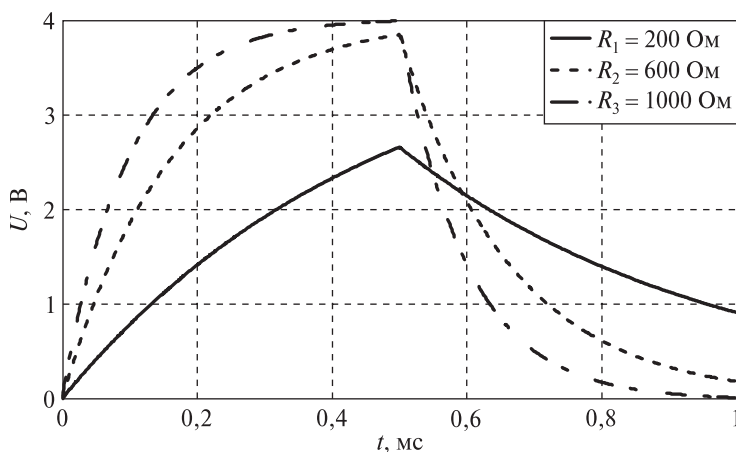


Рис. 18. Примеры графиков зависимости $U_R(t)$

3. Изучение процесса заряда конденсатора через сопротивление

1. Соберите по схеме электрическую цепь, состоящую из генератора прямоугольных импульсов ЗГ, конденсатора емкости C , проводника сопротивлением R (рис. 19). Сопротивления проводника R_1 , R_2 , R_3 подбираются из диапазона изменения τ_C :

$$\tau_C = RC = (0,1 - 0,5) \cdot \frac{T_0}{2}, \quad (9)$$

где T_0 — период сигнала, с.

2. Определите значение R по формуле (9). На экране ЭЛО в режиме непрерывной развертки получите картину изменения напряжения U_C при заряде конденсатора. Зарисуйте ее в тетради.

3. Аналогичные расчеты проведите с конденсаторами C_2 и C_3 . Сравните полученные картины. Изменяйте сопротивление R (в сторону увеличения), зарисуйте полученные осциллограммы. Результаты занесите в таблицу.

№	C , мкФ	R , Ом	τ_C , с
1	C_1	R_1	
2	C_2	R_2	
3	C_3	R_3	

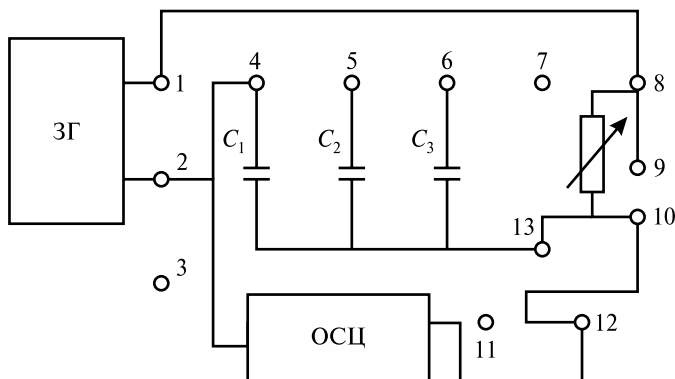


Рис. 19. Схема электрической цепи для изучения процесса заряда конденсатора через сопротивление

Примеры графиков зависимости, которые можно наблюдать на ЭЛЮ для $C = 0,25 \text{ мкФ}$, $R_1 = 200 \text{ Ом}$, $R_2 = 600 \text{ Ом}$, $R_3 = 1000 \text{ Ом}$ ($T = 1 \text{ мс}$; $t_{\text{и}} = 0,5 \text{ мс}$; $U_0 = 4 \text{ В}$), представлены на рис. 20.

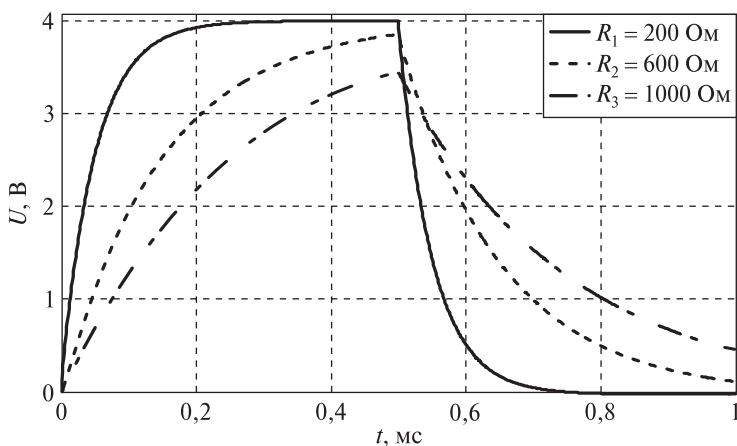


Рис. 20. Примеры графиков зависимости $U_C(t)$

4. Изучение работы интегрирующей цепи

1. Соберите электрическую цепь по схеме, состоящую из генератора прямоугольных импульсов ЗГ, конденсатора электроемкости C , проводника сопротивлением R (см. рис. 19).

Интегрирующая цепь удовлетворительна, если постоянная $\tau_C = RC$ приблизительно равна или больше периода сигнала T_0 , т. е. $\tau_C = RC \geq T_0$.

Сопротивление R подбирают, исходя из соотношения $R \approx \frac{T_0}{C}$.

2. Зарисуйте получаемые на экране осциллографа зависимости $U_{\text{вх}}(t)$, $U_{\text{вых}}(t) = \int U_{\text{вх}}(t) dt$.

Примеры зависимостей, которые можно наблюдать на ЭЛО для $C = 0,25 \text{ мкФ}$, $R_1 = 4000 \text{ Ом}$ ($\tau_{C1} = 1 \text{ мс}$), $R_2 = 8000 \text{ Ом}$ ($\tau_{C2} = 2 \text{ мс}$) ($T = 1 \text{ мс}$; $t_{\text{и}} = 0,5 \text{ мс}$; $U_0 = 4 \text{ В}$), представлены на рис. 21.

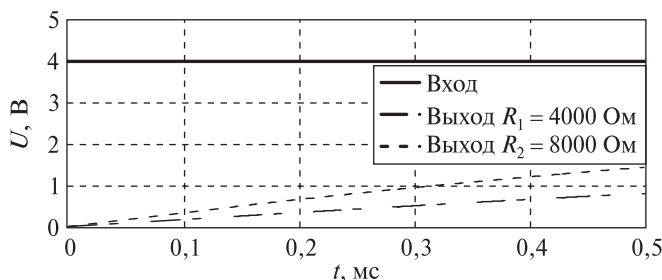


Рис. 21. Примеры графиков зависимости $U_{\text{вх}}(t)$, $U_{\text{вых}}(t)$

5. Изучение работы дифференцирующей цепи

1. Соберите электрическую цепь по схеме, состоящую из генератора прямоугольных импульсов ЗГ, конденсатора емкости C , проводника сопротивлением R (рис. 22).

Для дифференцирования входного сигнала в виде прямоугольного импульса необходимо выполнение условия $t_{\text{ф}} \gg RC = \tau_C$, где $t_{\text{ф}}$ — длительность фронта импульса. Обычно ограничиваются условием $\tau_C = RC \approx (0,01 - 0,02) T_0$.

На экране ЭЛО наблюдайте график зависимости $U_R(t)$. Результаты занесите в таблицу.

№	C , мкФ	R , Ом	τ_C , с
1	C_2	R_1	
2	C_3	R_2	

2. Измените сопротивление R_1 (увеличивайте) и зарисуйте графики

$$U_{\text{вх}}(t), U_{\text{вых}}(t) = \frac{dU_{\text{вх}}(t)}{dt}.$$

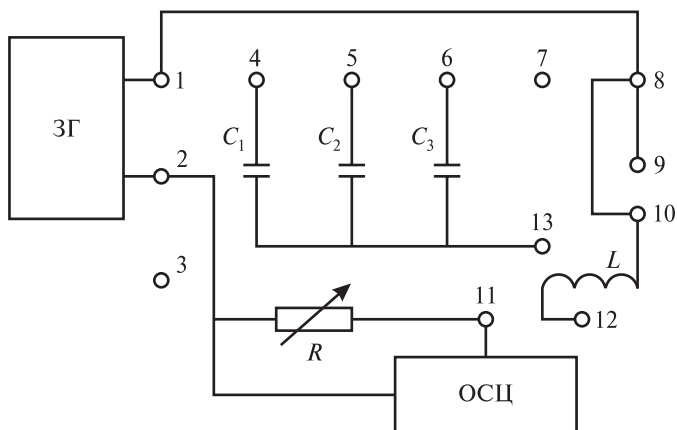


Рис. 22. Схема дифференцирующей цепи

Примеры графиков зависимостей, которые можно наблюдать на осциллографе для $C = 0,25 \text{ мкФ}$, $R_1 = 40 \text{ Ом}$ ($\tau_{C_1} = 10 \text{ мкс}$), $R_2 = 80 \text{ Ом}$ ($\tau_{C_2} = 20 \text{ мкс}$) ($T = 1 \text{ мс}$, $t_{\text{и}} = 0,5 \text{ мс}$, $U_0 = 4 \text{ В}$), представлены на рис. 23.

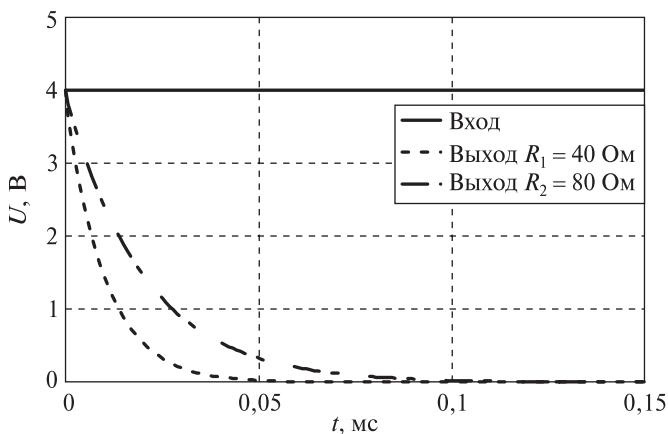


Рис. 23. Примеры графиков зависимости $U_{\text{вх}}(t)$, $U_{\text{вых}}(t)$

3. Полученные экспериментально при выполнении лабораторной работы данные следует рассчитать и проанализировать с помощью компьютерной программы на языке программирования Python 3.8.1. Порядок установки программы приведен на с. 4–5.

4. Порядок выполнения отчета представлен на с. 5.

Контрольные вопросы

1. Какие токи называются квазистационарными?
2. В чем состоит физический смысл постоянной времени τ ?
3. Назовите принцип работы дифференцирующей цепи.
4. В чем заключается принцип работы интегрирующей цепи?
5. Перечислите переходные процессы в RC -цепях.

Список литературы

Сидоренко, А. В. Электричество и магнетизм / А. В. Сидоренко. — Минск : БГУ, 2017.

Ташлыкова-Бувич, И. И. Физика : учеб. пособие : в 2 ч. / И. И. Ташлыкова-Бувич. — 2-е изд. — Минск : Выш. шк., 2014. — Ч. 1 : Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм.

Электричество : Физический практикум / авт.-сост.: В. А. Саечников [и др.]. — Минск : БГУ, 2002.

Лабораторная работа 5

ЗАВИСИМОСТЬ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Цель: изучить характер зависимости сопротивления металлов и полупроводников от температуры; определить температурный коэффициент сопротивления металла и энергию активации проводимости полупроводника.

Теоретические сведения

Характеристика металлов, полупроводников, диэлектриков

Удельное сопротивление ρ различных металлов при комнатной температуре имеет значение в пределах $10^{-8} - 10^{-6}$ Ом $\cdot$ м. Твердые вещества с большим значением ρ ($10^{10} - 10^{20}$ Ом $\cdot$ м) являются **диэлектриками (изоляторами)**, вещества с промежуточными значениями ρ ($10^{-4} - 10^{10}$ Ом $\cdot$ м) — **полупроводниками**. Это ряд химических элементов (кремний, германий, селен, фосфор, мышьяк, теллур, йод и др.), большое количество различных соединений и сплавов, некоторые из органических веществ (воск).

С повышением температуры удельное сопротивление металлов увеличивается, а полупроводников — уменьшается. При высоких температурах полупроводники по электропроводности приближаются к металлам, а при очень низких температурах они становятся изоляторами. Объясняется такая зависимость тем, что в металлах концентрация носителей тока (электронов проводимости) с изменением температуры практически не меняется, а в полупроводниках с ростом температуры концентрация носителей заряда увеличивается.

Такое различие между металлами и полупроводниками обусловлено разной *энергией связи* валентных электронов с ядром атома. В атомах металлов эта связь слабая. Взаимодействие между соседними атомами при образовании кристаллической решетки приводит к отрыву валентных электронов от своих атомов. Эти электроны становятся свободными. В атомах полупроводников связь валентных электронов с атомами значительно сильнее. Для того чтобы оторвать электрон

от атома и превратить его в электрон проводимости, требуется сообщить атому некоторую энергию ΔE (*энергию ионизации*). Тепловая ионизация происходит за счет энергии колебаний атомов в решетке. Возможна также ионизация путем бомбардировки полупроводника потоком быстрых частиц, облучения электромагнитными волнами и т. д. Значение ΔE для разных полупроводников лежит в пределах от 0,1 до 2 эВ ($1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$). Вещества с энергией ионизации, большей 2 эВ, условно относят к изоляторам. В изоляторах носителями тока являются электроны и ионы.

При комнатных температурах средняя кинетическая энергия теплового движения атома имеет порядок $kT = (1,38 \cdot 10^{-23}) \cdot 300 \text{ Дж} \approx 10^{-21} \text{ Дж}$, т. е. заметно меньше энергии ионизации ΔE .

Энергетические зоны

В одном изолированном атоме валентный электрон может иметь определенные дискретные значения энергии (E_1 , E_2 и т. д.). Структура таких энергетических уровней схематически представлена на рис. 1, а. Уровень с наименьшей энергией E_1 называется **основным**, или невозбужденным, остальные — **возбужденными**.

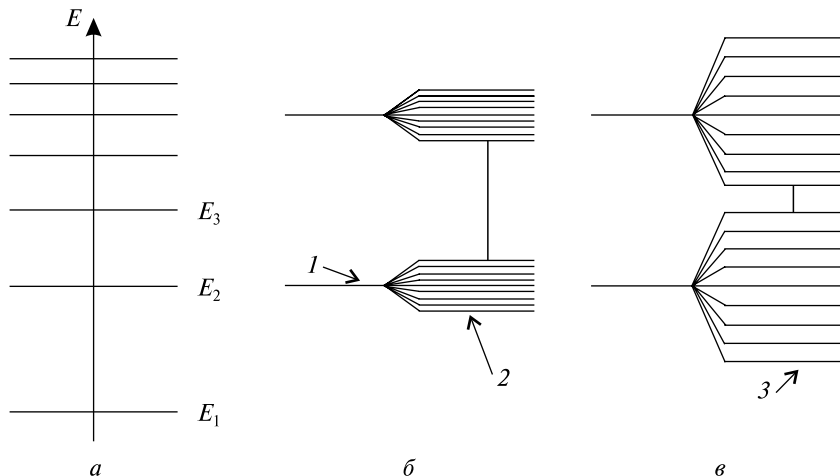


Рис. 1. Энергетическая диаграмма уровней в атоме (а), полупроводнике (б), металле (в):
1 — уровень в атоме; 2 — зона в полупроводнике;
3 — зона в металле

Предположим, что N одинаковых атомов, из которых состоит решетка твердого тела, удалены настолько далеко, что их взаимодействием можно пренебречь. Тогда энергетические уровни валентного электрона в каждом из N невзаимодействующих атомов одинаковы (рис. 1, *а*), каждый уровень в системе повторен N раз. При сближении атомов до образования кристаллической решетки вследствие их взаимодействия каждый N -кратный уровень расщепится на N простых уровней, совокупность которых образует **энергетическую зону** (рис. 1, *б, в*). Возможны случаи, когда некоторые энергетические уровни в зоне будут совпадать (**вырожденные уровни**). Тогда количество уровней в зоне будет меньше, чем N .

Ширина зоны определяется величиной энергии связи между атомами и не зависит от числа атомов в кристалле. Поскольку N очень велико, то различия в энергиях между соседними уровнями в одной зоне крайне малы. В таком случае для перевода электрона с одного энергетического уровня на другой, соседний, требуется ничтожно малая энергия.

Электропроводность металлов, полупроводников, диэлектриков

Электропроводность кристалла зависит от распределения электронов по энергетическим уровням. Количество электронов в кристалле с одним и тем же значением энергии ограничено, т. е. ограничена вместимость каждого энергетического уровня и каждой зоны. Это связано с запретом Паули, согласно которому в квантовой системе (атоме, молекуле, кристалле) не может быть двух и более электронов в одном и том же квантовом состоянии. Именно поэтому последняя из занятых электронами зон — основная, или **валентная**, — может оказаться полностью заполненной. Если при этом свободные квантовые состояния следующей зоны — зоны **проводимости** — удалены на значительный интервал энергии ΔE , то создание в таком кристалле электрического поля не вызовет направленного движения электронов, т. е. электрического тока.

Движение электрона в квантовой механике означает его переход из одного квантового состояния в другое. Это возможно только тогда, когда конечное состояние свободно (не занято другим электроном (запрет Паули)). В рассмотренном случае все квантовые состояния валентной зоны заняты, а для переброса электронов в зону проводимости энергии электрического поля недостаточно.

В металлах только часть уровней основной зоны заполнена электронами, а остальные уровни энергии свободны. В электрическом поле на свободные уровни возможны квантовые переходы электронов.

В полупроводниках и диэлектриках при низких температурах (вблизи абсолютного нуля) валентная зона полностью заполнена электронами, а зона проводимости полностью свободна. При повышении температуры электроны, обмениваясь энергией с атомами кристаллической решетки, могут получить дополнительную кинетическую энергию. При небольшой ширине запрещенной зоны этой энергии достаточно для перевода части электронов из валентной зоны в зону проводимости, что приводит к освобождению квантовых состояний в валентной зоне.

Электроны в валентной зоне могут совершать квантовые переходы из своих состояний в незаполненные. Прежнее заполненное состояние при этом освобождается — образуются *дырки*, в которые переходит другой электрон, и т. д. Этим переходам электронов эквивалентно движение положительных дырок в обратном направлении. В электрическом поле движение дырок будет направленным, что и обеспечивает электрический ток. Рассмотренная проводимость полупроводников обусловлена электронами в зоне проводимости и дырками в валентной зоне, т. е. является *электронно-дырочной*. Эта электропроводность не связана с наличием примесей в полупроводнике, ее называют *собственной*.

Добавление к чистым полупроводникам ничтожного количества (10^{-4} – 10^{-5}) некоторых примесей чрезвычайно сильно (в 10^3 – 10^5 раз) увеличивает их *примесную* электропроводность из-за появления в запрещенной зоне дополнительных энергетических уровней — примеси ΔE_1 или ΔE_2 (рис. 2). Если примесные уровни расположены близко к зоне проводимости, т. е. интервал энергии ΔE_1 мал, то электроны с таких уровней переходят в зону проводимости, что и обеспечивает *примесную электронную* проводимость (рис. 2, а).

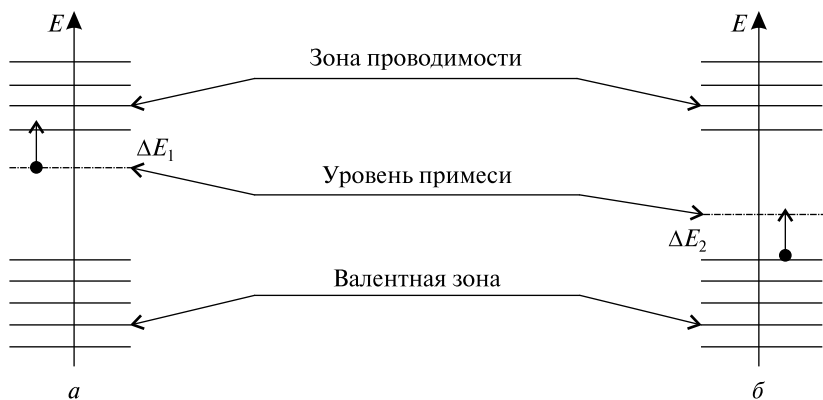


Рис. 2. Энергетическая диаграмма уровней в примесном полупроводнике с донорной (а) и акцепторной (б) примесью

Примеси, отдающие электроны, называются **донорными**. Полупроводники с донорной примесью называют электронными, или полупроводниками *n*-типа (*negative* — отрицательный). Это атомы элементов более высокой валентности, чем полупроводник, например атомы пятивалентного мышьяка в кристалле четырехвалентного кремния.

Если уровни примеси расположены близко к валентной зоне, т. е. мала энергия ΔE_2 , то электроны из валентной зоны переходят на примесные уровни (рис. 2, б). Это приводит к образованию дырок в валентной зоне и к *дырочной примесной* проводимости. Примеси, захватывающие электроны, называют **акцепторными**, а полупроводники — дырочными или полупроводниками *p*-типа (*positive* — положительный).

Модель Друде – Лоренца для электропроводности твердых тел

П. Друде и Х. А. Лоренц рассматривали электропроводность твердых тел на основе модели идеального электронного газа. Электронам приписываются свойства не взаимодействующих между собой частиц, не имеющих объема и хаотически перемещающихся по кристаллу в тепловом движении. В отсутствие внешних полей направленного движения электронов нет. Электронный газ находится в термодинамическом равновесии с решеткой из-за соударений электронов с ионами (примесей и основных атомов решетки).

В электрическом поле на тепловое движение электронов накладывается направленное движение — дрейф, с которым связан перенос электрического заряда. По определению (первый закон Фика) плотность тока численно равна заряду, перенесенному в единицу времени через единицу площади по нормали к ней. Через площадку пройдут все электроны, находящиеся в цилиндрическом объеме с единичным основанием и высотой, равной средней скорости дрейфа $|\vec{v}_d|$. Перенесенный при этом заряд равен $-e \cdot |\vec{v}_d|$, где $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл — модуль заряда электрона. Плотность электрического тока равна

$$\vec{j} = -en\vec{v}_d. \quad (1)$$

В электрическом поле $\vec{E}$ в вакууме на электрон действует сила $\vec{F} = -e\vec{E}$. Согласно второму закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$, где $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг — масса электрона, $\vec{a}$ — ускорение. Следовательно, $m\vec{a} = -e\vec{E}$, т. е.

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E}.$$

При перемещении по кристаллу электрон сталкивается с атомами решетки, изменяя направление движения и величину кинетической энергии. Влияние соударений на скорость электронов учитывают, вводя силу сопротивления (тормозящую электрон), которая пропорциональна массе и скорости электрона $\vec{F}_{\text{тр}} = -\frac{m\vec{v}}{\tau}$. Коэффициент пропорциональности τ имеет размерность времени.

Таким образом, уравнение движения электрона в кристалле при приложении электрического поля имеет вид

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - \frac{m\vec{v}}{\tau}$$

и является неоднородным дифференциальным уравнением 1-й степени.

Найдем сначала решение однородного уравнения:

$$\vec{v}(t) = \vec{C} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Общее решение неоднородного уравнения получим, прибавляя к решению однородного уравнения частное решение неоднородного:

$$\vec{v}_1 = -\frac{e\tau\vec{E}}{m},$$

т. е. общее решение будет иметь вид

$$\vec{v}(t) = \vec{C} e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{e\tau\vec{E}}{m}.$$

Начальное условие имеет вид $\vec{v}(0) = \vec{0}$, из которого определяем $\vec{C}$:

$$\vec{C} = \frac{e\tau\vec{E}}{m}.$$

Следовательно,

$$\vec{v}(t) = -\frac{e\tau\vec{E}}{m} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right).$$

Оценим величину τ . Из закона Ома $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ и выражения (1) можно записать

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = -en\vec{v}_d = en \frac{e\tau\vec{E}}{m}, \quad (2)$$

где σ — проводимость; n — заряд.

Отсюда

$$\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m}. \quad (3)$$

Если подставить в выражение (3) значения σ , e , n , m для металла, получим $\tau \approx 10^{-13}$ с. Величина τ есть время релаксации проводимости при включении и выключении электрического поля. Исходя из выражения (2), вводят дрейфовую подвижность электронов μ_d :

$$\mu_d = \frac{\bar{v}_d}{\bar{E}} = \frac{e\tau}{m}, \quad (4)$$

которая численно равна дрейфовой скорости электронов в электрическом поле единичной напряженности. Из выражении (4) следует, что

$$\text{размерность } [\mu_d] = \left[\frac{\text{см}^2}{\text{В} \cdot \text{с}} \right].$$

Для характеристики процесса рассеяния электронов вводят величины: время свободного пробега τ_c как среднее время движения электрона между двумя соударениями; длину свободного пробега λ как средний путь, проходимый электронами между соударениями.

Из основных формул кинематики связь между τ_c и λ представлена соотношением

$$\tau_c = \frac{\lambda}{|\bar{v}_d - \bar{v}_t|}, \text{ т. е. } \sigma = \frac{e^2 n}{m} \frac{\lambda}{|\bar{v}_t|}, \quad (5)$$

где $\bar{v}_t$ и $\bar{v}_d$ — скорости хаотического и направленного движения электрона соответственно ($\bar{v}_t \gg \bar{v}_d$).

Из выражения (3) следует, что $\sigma \sim T^{\frac{1}{2}}$ (для металлов), в то же время из опытных данных известно, что $R \sim T$. Для того чтобы получить $\tau(T)$, совпадающую с опытными данными, надо принимать λ значительно больше истинных значений (т. е. электрон без соударений с атомами решетки должен проходить сотни межатомных расстояний).

Теория Друде — Лоренца лишь приближенно описывает явления электропроводности металлов и полупроводников, так как в расчетах исходят из модели идеального газа. Из этой теории следует, что все электроны имеют одинаковое время свободного пробега и предполагается, что средняя скорость движения электрона сразу после соударения равна нулю (т. е. электрон передает решетке накопленную в электрическом поле энергию в одном столкновении).

Движение электронов в кристалле не подчиняется законам классической механики. Для этого в настоящее время используют квантовую функцию распределения и статистику Ферми – Дирака ($f_{\Phi-Д}$). Согласно квантовым представлениям распределение электронов по энергетическим уровням в разрешенной зоне энергий кристалла подчиняется принципу Паули, по которому в одном энергетическом состоянии может находиться не более двух электронов с противоположными спинами. Из этого следует, что в термодинамическом равновесии при $T = 0$ К все электроны не занимают энергетическое состояние с минимумом энергии, как классические частицы, а распределяются по состояниям в соответствии с функцией распределения $f_{\Phi-Д}$. Последняя выводит вероятность того, что энергетическое состояние E при температуре T занято электроном и имеет вид

$$f_{\Phi-Д}(E, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - F}{kT}\right) + 1},$$

где F – параметр этого распределения, называемый **энергией Ферми** (уровень Ферми); k – постоянная Больцмана $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Величина энергии Ферми определяется при условии, что число заполненных состояний при всех энергиях должно быть равно полному числу электронов в системе:

$$n = \int_0^{\infty} g(E) f_{\Phi-Д}(E, T) dE, \quad (6)$$

где $g(E)$ – плотность энергетических состояний, которую находят как число состояний, приходящихся на единичный интервал изменения энергии. При $E = F$ функция $f_{\Phi-Д} = \frac{1}{2}$.

На рис. 3 показана функция распределения электронов по энергетическим состояниям для $T = 0$ и $T > 0$. Видно, что с повышением температуры ступенька в функции становится более полой. Для энергии, отличающейся на величину kT от энергии Ферми, вероятность заполнения электронами меняется от величины $\approx 0,73$ для $E = F - kT$ до $\approx 0,27$ для $E = F + kT$. В случае если $E - F \gg kT$, то, пренебрегая единицей в знаменателе, получим

$$f_{\Phi-Д}(E, T) \approx e^{-\frac{E - F}{kT}} = e^{-\frac{F}{kT}} e^{-\frac{E}{kT}}.$$

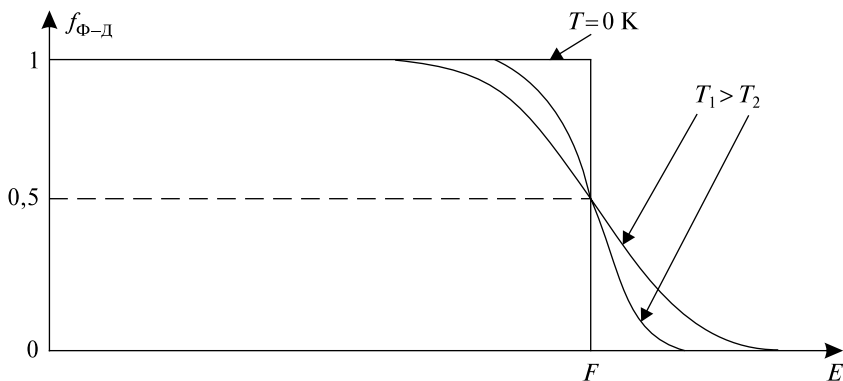


Рис. 3. Функция распределения электронов по энергетическим уровням

Следовательно, для $E - F \gg kT$ функцию Ферми – Дирака можно заменить классической функцией Максвелла – Больцмана. Расчет электропроводности металлов, выполненный на основе квантовой механики и квантовой статистики Ферми – Дирака, приводит к выражению для удельной электрической проводимости в виде

$$\sigma = \frac{ne^2}{m} \frac{\langle \lambda_F \rangle}{\langle v_T \rangle},$$

которое по внешнему виду напоминает классическую формулу (5), но имеет совершенно другое физическое содержание. Здесь n – концентрация электронов проводимости в металле; $\langle \lambda_F \rangle$ – средняя длина свободного пробега электрона, имеющего энергию на уровне Ферми; $\langle v_T \rangle$ – средняя скорость теплового движения электрона. Согласно классической

теории $\langle v_T \rangle \sim T^{\frac{1}{2}}$. В квантовой теории $\langle v_T \rangle$ от температуры не зависит, а величина $\langle \lambda_F \rangle$ в области выше комнатных $\sim T^{-1}$, поэтому в соответствии с опытом сопротивление металлов растет пропорционально T .

Температурная зависимость электропроводности

Исходя из выражения (1) с учетом закона Ома, можем записать

$$j = en\mu E = \sigma E,$$

где проводимость материала равна

$$\sigma = en\mu. \quad (7)$$

Согласно выражению (7) в кристаллах зависимость $\sigma(T)$ может быть обусловлена зависимостью $n(T)$ и $\mu(T)$. Для металлов $n(T) = \text{const}$, т. е. $\sigma(T) = \text{const} \cdot \mu(T)$. Для полупроводников выполняется соотношение

$$\sigma(T) = e \cdot n(T) \cdot \mu(T).$$

Идеальная кристаллическая решетка при $T = 0$ не рассеивает электроны, вследствие чего электрический ток в таком кристалле не затухает. Любое нарушение периодичности кристалла будет изменять квазиимпульс электрона, и сопротивление кристалла будет препятствовать протеканию электрического тока. В реальных кристаллах имеются динамические несовершенства, обусловленные тепловыми колебаниями атомов решетки (фононы), и статические несовершенства (точечные дефекты, примесные атомы, дислокации, трещины, полости, включения другой фазы, границы кристалла). Между рассеянием носителей в полупроводниках и металлах нет существенной разницы.

Из приближения сильной связи зонной теории известно, что положение и размер зон энергии зависят от расстояния между соседними атомами, т. е. механические напряжения, обусловленные тепловыми колебаниями атомов в узлах кристаллической решетки, будут влиять на зонную структуру. Расстояния между атомами изменяются при продольных акустических волнах, которые сжимают и растягивают кристалл. Это микроизменение объема кристалла вызывает, в свою очередь, волнообразное изменение дна зоны проводимости и потолка валентной зоны (рис. 4). На флуктуациях потенциала атомов и рассеиваются электроны.

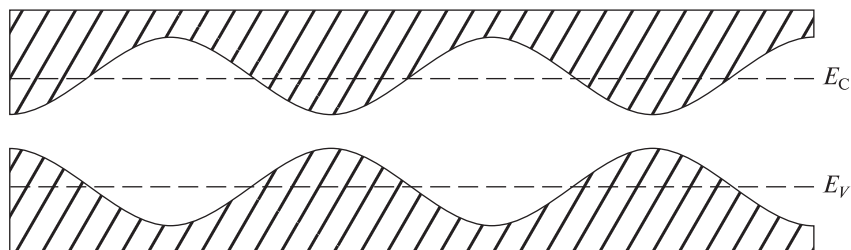


Рис. 4. Схема изменения энергии при прохождении через кристалл продольных звуковых колебаний

При рассеянии носителей заряда в кристаллах на акустических колебаниях атомов решетки (фононах) подвижность задается формулой

$$\mu_{\text{ак}} \approx \frac{\text{const}}{m^{\frac{5}{2}}} T^{-\frac{3}{2}}.$$

При рассеянии на заряженных атомах примеси электрон движется в электрическом поле положительного (или отрицательного) иона и отклоняется полем. Энергию взаимодействия определяют законом Кулона

$$E(r) = \pm \frac{Ke^2}{\varepsilon\varepsilon_0 r}$$

или с учетом экранирования центра свободными носителями заряда

$$E(r) = \pm \frac{Ke^2}{\varepsilon\varepsilon_0 r} e^{-\frac{r}{r_0}},$$

где r_0 — радиус экранирования, определяющий область действия поля центра.

Теория дает следующую зависимость подвижности от температуры при рассеянии на заряженных примесях:

$$\mu_{\text{и}} \approx \frac{\text{const}}{N} T^{\frac{3}{2}},$$

где N — концентрация примеси.

С ростом концентрации примеси подвижность $\mu_{\text{и}}$ уменьшается. В зависимости от интервала температур, выбранного на температурной шкале, будет преобладать тот или другой механизм рассеяния. В первом приближении считают, что обратное значение подвижности при рассеянии на полях ионов и акустических фононов складываются аддитивно:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{\text{и}}} + \frac{1}{\mu_{\text{ак}}}.$$

На рис. 5 приведены теоретически рассчитанные зависимости подвижности от температуры для различных механизмов рассеяния.

Для полупроводников концентрацию электронов в зоне проводимости можно представить в виде формулы (6). Подставив в эту формулу явный вид функции $g(E)$, получим

$$n = 2 \int_{E_C}^{\infty} \frac{2\pi \left(2m/n^2\right)^{\frac{3}{2}} (E - E_C)^{\frac{1}{2}}}{e^{\frac{E - F}{kT}} + 1} = N_e \frac{F_1}{2},$$

где

$$N_e = \frac{2(2\pi m \cdot kT)^{\frac{3}{2}}}{h^2}.$$

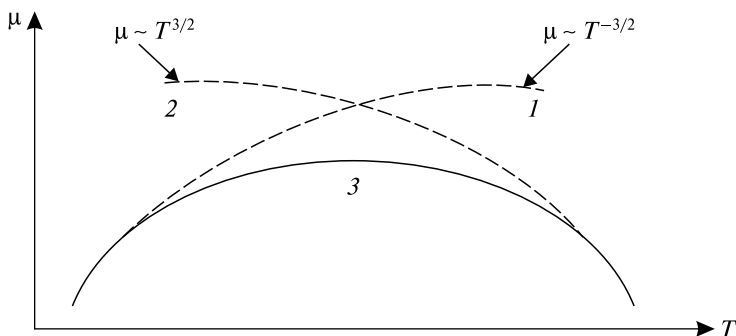


Рис. 5. Графики рассчитанных зависимостей подвижности от температуры для различных механизмов рассеяния:
1 — на полях примеси; 2 — на акустических фонах;
3 — одновременно работают два механизма рассеяния

Интегралы Ферми точно не вычисляются, но имеется асимптотическое выражение:

$$F_{1/2} \approx e^{\frac{F - E_F}{kT}},$$

где E_F — энергия Ферми, которая выступает в качестве характеристики всей системы электронов.

Следовательно,

$$n = N_e e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}}. \quad (8)$$

Формула (8) имеет наглядный физический смысл: экспоненциальный множитель соответствует функции распределения электронов по состояниям, взятым в точке $E = E_C$, величина N_e — фиктивное число состояний в зоне проводимости, приведенной к уровню энергии E_C .

Для полупроводников n -типа проводимость определяется как

$$\sigma_n = e(n_n \mu_n + p_n \mu_p),$$

где n_n и p_n — концентрации электронов и дырок соответственно.

Поскольку зависимость концентрации от температуры имеет экспоненциальный характер, а подвижность — степенную зависимость, то удельное сопротивление собственного полупроводника будет иметь экспоненциальную зависимость от температуры:

$$\rho \approx \rho_0 \exp\left(\frac{\Delta E}{2kT}\right).$$

Экспериментально полученная зависимость сопротивления чистых металлов от температуры ($T > 273 \text{ K}$) выглядит следующим образом:

$$R_t = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2),$$

где t – температура в градусах Цельсия; R_0 – сопротивление проводника при 0°C ; α , β – коэффициенты, характерные для данного металла.

Для температурной зависимости сопротивления металлов также вычисляется по приближенной формуле вида

$$R_t = R_0(1 + \alpha t),$$

$$\alpha = \frac{R_{t_2} - R_{t_1}}{R_0(t_2 - t_1)},$$

где величины t_1 и t_2 – экспериментально измеренные температуры; R_{t_1} , R_{t_2} – сопротивления образца при этих температурах. В этом случае принимается, что величина термического сопротивления

$$\alpha = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{dt}$$

является постоянной, а точнее, меняется очень мало.

Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 6.

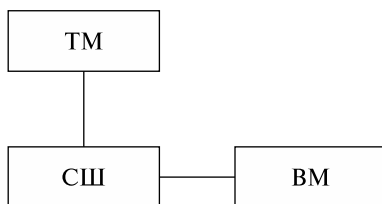


Рис. 6. Структурная схема экспериментальной установки

Исследуемые образцы помещают в изолированный сушильный шкаф типа СШ. В установку вмонтирован реостат для регулировки тока нагрева. Для измерения сопротивления образцов используется вольтметр ВМ в режиме измерения сопротивления R . Температура измеряется термометром ТМ.

Порядок выполнения работы

1. Подготовьте к работе экспериментальную установку.
2. В заданном интервале температур 20–80 °С с шагом $\Delta T = 2\text{--}5\text{ }^{\circ}\text{C}$ определите зависимость $R = f(T)$ для трех исследуемых образцов. Результат занесите в разработанную вами таблицу. Постройте графики зависимости $R = f(T)$. Примеры графиков $R = f(T)$ для проводника и двух различных полупроводников представлены на рис. 7, 8.
3. По виду графика зависимости определите, к какому классу – металлов или полупроводников – могут быть отнесены исследуемые образцы.
4. Для проводника по зависимости $R = f(T)$ рассчитайте температурный коэффициент α сопротивления.

Используя линейную модель связи (линейная регрессия) между сопротивлением проводника и температурой в заданном интервале ее изменения

$$R_{\text{мод}} = R_0(1 + \alpha t) = kt + R_0, \quad (9)$$

методом наименьших квадратов (МНК) найдем неизвестные параметры R_0 , α (через параметр $k = R_0\alpha$).

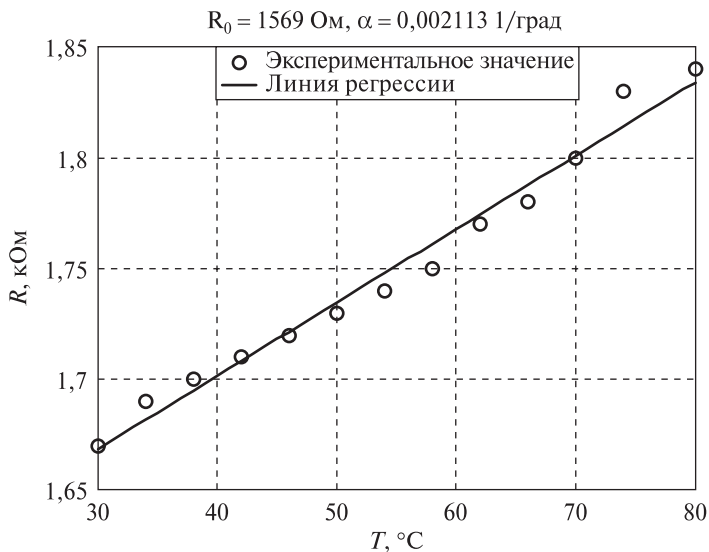


Рис. 7. Пример графика $R = f(T)$ и линии регрессии для проводника со значением температурного коэффициента сопротивления $\alpha = 2,11 \cdot 10^{-3}\text{ 1/град}$

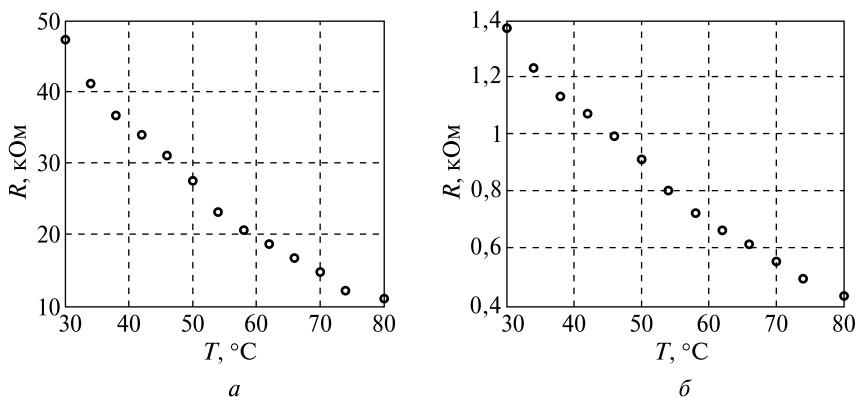


Рис. 8. Примеры графиков $R = f(T)$ для полупроводников с различными значениями ширины запрещенной зоны: $\Delta E = 0,546$ эВ (а); $\Delta E = 0,427$ эВ (б)

Параметры R_0 и k найдите из соотношения

$$\begin{bmatrix} R_0 \\ k \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T B,$$

где $A = \begin{bmatrix} 1 & t_1 \\ \dots & \dots \\ 1 & t_N \end{bmatrix}$ — матрица независимой переменной наблюдений (температура t_i , отсчитанная относительно первого наблюдения); $B = \begin{bmatrix} R_1 \\ \dots \\ R_N \end{bmatrix}$ —

матрица, в которую входит зависимая переменная наблюдений (сопротивление проводника).

Для сплава манганин $\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$, для меди $\alpha = 3,9 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}$.

Определив неизвестные параметры R_0 , α на графике $R = f(T)$ для проводника, постройте график линии регрессии, используя линейную модель (9), как показано на рис. 7.

5. Для полупроводника постройте график зависимости логарифма электропроводности ($\sigma = \frac{1}{R}$) от обратного значения температуры (по шкале Кельвина), т. е. $\ln \sigma = f\left(\frac{1}{T}\right)$, и определите ширину запре-

щенной зоны ΔE . Из выражения $R = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}$, где l – длина образца, S – площадь сечения, и формулы (8), получим

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_0} e^{-\frac{\Delta E}{2kT}} \text{ или } R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}}.$$

Отношение двух сопротивлений $\frac{R_1}{R_2}$ при температурах T_1 и T_2 записывается в виде

$$\frac{R_1}{R_2} = e^{\frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)}.$$

Логарифмируя выражение, получим

$$\ln \frac{1}{R_2} - \ln \frac{1}{R_1} = \frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right). \quad (10)$$

Поскольку функция $\ln \left(\frac{1}{R} \right) = f \left(\frac{1}{T} \right)$ является линейной, то тангенс угла наклона φ (рис. 9) запишем как

$$\frac{\ln \frac{1}{R_2} - \ln \frac{1}{R_1}}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} = \operatorname{tg} \varphi.$$

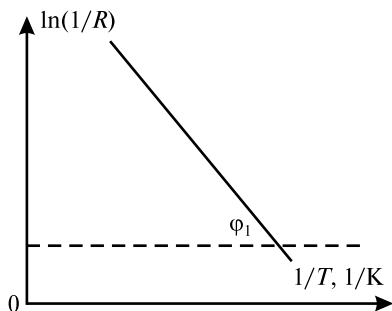


Рис. 9. Графический способ определения ширины запрещенной зоны

Тогда, исходя из выражения (10), ширина запрещенной зоны полупроводника определяется как

$$\Delta E = 2k\text{tg}\varphi. \quad (11)$$

Используя линейную модель связи (линейная регрессия) между $\ln\left(\frac{1}{R}\right)$ и $\frac{1}{T}$ в заданном интервале изменения температуры T

$$\ln\left(\frac{1}{R}\right) = k_2 \frac{1}{T} + b, \quad (12)$$

где k – константа, методом наименьших квадратов найдем неизвестные параметры k_2 , b из соотношения

$$\begin{bmatrix} b \\ k_2 \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T B,$$

где $A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{T_1} \\ \dots & \dots \\ 1 & \frac{1}{T_N} \end{bmatrix}$ – матрица независимой переменной наблюдений

(величина обратная температуре T_i , отсчитанной относительно первого

наблюдения); $B = \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{1}{R_1}\right) \\ \dots \\ \ln\left(\frac{1}{R_N}\right) \end{bmatrix}$ – матрица, в которую входит зависимая пе-

ременная наблюдений $\ln\left(\frac{1}{R}\right)$.

Определив k_2 , найдем тангенс угла наклона φ :

$$\text{tg}\varphi = -k_2,$$

а по формуле (11) – ширину запрещенной зоны полупроводника ΔE .

На графике зависимости логарифма электропроводности $\sigma = 1/R$ от $1/T$ постройте график линии регрессии для данных на рис. 8, используя линейную модель (12), как на рис. 10.

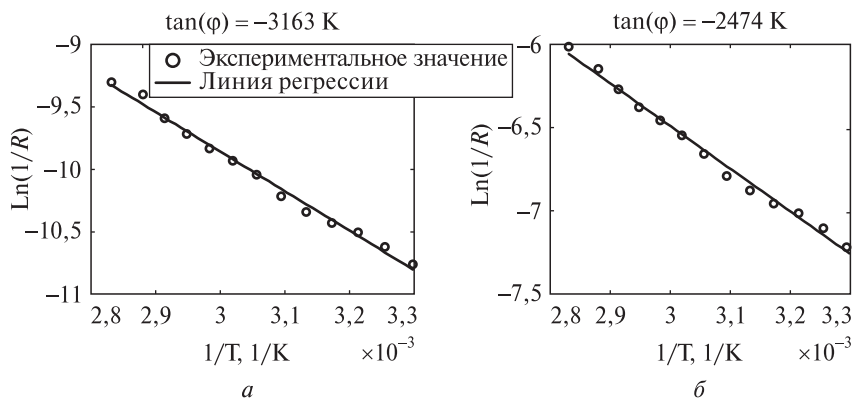


Рис. 10. Примеры графиков зависимости логарифма электропроводности $\sigma = \frac{1}{R}$ от $\frac{1}{T}$ и линии регрессии для полупроводников с различными значениями ширины запрещенной зоны: $\Delta E = 0,546 \text{ эВ}$ (а); $\Delta E = 0,427 \text{ эВ}$ (б)

6. Полученные экспериментально при выполнении лабораторной работы данные следует рассчитать и проанализировать с помощью компьютерной программы на языке программирования Python 3.8.1. Порядок установки программы приведен на с. 4–5.

7. Порядок выполнения отчета представлен на с. 5.

Контрольные вопросы

1. Что собой представляет и как образуется электронный газ в кристалле?
2. Дайте определения удельного сопротивления и удельной проводимости проводника.
3. Как выяснить сопротивление проводника и его зависимость от температуры, температурный коэффициент сопротивления?
4. Постройте график зависимости $R = f(t)$ для металлов и полупроводников.
5. Охарактеризуйте полупроводники. В чем их отличие от металлов?
6. Опишите зонную схему полупроводника. Назовите ширину запрещенной зоны, единицы измерения, донорные и акцепторные уровни.
7. Что такое электропроводность полупроводника? Какова ее зависимость от температуры?
8. Выведите выражение для расчета ширины запрещенной зоны в полупроводнике.

Список литературы

Изучение температурной зависимости электропроводности металлов и полупроводников : метод. указания к лаб. работе по электричеству / авт.-сост.: А. В. Латышев, А. А. Спиридонов, С. В. Трухан. — Минск : БГУ, 2015.

Савельев, И. В. Курс общей физики : учеб. пособие : в 3 т. / И. В. Савельев. — 4-е изд. — М. : Физматлит, 1970. — Т. 2 : Электричество.

Сидоренко, А. В. Электричество и магнетизм / А. В. Сидоренко. — Минск : БГУ, 2017.

Ташлыкова-Бувич, И. И. Физика : учеб. пособие : в 2 ч. / И. И. Ташлыкова-Бувич. — 2-е изд. — Минск : Выш. шк., 2014. — Ч. 1 : Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм.

Физический практикум / А. М. Саржевский [и др.] ; под ред. Г. С. Кембровского. — Минск : Университетское, 1986.

Физический практикум. Электричество и оптика / А. Г. Белянкин [и др.] ; под ред. В. И. Ивероновой. — 2-е изд. — М. : Наука, 1968.

Электричество: Физический практикум / авт.-сост.: В. А. Саечников [и др.]. — Минск : БГУ, 2002.

Лабораторная работа 6

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ФЕРРОМАГНЕТИКОВ

Цель: ознакомиться со свойствами ферромагнетиков; экспериментально исследовать их основные характеристики.

Теоретические сведения

При помещении вещества в магнитное поле $\vec{H}$ вектор магнитной индукции $\vec{B}$, характеризующий результирующее магнитное поле, которое создается макро- и микротоками, вычисляются по формуле

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}),$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная; $\vec{J} = \chi \vec{H}$ — намагниченность, определяемая магнитным моментом единицы объема магнетика; χ — безразмерная величина, называемая магнитной восприимчивостью вещества.

Безразмерная величина

$$\mu = 1 + \chi$$

представляет собой магнитную проницаемость вещества.

Ферромагнетики — это вещества, обладающие спонтанной намагниченностью, которая существует при отсутствии внешнего магнитного поля.

Ферромагнетизм — это магнитоупорядоченное состояние вещества, при котором все магнитные моменты атомных носителей магнетизма в нем параллельны, и вещество обладает спонтанной намагниченностью (рис. 1).

К ферромагнетикам относятся железо, кобальт, никель, гадолиний, их сплавы и соединения.

Магнитная восприимчивость χ ферромагнетиков положительна и достигает величин 10^4 – 10^5 . **Магнитная проницаемость** ферромагнетиков также велика: $\mu_{\text{железа}} = 5000$, $\mu_{\text{супермаллоя}} = 800\,000$.

В зависимости от напряженности магнитного поля $\vec{H}$ изменяется магнитная проницаемость (рис. 2).

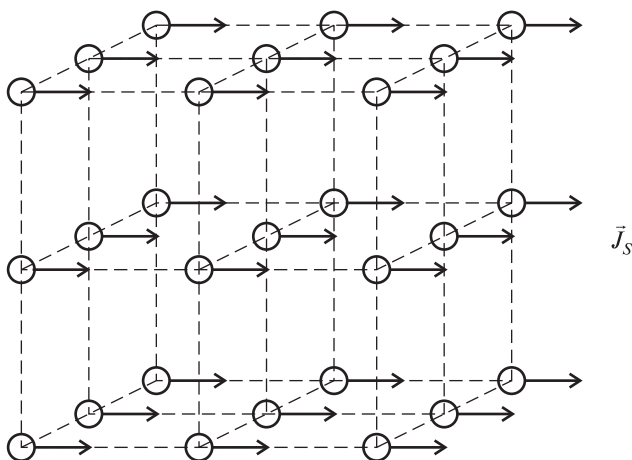


Рис. 1. Ферромагнитная атомная структура
гранецентрированной атомной кубической решетки
(стрелками обозначены направления атомных моментов;
 $\vec{J}_S$ — вектор суммарной намагниченности единицы объема)

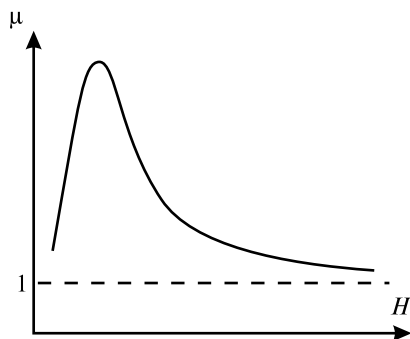


Рис. 2. График зависимости $\mu = f(H)$
для ферромагнетиков

Вначале величина μ растет с увеличением H , затем, достигая максимума, начинает уменьшаться, стремясь в случае сильных полей к 1
 $\left(\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = 1 + \frac{J}{H}, \text{ поэтому при } J = J_{\text{нас}} = \text{const с ростом } H \text{ отношение } \frac{J}{H} \rightarrow 0, \text{ а } \mu \rightarrow 1 \right).$

Характерной особенностью ферромагнетиков является то, что для них зависимость намагниченности J от H (а следовательно, индукции B от H) определяется предысторией намагничивания ферромагнетика. Если намагнитить ферромагнетик до **насыщения** (точка 1, рис. 3), а затем начать уменьшать напряженность H намагничивающего поля, то уменьшение J описывается кривой 1–2, лежащей выше кривой 1–0. Если $H = 0$, то J отлично от нуля, т. е. в ферромагнетике наблюдается **остаточное намагничивание** $J_{\text{ост}}$.

С наличием остаточного намагничивания связано существование **постоянных магнитов**. Намагничивание обращается в ноль под действием поля H_c , имеющего направление, противоположное полю, которое вызвало намагничивание. Напряженность H_c называется **коэрцитивной силой**. При дальнейшем увеличении противоположного поля ферромагнетик перемагничивается (кривая 3–4), и при $H = -H_{\text{нас}}$ достигается насыщение (точка 4). Затем ферромагнетик можно вновь размагнитить (кривая 4–5–6) и опять перемагнитить до насыщения (кривая 6–1). Другими словами, при действии на ферромагнетик переменного магнитного поля намагниченность J изменяется в соответствии с кривой 1–2–3–4–5–6–1, которая называется **петлей гистерезиса**.

Работа намагничивания ферромагнетика A рассчитывается согласно выражению

$$A = \int_0^B H dB.$$

Можно показать, что потери энергии W при гистерезисе пропорциональны площади петли $B(H)$:

$$W = \oint_S H dB,$$

где S указывает, что интегрирование производится по площади петли.

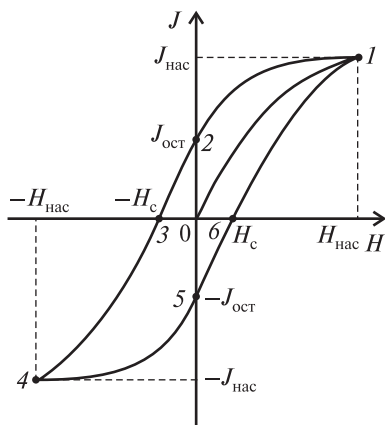


Рис. 3. Зависимость намагниченности J от напряженности магнитного поля H

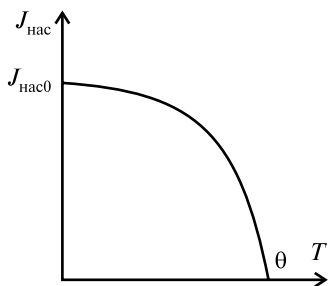


Рис. 4. Зависимость намагниченности насыщения от температуры

Ферромагнетики с малой (до 1,2 А/см) коэрцитивной силой H_c (с узкой петлей гистерезиса) называются **мягкими**, с большой (до нескольких тысяч ампер на сантиметр) коэрцитивной силой (с широкой петлей гистерезиса) — **жесткими**. Величины H_c , $J_{ост}$ и μ_{max} определяют применимость ферромагнетиков для практических целей. Жесткие ферромагнетики (углеродистые и вольфрамовые стали) используют для изготовления постоянных магнитов, а мягкие (мягкое железо, сплав железа с никелем) — сердечников трансформаторов.

Ферромагнетики обладают следующей существенной особенностью: намагниченность насыщения $J_{нас}$ имеет наибольшее значение при $T = 0^\circ K$ ($J_{нас0}$) и монотонно уменьшается до нуля при температуре, равной температуре Кюри ($T = \theta$) (рис. 4).

Выше θ ферромагнетик переходит в парамагнитное состояние. При $H = 0$ переход ферромагнетик — парамагнетик, как правило, является фазовым переходом II рода.

Природа ферромагнетизма

Согласно представлениям французского физика П. Вейса, ферромагнетик ниже точки Кюри разбивается на большое число малых макроскопических областей — **доменов**, самопроизвольно намагниченных до насыщения (рис. 5).

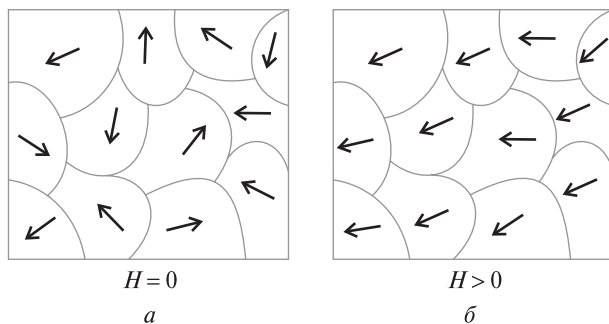


Рис. 5. Домены:

a — вне магнитного поля; $б$ — в магнитном поле

При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты отдельных доменов ориентируются хаотически и компенсируют друг друга, поэтому результирующий магнитный момент ферромагнетика равен нулю и ферромагнетик не намагничен (рис. 5, а). Внешнее магнитное поле ориентирует магнитные моменты целых областей спонтанной намагниченности (рис. 5, б).

При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ферромагнетики сохраняют остаточное намагничивание, так как тепловое движение не в состоянии быстро дезориентировать магнитные моменты столь крупных образований, какими являются домены. В таких случаях и наблюдаются явления магнитного гистерезиса. Для того чтобы ферромагнетик размагнитить, необходимо приложить коэрцитивную силу. Точка Кюри оказывается температурой, выше которой происходит разрушение доменной структуры.

Экспериментальная установка. Осциллографический метод измерения характеристик ферромагнетика

Осциллографический метод измерения характеристик ферромагнетика основан на наблюдении петли гистерезиса $B = f(H)$ на экране осциллографа.

Экспериментальная установка (рис. 6) состоит из понижающего напряжения автотрансформатора ЛАТР; трансформатора ТР2, первичная и вторичная обмотки которого имеют соответственно N_1 и N_2 витков; резистора сопротивлением R_1 , напряжение с выхода которого U_X подается на вход X осциллографа; резистора R_2 ; конденсатора C , напряжение с выхода которого U_Y подается на вход Y осциллографа. Регулировка тока i_1 и его контроль осуществляются резистором R и амперметром A .

В качестве объекта исследования используется сердечник трансформатора ТР2 из железа.

На экране ЭЛО при выключенной развертке можно получить график зависимости $U_Y = f(U_X)$. Если $U_X \sim H$, $U_Y \sim B$, то петля гистерезиса на экране будет отображать зависимость $B = f(H)$.

Покажем, что $U_X \sim H$, $U_Y \sim B$. Пусть в первичной обмотке N_1 трансформатора ТР2, где находится исследуемый сердечник, создается постоянный намагничивающий ток. Согласно теореме о циркуляции вектора $\vec{H}$ по контуру z для первичной обмотки можно записать

$$\oint_z \vec{H} d\vec{z} = N_1 i_1,$$

где z — длина контура по средней линии сердечника трансформатора; N_1 — количество витков; i_1 — мгновенное значение тока в первичной обмотке.

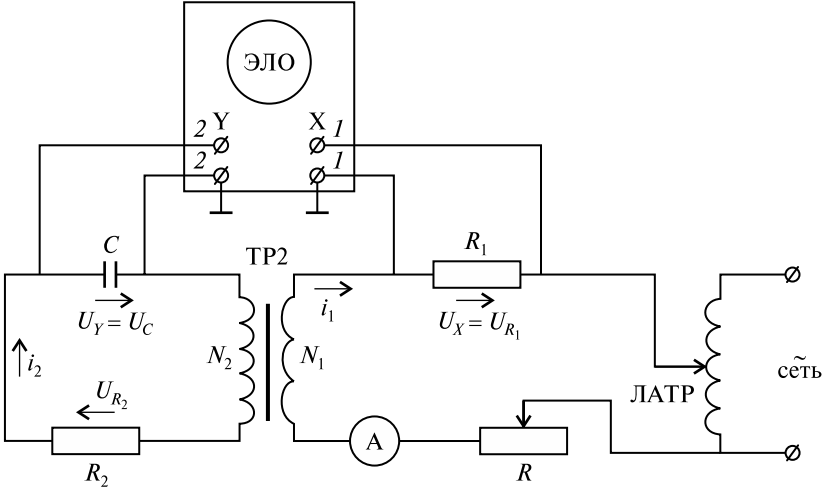


Рис. 6. Схема экспериментальной установки

Тогда

$$H = \frac{N_1 i_1}{z}.$$

Напряжение на сопротивлении R_1 определяется как

$$U_X = i_1 R_1 = \frac{Hz}{N_1} R_1, \quad (1)$$

а величина напряженности магнитного поля — как

$$H = \frac{N_1}{z R_1} U_X. \quad (2)$$

Электродвижущая сила ε , наводимая во вторичной обмотке N_2 , в соответствии с законом электромагнитной индукции имеет вид

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -N_2 S \frac{dB}{dt},$$

где Φ — магнитный поток через площадь поперечного сечения S , Вб.

Напряжение U_Y на конденсаторе C записывается в виде

$$U_Y = U_C = \frac{q}{C} = \frac{\int i_2 dt}{C} = \frac{\int \frac{\varepsilon - U_Y}{R_2} dt}{C},$$

При условии, когда реактивная часть сопротивления $X_C = \frac{1}{\omega C} \ll R_2$,
имеем

$$\varepsilon \gg U_C.$$

Напряжение U_Y преобразуется к следующему виду:

$$U_Y = U_C = \frac{\int \varepsilon dt}{R_2 C} = -\frac{N_2 S}{R_2 C} \int dB = -\frac{N_2 S}{R_2 C} B. \quad (3)$$

Получаем из равенств (1) и (3), что напряжение $U_X \sim H$, $U_Y \sim B$.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомьтесь с лабораторной установкой и подготовьте ее к работе.
2. Получите на экране ЭЛО петлю гистерезиса и рассчитайте ее параметры. Для этого подсоедините клеммы 1-1 макета ко входу X , а клеммы 2-2 — ко входу Y осциллографа. Потенциометр R выведите в крайнее правое положение. Регулируя напряжение автотрансформатором ЛАТР, установите на экране петлю гистерезиса, близкую к предельной.

В полученной на экране петле гистерезиса определите координаты точек, соответствующие коэрцитивной силе, остаточной индукции, напряженности поля насыщения, индукции насыщения (рис. 7).

Пример экспериментальной петли гистерезиса для трансформаторной стали ($H_c = 86$ А/м; $B_{ост} = 0,98$ Тл) в диапазоне изменения H от 0 до 310 А/м представлен на рис. 8.

Вычислите коэффициенты усиления K_X и K_Y (В/дел.) по каналам X и Y осциллографа следующим образом:

$$K_X = \frac{\sqrt{2}}{OB} U_X, \quad K_Y = \frac{\sqrt{2}}{OD} U_Y,$$

где U_X , U_Y — действующие значения напряжений (измеряются цифровым вольтметром), B ; OB , OD — число делений отрезков на осциллограмме.

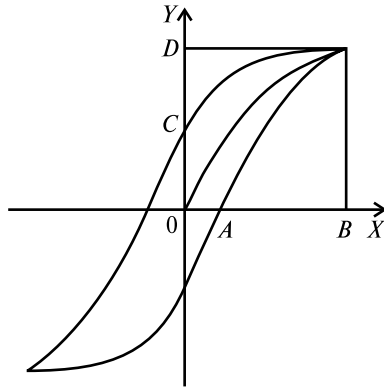


Рис. 7. Рисунок для определения координат петли гистерезиса

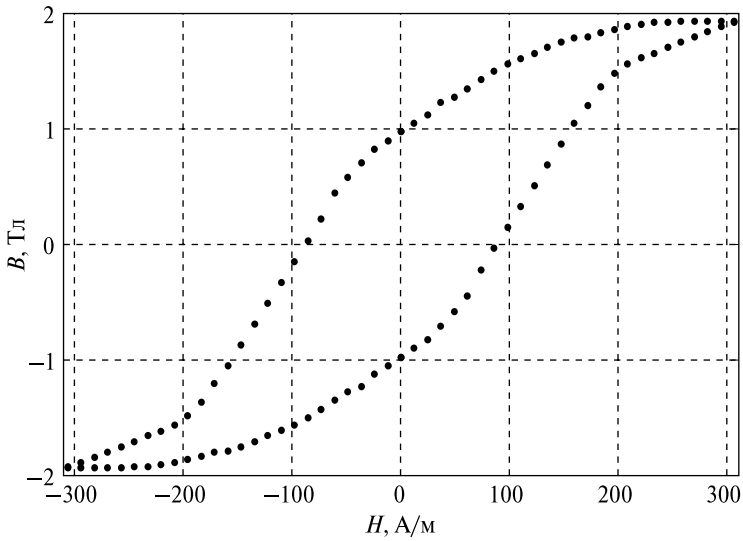


Рис. 8. Пример экспериментальной петли гистерезиса для трансформаторной стали

Используя равенства (2) и (3), рассчитайте:

- коэрцитивную силу H_c (А/м):

$$H_c = \frac{N_1}{zR_1} K_X(OA);$$

- напряженность поля насыщения $H_{\text{нас}}$ (А/м):

$$H_{\text{нас}} = \frac{N_1}{zR_1} K_X(OB); \quad (4)$$

- остаточную индукцию $B_{\text{ост}}$ (Тл):

$$B_{\text{ост}} = \frac{R_2 C}{N_2 S} K_Y(OC);$$

- индукцию насыщения $B_{\text{нас}}$ (Тл):

$$B_{\text{нас}} = \frac{R_2 C}{N_2 S} K_Y(OD), \quad (5)$$

где OA, OB, OC, OD — длины отрезков (число делений) на осциллограмме (см. рис. 7).

3. Постройте кривую намагничивания исследуемого ферромагнетика.

Изменяя напряжение с выхода ЛАТР, измерьте длины отрезков OB, OD для пяти-шести показаний и по формулам (4), (5) рассчитайте соответствующие значения H и B .

Результаты измерений и вычислений занесите в таблицу.

OB , число делений					
OD , число делений					
H , А/м					
B , Тл					
μ					

По экспериментальным данным постройте кривую намагничивания — график зависимости $B = f(H)$.

Пример экспериментальной кривой намагничивания для трансформаторной стали ($H_c = 86$ А/м; $B_{\text{ост}} = 0,98$ Тл) в диапазоне изменения H от 0 до 310 А/м представлен на рис. 9.

4. Определите относительную магнитную проницаемость исследуемого ферромагнетика.

Рассчитайте значения магнитной проницаемости μ для пяти-шести показаний (см. п. 3) согласно выражению

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}.$$

Результаты вычислений занесите в таблицу выше.

Постройте график зависимости $\mu = f(H)$ (рис. 10) и по нему определите предельную магнитную проницаемость $\mu_{\text{пред}}$.

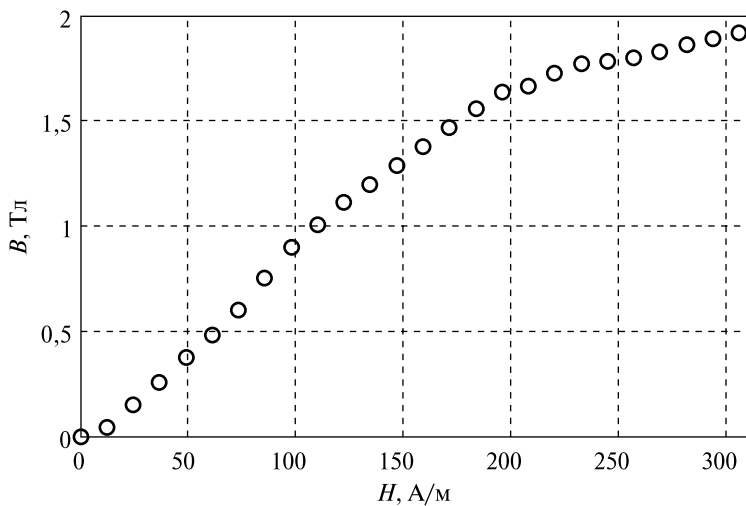


Рис. 9. Пример экспериментальной кривой намагничивания для трансформаторной стали

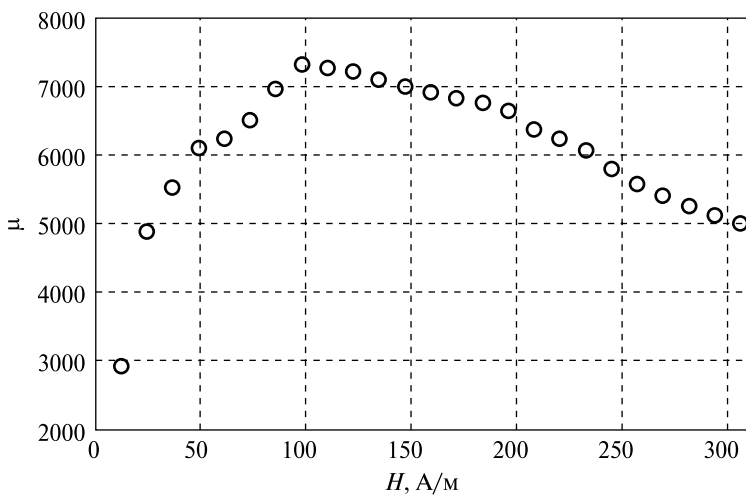


Рис. 10. Пример экспериментальной кривой относительной магнитной проницаемости для трансформаторной стали ($H_c = 86 \text{ A/m}$; $B_{\text{ост}} = 0,98 \text{ Тл}$) в диапазоне изменения H от 0 до 310 A/m

5. Определите потери энергии за цикл перемагничивания.

За цикл перемагничивания потери энергии W в единичном объеме ферромагнетика определяются полной площадью петли гистерезиса:

$$W = BH = S_M,$$

где S_M — площадь петли гистерезиса в единицах BH , Тл · (А/м).

6. Полученные экспериментально при выполнении лабораторной работы данные следует рассчитать и проанализировать с помощью компьютерной программы на языке программирования Python 3.8.1. Порядок установки программы приведен на с. 4–5.

7. Порядок оформления отчета представлен на с. 5.

Контрольные вопросы

1. Перечислите основные свойства ферромагнетиков.
2. В чем состоит физическая природа ферромагнетизма?
3. Что собой представляет петля гистерезиса?
4. По каким параметрам ферромагнетики относятся именно к этому классу веществ?
5. Опишите методику определения основных характеристик ферромагнетиков.

Список литературы

Матвеев, А. Н. Электричество и магнетизм / А. Н. Матвеев. — М. : Высш. шк., 1983.

Сидоренко, А. В. Электричество и магнетизм / А. В. Сидоренко. — Минск : БГУ, 2017.

Ташлыкова-Бувич, И. И. Физика : учеб. пособие : в 2 ч. / И. И. Ташлыкова-Бувич. — 2-е изд. — Минск : Высш. шк., 2014. — Ч. 1 : Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм.

Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. — 11-е изд. — М. : Академия, 2006.

Электричество : Физический практикум / авт.-сост.: В. А. Саечников [и др.]. — Минск : БГУ, 2002.

Лабораторная работа 7

РЕЗОНАНСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ЦЕПЯХ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Цель: ознакомиться с основными закономерностями резонансов напряжений и токов в цепях переменного тока; экспериментально получить и исследовать резонансные зависимости параметров переменной электрической цепи.

Теоретические сведения

При исследовании цепей переменного тока выделяют два основных явления: резонанс напряжений и резонанс токов.

Резонанс напряжений

При последовательном соединении в цепи, содержащей источник напряжения U , резистор сопротивлением R , катушку индуктивностью L и конденсатор емкостью C (рис. 1), образуется последовательный колебательный контур, для которого справедливо выражение

$$U_R + U_L + U_C = U, \quad (1)$$

где $U_R = IR$ — напряжение на резисторе; $U_L = L \frac{dI}{dt}$ — напряжение на катушке индуктивности; $U_C = \frac{q}{C}$ — напряжение на конденсаторе, q — заряд на конденсаторе; $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$, φ — сдвиг фаз между током и напряжением.

В результате ряда преобразований выражения (1) получаем

$$\begin{aligned} L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} &= \\ &= U_0 \cos(\omega t + \varphi). \end{aligned} \quad (2)$$

Данное дифференциальное уравнение описывает вынужденные колебания в RLC -цепи.

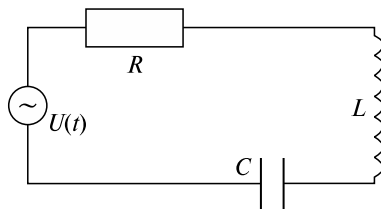


Рис. 1. Электрическая схема цепи с последовательным соединением элементов

Рассматривая токи и напряжения в цепи переменного тока как действительные части соответствующих показательных функций

$$I = I_{\max} \cos \omega t = \operatorname{Re}[\dot{I} \exp(j\omega t)],$$

$$U = U_{\max} \cos(\omega t + \varphi) = \operatorname{Re}[\dot{U} \exp(j\omega t)],$$

(Re – действительная часть числа), где комплексные амплитуды имеют вид

$$\dot{I} = I_{\max}, \quad \dot{U} = U_{\max} \exp(j\varphi),$$

получаем решение уравнения (2) в виде

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad (3)$$

$$U_{\max} = I_{\max} |Z| = I_{\max} \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R} = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Фазовые соотношения между U_R , U_L , U_C можно представить в виде векторной диаграммы (рис. 2).

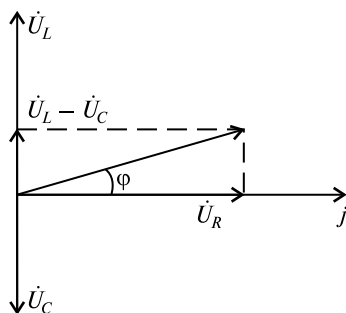


Рис. 2. Векторная диаграмма представления соотношений между элементами цепи

Видно, что напряжение на конденсаторе емкостью C

$$U_C = \frac{1}{C} \int I(t) dt = \frac{\dot{I}}{j\omega C} = \frac{U_{\max}}{Z} \frac{1}{\omega C} \exp \left[j \left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

отстает по фазе от тока на $\frac{\dot{A}}{2}$, а напряжение на катушке индуктивностью L опережает ток на $\frac{\dot{A}}{2}$:

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = j\omega L = \frac{U_{\max}}{Z} \omega L \exp \left[j \left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} \right) \right].$$

Полное сопротивление цепи $|Z|$ (см. выражение (3)) зависит от частоты. Тогда **импеданс** имеет вид

$$Z = R + jX = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right).$$

В зависимости от соотношения индуктивного и емкостного сопротивлений возможны три случая:

1) $X_L > X_C$, т. е. $X > 0$, реактивная составляющая импеданса Z носит индуктивный характер ($\varphi > 0$);

2) $X_L < X_C$, т. е. $X < 0$, реактивная составляющая импеданса Z носит емкостной характер;

3) $X_L = X_C$, т. е.

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (4)$$

реактивная составляющая импеданса $X = 0$,

$$Z_{\text{рез}} = R.$$

Сопротивление цепи в последнем случае является чисто активным, и ток, протекающий в цепи, максимален:

$$I = I_{\text{рез}} = \frac{U_{\max}}{R}.$$

Амплитуды напряжений U_L и U_C достигают резонансного максимального значения на частоте ω_0 и их сумма равна

$$U_{0L} + U_{0C} = 0.$$

Внешнее напряжение U оказывается приложенным к активному сопротивлению R .

Данное явление получило название **резонанса напряжений**.

Графическую зависимость амплитуды тока $I_{\max}$ от частоты колебаний в этом случае называют **резонансной кривой** (рис. 3).

Изменение сдвига фаз φ между напряжением и током в зависимости от частоты представлено на рис. 4.

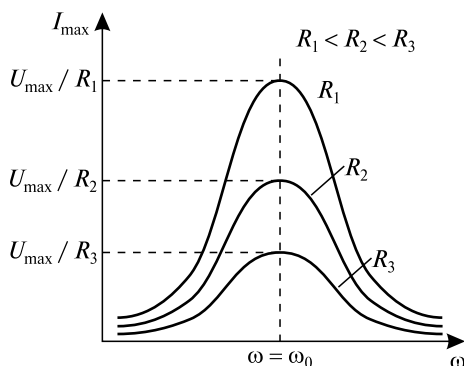


Рис. 3. Графическая зависимость амплитуды тока от частоты при резонансе напряжений

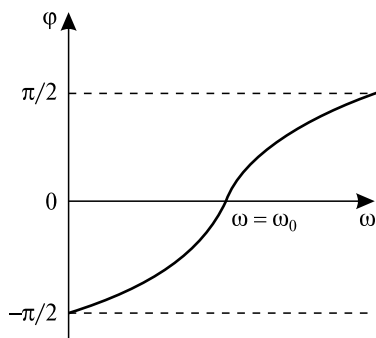


Рис. 4. Изменение сдвига фаз между напряжением и током

При резонансе появляется новый параметр — **характеристическое (волновое) сопротивление**:

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (5)$$

Параметром, характеризующим колебательный контур, является **добротность контура Q**. Она определяется как отношение характеристического сопротивления ρ к активному сопротивлению контура R :

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (6)$$

С энергетической точки зрения добротность контура определяется отношением электромагнитной энергии W контура при резонансе к энергии, поглощаемой в этом режиме активным сопротивлением контура за один период колебаний ΔW :

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W}.$$

Добротность контура также определяется обратной величиной относительной ширины резонансной кривой (рис. 5):

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}, \quad (7)$$

где $\Delta\omega$ — полоса пропускания контура.

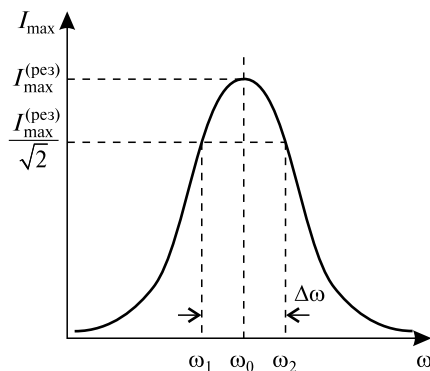


Рис. 5. Графическое определение полосы пропускания при резонансе напряжений

Полосой пропускания электрической цепи называется интервал частот $[\omega_1, \omega_2]$, на которых амплитуда в $\sqrt{2} = 1,41$ раза меньше амплитуды при резонансе.

Относительная ширина резонансной кривой — это отношение $\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$.

Резонанс токов

При параллельном соединении в цепи, содержащей источник напряжения $U(t)$, резистор сопротивлением R , катушку индуктивностью L и конденсатор емкостью C (рис. 6), образуется упрощенная модель контура ($R_L \ll X_L, R_C \ll X_C$).

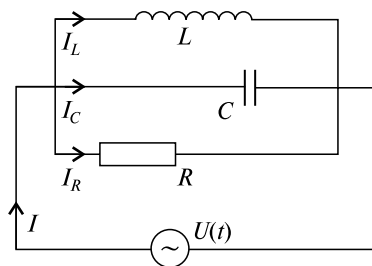


Рис. 6. Электрическая схема соединения элементов при резонансе токов

При параллельном соединении элементов RLC -цепи выполняются следующие соотношения:

$$U_R = U_L = U_C = U, \quad I_R = \frac{U}{R} = \frac{U_{\max}}{R} \cos \omega t = I_{\max R} \cos \omega t,$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{U_{\max}}{\omega L} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_{\max L} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right),$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = U_{\max} \omega C \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = I_{\max C} \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Согласно 1-му правилу Кирхгофа

$$I_R + I_L + I_C = I = I_{\max} \cos(\omega t + \varphi).$$

Для определения параметров $I_{\max}$ и φ воспользуемся *методом векторной диаграммы* (рис. 7).

Из векторной диаграммы получаем

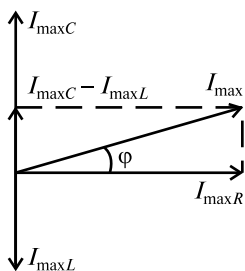


Рис. 7. Метод векторной диаграммы для определения параметров I и φ

$$\begin{aligned} I_{\max} &= \sqrt{I_{\max R}^2 + (I_{\max C} - I_{\max L})^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{U_{\max}}{R} \right)^2 + \left(\frac{U_{\max}}{X_C} - \frac{U_{\max}}{X_L} \right)^2}. \end{aligned}$$

Для действующих значений токов и напряжений получаем

$$I = U \sqrt{\left(\frac{1}{R} \right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2}, \quad (8)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{R}. \quad (9)$$

Выражения (8) и (9) представляют собой запись закона Ома для цепи переменного тока при параллельном соединении.

Из анализа выражений (8) и (9) видно, что при $X_L = X_C$

$$\frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

При этом индуктивный I_L и емкостной I_C токи оказываются равными по величине и противоположными по фазе (рис. 8).

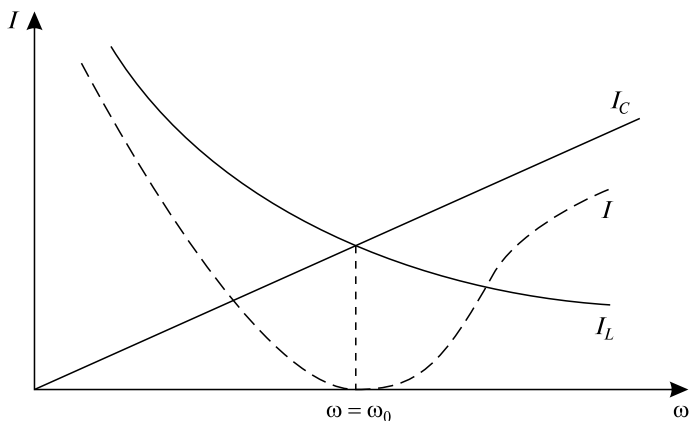


Рис. 8. Определение резонансной частоты при резонансе токов

Указанное явление получило название **резонанса токов**, который характеризуется минимальным значением полной проводимости цепи Y :

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} = G, \quad (10)$$

где $G = \frac{1}{R}$ — активная составляющая проводимости; $B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}$, $B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$ — реактивные составляющие проводимости Y .

Минимальное значение проводимости Y обуславливает минимальное значение тока в цепи:

$$I_{\max}^{(\text{рез})} = YU_{\max} = GU_{\max} = \frac{U_{\max}}{R}.$$

В реальном контуре, когда катушки обладают не только индуктивным ωL , но и активным сопротивлением R_L , резонансные кривые токов (рис. 9) рассчитывают как

$$I_L = \frac{U}{\sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2}},$$

$$I_C = U\omega C,$$

$$I = YU = U\sqrt{G^2 + B^2}.$$

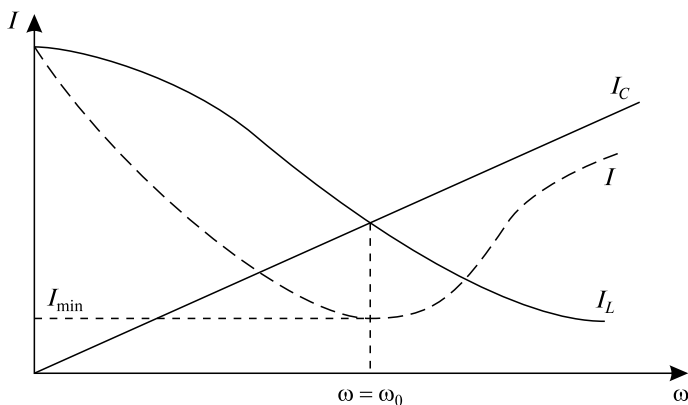


Рис. 9. Соотношение между током и проводимостью в реальном параллельном контуре

При выполнении условия $\omega = \omega_0$ и $R_L \ll X_L$, учитывая выражение (10), получаем

$$Z_{\text{рез}} = \frac{U}{I} = \frac{1}{\sqrt{G^2 + B^2}} = \frac{1}{G} = \frac{(\omega_0 L)^2}{R_L} = \frac{L}{R_L C},$$

т. е. в условиях резонанса токов в отличие от резонанса напряжений импеданс цепи $Z_{\text{рез}}$ не равен чисто активной составляющей и зависит от частоты. При этом отношение резонансного сопротивления $Z_{\text{рез}}$ контура к его активному сопротивлению R_L равно квадрату добротности Q контура:

$$\frac{Z_{\text{рез}}}{R_L} = \frac{L}{R_L^2 C} = Q^2.$$

Экспериментальная установка

Экспериментальные исследования проводят на макете, который содержит резистор сопротивления R , катушку индуктивности L , конденсатор емкости C . Исследуемые контуры составляют из указанных элементов.

Источником гармонических сигналов с действующим значением напряжения $U_0 = (1-10)$ В является генератор синусоидального напряжения. Для измерения сдвига фаз $\Delta\varphi$ между колебаниями силы тока и напряжения используют ЭЛО, для измерений действующих значений токов и напряжений — амперметр и вольтметр.

Порядок выполнения работы

1. Изучение резонанса в последовательном контуре

Соберите на макете электрическую схему из последовательно соединенных генератора синусоидального напряжения, конденсатора C , катушки индуктивности L и резистора R (рис. 10). Напряжение с выхода генератора установите равным U_0 и в дальнейшем оставляйте постоянным.

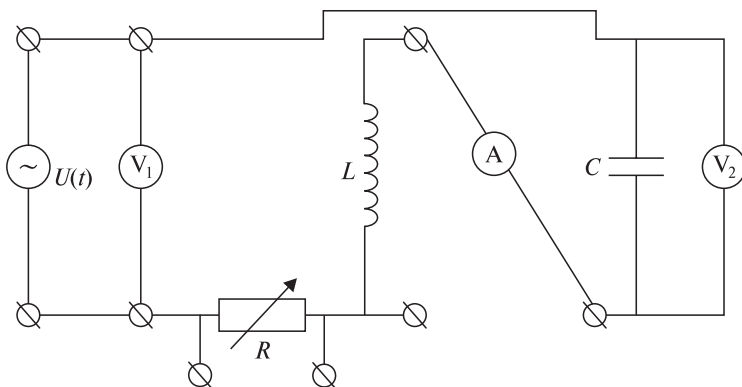


Рис. 10. Электрическая схема для изучения резонанса в последовательном контуре

1. Для заданных значений параметров контура L , C , R рассчитайте резонансную частоту $f_{\text{рез}}$ (выражение (4)), характеристическое сопротивление ρ (выражение (5)), добротность контура Q (выражение (6)), граничные частоты f_1, f_2 (см. рис. 5). Для расчета f_1, f_2 используйте формулу

$$f_{1,2} = f_{\text{рез}} \pm \frac{f_{\text{рез}}}{2Q},$$

где $f_{\text{рез}} = \frac{\omega_p}{2\pi}$.

2. На вход Y осциллографа подавайте напряжение генератора, а на вход X — напряжение с резистора сопротивлением R (пропорциональное силе тока) в режиме выключенной развертки. На экране ЭЛО отображается эллипс, как показано на рис. 11, который на резонансной частоте $f_{\text{рез}}$ вырождается в отрезок прямой. Изменяя частоту сигнала генератора в интервале от f_1 до f_2 , экспериментально найдите $f_{\text{рез}}$.

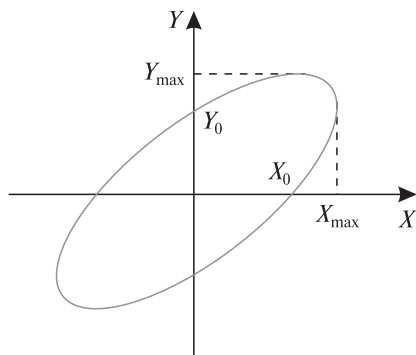


Рис. 11. Определение
экспериментального значения
сдвига фаз $\Delta\varphi^{\text{эксп}}$

По форме эллипса найдите экспериментальное значение сдвига фаз $\Delta\varphi^{\text{эксп}}$ между током I и напряжением U : $\Delta\varphi^{\text{эксп}} = \arcsin \frac{X_0}{X_{\max}} = \arcsin \frac{Y_0}{Y_{\max}}$.

3. На частотном интервале от f_1 до f_2 снимите показания для построения экспериментальных резонансных кривых для действующего значения силы тока $I = I(f)$ и сдвига фаз $\Delta\varphi = \Delta\varphi(f)$ между колебаниями силы тока и напряжения (действующее значение напряжения U_0 генератора поддерживается постоянным $U_0 = \text{const}$). Результаты измерений занесите в разработанную вами таблицу.

Постройте экспериментальные графики зависимости $I = I(f)$ и $\Delta\varphi = \Delta\varphi(f)$. По экспериментальной резонансной кривой для действующего значения силы тока $I = I(f)$ определите частоты, на которых $I = \frac{I_{\text{рез}}}{\sqrt{2}}$, где $I_{\text{рез}}$ — значение тока при $f = f_{\text{рез}}$.

На частотном интервале от f_1 до f_2 постройте расчетные резонансные кривые для действующего значения силы тока $I^{\text{расч}}(f)$ и сдвига фаз $\Delta\varphi^{\text{расч}}(f)$:

$$I^{\text{расч}} = \frac{U_0}{\sqrt{(R + R_L)^2 + (X_L^{\text{расч}} - X_C^{\text{расч}})^2}}, \quad \Delta\varphi^{\text{расч}} = \text{arctg} \frac{X_L^{\text{расч}} - X_C^{\text{расч}}}{R + R_L},$$

где $X_L^{\text{расч}}(f) = 2\pi fL$, $X_C^{\text{расч}}(f) = \frac{1}{2\pi fC}$ — сопротивление участка цепи с конденсатором C .

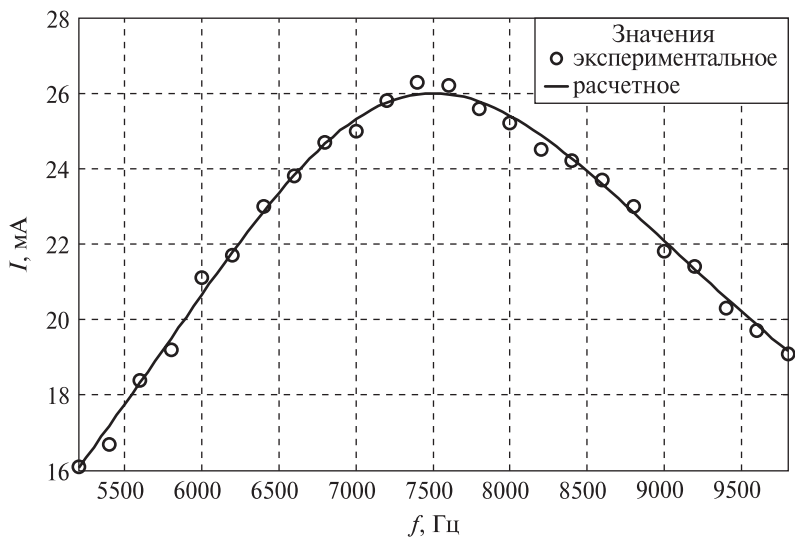


Рис. 12. Пример экспериментальной и расчетной резонансных кривых для действующего значения силы тока $I = I(f)$

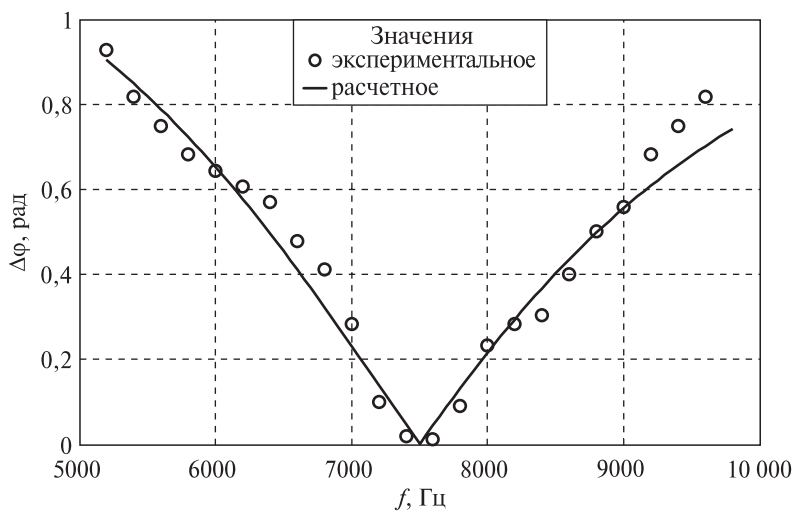


Рис. 13. Пример экспериментальной и расчетной резонансных кривых для сдвига фаз $\Delta\phi = \Delta\phi(f)$

Примеры экспериментальных и расчетных графиков $I(f)$ и $\Delta\varphi(f)$ для $C = 62,5$ нФ, $L = 7,2$ мГн, $R = 200$ Ом, $R_L = 40$ Ом ($f_1 = 5292$ Гц, $f_2 = 9713$ Гц, $f_{\text{рез}} = 7503$ Гц, $Q = 1,7$, $U_0 = 5,2$ В) представлены на рис. 12, 13.

4. На частотном интервале от f_1 до f_2 постройте расчетные графики зависимостей $U_C^{\text{расч}}(f)$, $U_L^{\text{расч}}(f)$, $U_R^{\text{расч}}(f)$:

$$U_C^{\text{расч}}(f) = I^{\text{расч}} X_C^{\text{расч}}(f),$$

$$U_L^{\text{расч}}(f) = I^{\text{расч}} X_L^{\text{расч}}(f),$$

$$U_R^{\text{расч}}(f) = I^{\text{расч}} R.$$

Примеры расчетных графиков $U_C^{\text{расч}}(f)$, $U_L^{\text{расч}}(f)$, $U_R^{\text{расч}}(f)$ для $C = 62,5$ нФ, $L = 7,2$ мГн, $R = 200$ Ом, $R_L = 40$ Ом ($f_1 = 5292$ Гц, $f_2 = 9713$ Гц, $f_{\text{рез}} = 7503$ Гц, $Q = 1,7$) представлены на рис. 14.

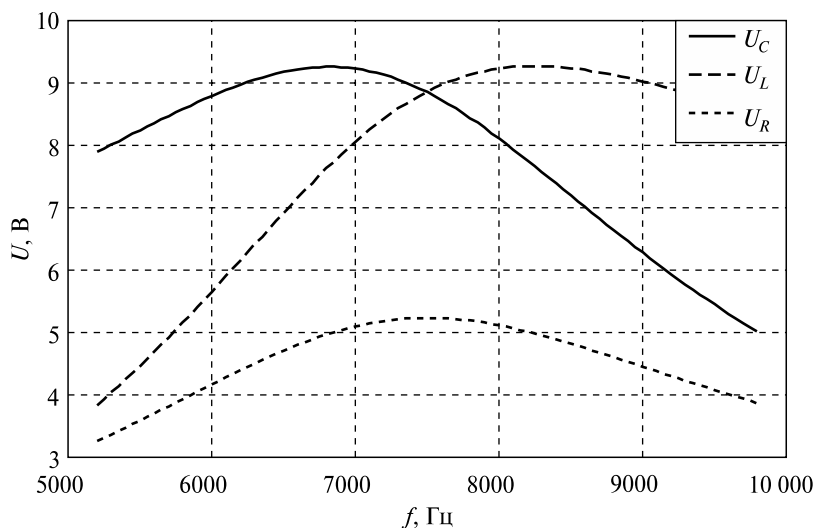


Рис. 14. Примеры расчетных графиков $U_C^{\text{расч}}(f)$, $U_L^{\text{расч}}(f)$, $U_R^{\text{расч}}(f)$

5. Определите экспериментальное значение добротности последовательного контура Q по ширине резонансной кривой $I(\omega)$ (см. выражение (7), рис. 5). Определите значение абсолютной $\Delta f = 2|f_1 - f_p|$ полосы пропускания контура.

6. Сравните полученные экспериментальные результаты с рассчитанными значениями.

2. Резонанс в параллельном контуре

Соберите на макете электрическую схему из резистора R и параллельно соединенных конденсатора C и катушки индуктивности L (рис. 15). Действующее значение напряжения с выхода генератора установите равным U_0 и в дальнейшем поддерживайте постоянным.

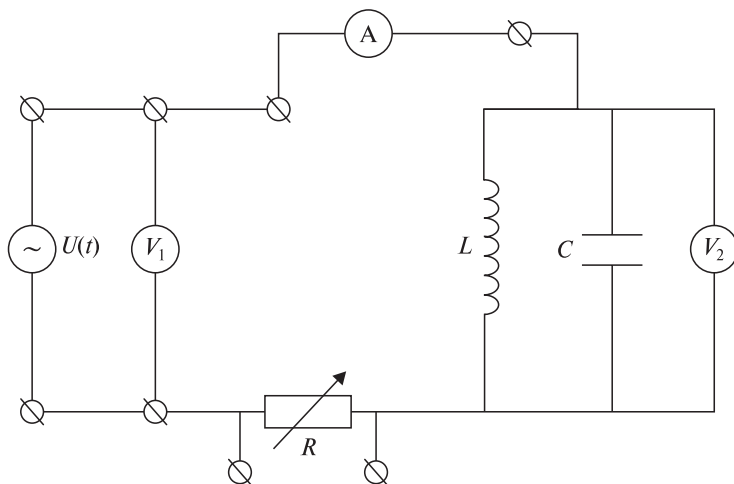


Рис. 15. Электрическая схема для изучения резонанса в параллельном контуре

1. На вход Y осциллографа подавайте напряжение генератора, а на вход X — напряжение с резистора сопротивлением R (пропорциональное силе тока) в режиме выключенной развертки. На экране ЭЛО отображается эллипс (см. рис. 11), который на резонансной частоте $f_{\text{рез}}$ вырождается в отрезок прямой. Изменяя частоту сигнала генератора в интервале от f_1 до f_2 , экспериментально найдите $f_{\text{рез}}$.

2. На частотном интервале от f_1 до f_2 снимите показания для построения резонансных кривых для действующего значения силы тока $I = I(f)$ и сдвига фаз $\Delta\varphi = \Delta\varphi(f)$ между колебаниями силы тока и напряжения (действующее значение напряжения с выхода генератора поддерживается постоянным $U_0 = \text{const}$). Результаты измерений занесите в разработанную вами таблицу.

Постройте графики зависимостей $I = I(f)$ и $\Delta\varphi = \Delta\varphi(f)$.

Примеры экспериментальных и расчетных графиков $I(f)$ и $\Delta\varphi(f)$ для $C = 62,5 \text{ нФ}$, $L = 7,2 \text{ мГн}$, $R = 200 \text{ Ом}$, $R_L = 40 \text{ Ом}$ ($f_1 = 5200 \text{ Гц}$, $f_2 = 9800 \text{ Гц}$, $f_{\text{рез}} = 7450 \text{ Гц}$) представлены на рис. 16, 17.

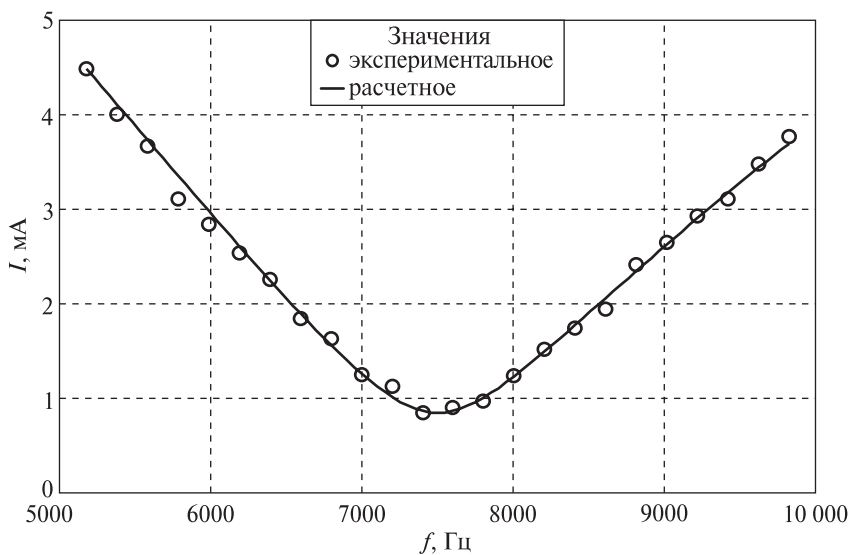


Рис. 16. Пример экспериментальной и расчетной резонансных кривых для действующего значения силы тока $I = I(f)$

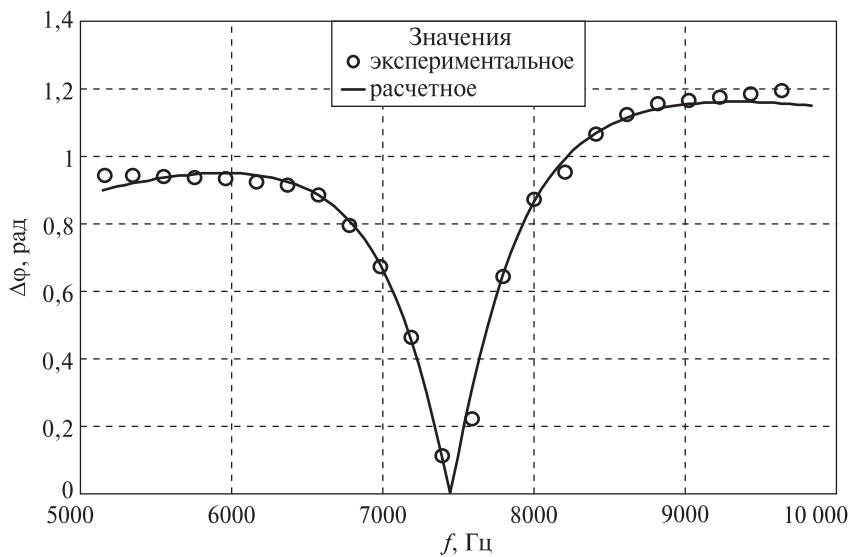


Рис. 17. Пример экспериментальной и расчетной резонансных кривых для сдвига фаз $\Delta\phi = \Delta\phi(f)$

3. Определите по графику значение резонансной частоты $f_{\text{рез}}$, полосу пропускания контура Δf и добротность контура Q .

4. На частотном интервале от f_1 до f_2 постройте расчетные графики зависимостей $I_C^{\text{расч}}(f)$, $I_L^{\text{расч}}(f)$, $I_R^{\text{расч}}(f)$, считая конденсатор C идеальным:

$$I_C^{\text{расч}}(f) = \frac{U_{\text{пар}}}{X_C^{\text{расч}}(f)} = \frac{U_0 Z_{\text{пар}}(f)}{Z(f) X_C^{\text{расч}}(f)},$$

$$I_L^{\text{расч}}(f) = \frac{U_{\text{пар}}}{Z_L^{\text{расч}}(f)} = \frac{U_0 Z_{\text{пар}}(f)}{Z(f) Z_L^{\text{расч}}(f)}, \quad I_R^{\text{расч}}(f) = \frac{U_0}{Z(f)},$$

где $U_{\text{пар}}(f)$ – действующее значение напряжения на участке цепи параллельно соединенных конденсатора C и катушки индуктивности L ; $Z_{\text{пар}}(f)$ – сопротивление участка цепи параллельно соединенных конденсатора C и катушки индуктивности L ; $Z(f)$ – полное сопротивление параллельного контура; $Z_L^{\text{расч}}(f) = \sqrt{R_L^2 + (X_L^{\text{расч}})^2} = \sqrt{R_L^2 + (2\pi fL)^2}$ – сопротивление участка цепи с катушкой индуктивности L .

Примеры расчетных графиков $I_C^{\text{расч}}(f)$, $I_L^{\text{расч}}(f)$, $I_R^{\text{расч}}(f)$ для $C = 62,5 \text{ нФ}$, $L = 7,2 \text{ мГн}$, $R = 200 \text{ Ом}$, $R_L = 40 \text{ Ом}$ ($f_1 = 5200 \text{ Гц}$, $f_2 = 9800 \text{ Гц}$, $f_{\text{рез}} = 7450 \text{ Гц}$) представлены на рис. 18.

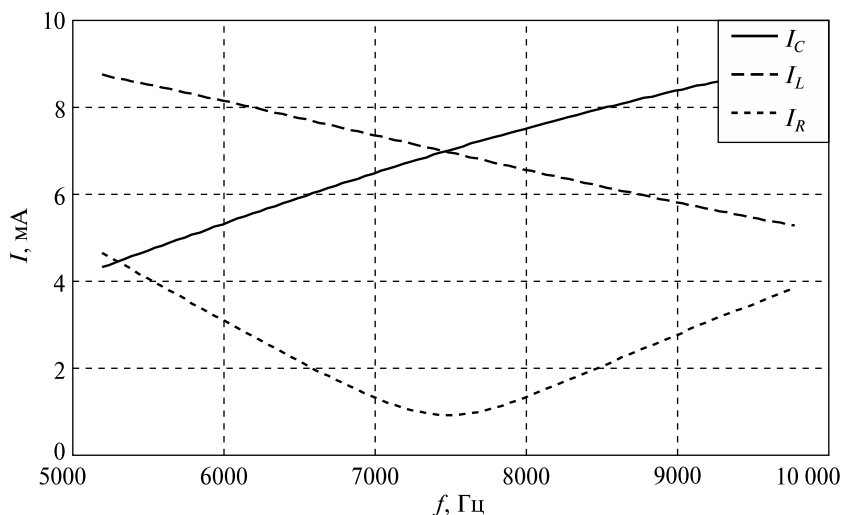


Рис. 18. Примеры расчетных графиков $I_C^{\text{расч}}(f)$, $I_L^{\text{расч}}(f)$, $I_R^{\text{расч}}(f)$

5. Полученные экспериментально при выполнении лабораторной работы данные следует рассчитать и проанализировать с помощью компьютерной программы на языке программирования Python 3.8.1. Порядок установки программы приведен на с. 4–5.

6. Порядок оформления отчета представлен на с. 5.

Контрольные вопросы

1. Что такое резонанс напряжений? Назовите условия его возникновения.
2. Дайте определение резонансной частоты последовательного колебательного контура.
3. Какой физический смысл характеристического сопротивления и добротности контура?
4. Что такое резонанс токов в электрической цепи? Каковы условия его возникновения?
5. Назовите отличительные черты явлений резонанса напряжений и резонанса токов.
6. Рассчитайте резонансную частоту и добротность параллельного колебательного контура.

Список литературы

Калашников, С. Г. Электричество / С. Г. Калашников. — 6-е изд. — М. : Физматлит, 2003.

Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие : в 5 т. / Д. В. Сивухин. — 4-е изд. — М. : Физматлит, 2002–2005. — Т. 3 : Электричество. — 2004.

Сидоренко, А. В. Электричество и магнетизм / А. В. Сидоренко. — Минск : БГУ, 2017.

Ташлыкова-Бувеч, И. И. Физика : учеб. пособие : в 2 ч. / И. И. Ташлыкова-Бувеч. — 2-е изд. — Минск : Выш. шк., 2014. — Ч. 1 : Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм.

Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. — 11-е изд. — М. : Академия, 2006.

Электричество : Физический практикум / авт.-сост.: В. А. Саечников [и др.]. — Минск : БГУ, 2002.

Лабораторная работа 8

ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТА ХОЛЛА

Цель: изучить основные закономерности эффекта Холла; экспериментально измерить эффект в полупроводниковом образце при различных значениях тока через образец и величины магнитного поля; определить постоянную Холла, рассчитать концентрацию носителей заряда; теоретически рассчитать холловскую разность потенциалов и температурную зависимость постоянной Холла.

Теоретические сведения

Магнитное поле способно изменять различные физические свойства веществ. Его влияние на электрические свойства материалов приводит к гальваномагнитным явлениям. В данной работе изучается явление, называемое эффектом Холла: на нем основан метод измерения концентрации и подвижности носителей заряда в твердых телах.

Экспериментальное проявление эффекта

Если проводник, по которому течет электрический ток I , поместить в однородное магнитное поле, направленное под углом к току, то в проводнике возникнет ЭДС, направленная перпендикулярно к плоскости, содержащей векторы плотности электрического тока $\vec{j}$ и индукции магнитного поля $\vec{B}$. Это явление называется **эффектом Холла**. Для его наблюдения используют прямоугольную пластину шириной b и толщиной d . На середине боковых граней перпендикулярно току расположены электроды, между которыми измеряют электрическое напряжение V_H (рис. 1). В отсутствие магнитного поля между такими симметричными электродами разность потенциалов должна быть равна нулю.

Включение магнитного поля приводит к появлению некоторого напряжения, которое может быть выражено формулой

$$V_H = R_H \frac{I}{d} B_z = R_H j_x b B_z, \quad (1)$$

где R_H — постоянная Холла; B_z — величина магнитного поля; j_x — плотность электрического тока через образец; b — расстояние между зондами.

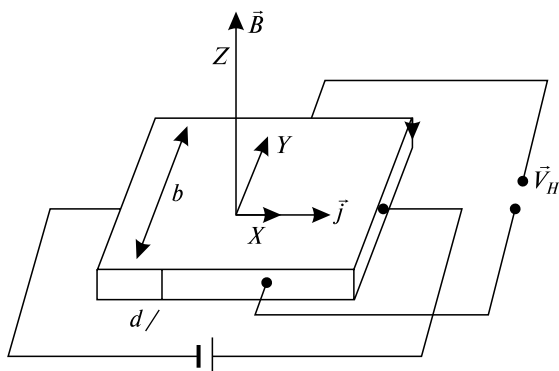


Рис. 1. Схема возникновения эффекта Холла

Выражение (1) определяет электрическое напряжение эффекта V_H . Электрическое поле E_y , соответствующее поперечной разности потенциалов V_H , из выражения (1) определяется как

$$E_y = R_H j_x B_z. \quad (2)$$

Величины, входящие в экспериментально полученную формулу (1), являются просто измеряемыми. Это позволяет вычислить коэффициент R_H , выступающий в качестве количественной характеристики среды, в которой реализуется данное явление.

Экспериментально обнаружено, что полярность напряжения V_H меняется при изменении направления тока в образце или при изменении направления магнитного поля. При заданных направлениях тока и магнитного поля полярность напряжения зависит от знака носителей тока. Это используют для определения типа носителей в проводящих средах.

В случае если холловские контакты расположены не симметрично друг другу, между контактами будет существовать падение напряжения даже в отсутствие магнитного поля. Влияние этого напряжения можно устранить, например, усреднением величины V_H , измеренной при двух направлениях магнитного поля.

Основные уравнения для феноменологического описания эффекта

Рассмотрим влияние магнитного поля на характер дрейфа носителей заряда в электрическом поле $\vec{E}$ в плоскости XY (рис. 2). Предположим, что электрическое поле $\vec{E}$, создаваемое внешними источниками,

направлено по координате X , а внешнее магнитное поле $\vec{B}$ перпендикулярно плоскости рисунка и направлено вдоль положительного направления оси Z (к нам). Как известно, на движущийся заряд q действует сила Лоренца

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \cdot \vec{B}],$$

где дрейфовая скорость $\vec{v}$ связана с существованием электрического поля $\vec{E}$.

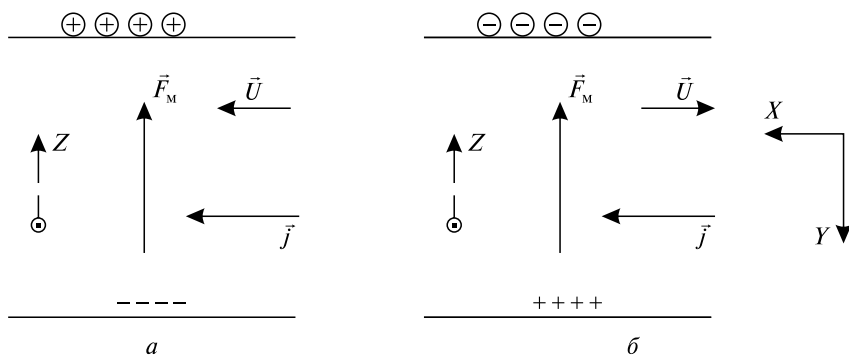


Рис. 2. Характер дрейфа носителей заряда в электрическом поле $\vec{E}$ в плоскости XY . Кругами условно обозначены свободные носители заряда: $a - q > 0$; $b - q < 0$

Под действием магнитной составляющей силы Лоренца $\vec{F}_M = q(\vec{v} \times \vec{B})$ будет происходить смещение носителей заряда к одной из боковых граней образца (см. рис. 2). Независимо от знака заряда носителей тока ($q > 0$ или $q < 0$) отклонение при заданном направлении тока $\vec{j}$ будет происходить в одну и ту же сторону. Действительно, по определению, плотность тока равна $\vec{j} = qn\vec{v}$, где $\vec{v}$ — скорость перемещения частиц; n — концентрация частиц. Если, например, вектор $\vec{j}$ направлен вдоль положительного направления оси X , как это представлено на рис. 2, то при $q > 0$ вектор $\vec{v}$ будет иметь то же направление (рис. 2, a), а для $q < 0$ — противоположное (рис. 2, b). Тогда в обоих случаях q^+ и q^- сила $q_{\pm}(\vec{v} \times \vec{B})$ будет иметь одно направление независимо от знака заряда.

Смещение свободных зарядов в среде под действием магнитной составляющей силы Лоренца нарушит электрическую нейтральность образца. Тогда в стационарных условиях возникает составляющая электри-

ческого поля по оси Y (перпендикулярно к току), чтобы уравновесить такое смещение. Компенсирующее электрическое поле определяется из условия

$$q_{\pm} E_y = q_{\pm} v_x B_z. \quad (3)$$

Появление холловского напряжения V_H определяется экспериментально.

Отметим, что электрическое поле в образце при включении магнитного поля будет изменено. Эта ситуация для положительных и отрицательных носителей заряда схематично изображена на рис. 3. Здесь учитывается, что задание направления тока $\vec{j}$ указывает и на направление электрического поля $\vec{E}$, так как эти две характеристики связаны соотношением $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, где σ – электропроводность ($\sigma > 0$).

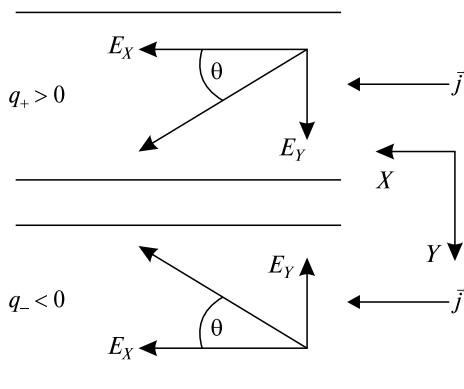


Рис. 3. Изменение электрического поля в образце при включении магнитного поля

Составляющая электрического поля E_y определяется из условия (3), а составляющая E_x , соответственно, по формуле

$$j_x = q n v_x = q n \mu E_x, \quad (4)$$

где μ – подвижность носителей заряда.

Угол θ между электрическим током и результирующим электрическим полем можно найти из выражения

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{E_y}{E_x} = v_x B_z \frac{\mu}{v_x} = \pm B \mu, \quad (5)$$

где знак («+») соответствует положительному заряду, а знак («-») – отрицательному.

В данной лабораторной работе указано на возможность принципиального объяснения эффекта. Однако это не означает, что для тех или иных материалов всегда возможно точно предсказать величину холловского напряжения V_H и величину коэффициента R_H .

Связь коэффициента Холла с концентрацией носителей заряда

Запишем выражение для величины холловского напряжения:

$$V_H = E_y b$$

или, используя формулу (3), в виде:

$$V_H = v_x B_z b. \quad (6)$$

Подставив в выражение (6) E_x из формулы (4), приходим к выражению

$$V_H = \frac{1}{qn} j_x b B_z. \quad (7)$$

Сравним выражение (7) с формулой (1), обнаруживаемой экспериментально. Тогда для постоянной Холла получаем

$$R_H = \frac{1}{qn}. \quad (8)$$

Таким образом, по экспериментально измеренному коэффициенту R_H при известной величине заряда q можно определить концентрацию носителей заряда n .

Оценим величину напряжения Холла. Допустим, образец имеет ширину $b = 1$ см и толщину $d = 0,1$ см, а концентрация электронов составляет $n = 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ (такое значение может быть характерным для полупроводниковых материалов). Тогда из формулы (8) получаем $R_H \approx 10^4 \text{ см}^3/\text{Кл}$. Допустим, через образец протекает ток $I = 10^{-3}$ А и магнитное поле имеет величину $B = 10^3 \text{ Гс} = 0,1 \text{ Тл}$. Тогда по формуле (7), которую можно представить также в виде

$$V_H = \frac{R_H IB}{d}, \quad (9)$$

получаем для $V_H = 10^{-3}$ В. Такое значение напряжения может быть достаточно надежно измерено экспериментально.

Следует отметить, что формула (8) является приближенной. Связано это с тем, что при моделировании эффекта Холла мы приписывали всем носителям заряда одни и те же скорости E_x , E_y . Такое представление

не вполне корректно. Для более точных представлений необходимо проводить статистическое усреднение этих величин. Как показывают расчеты, в этом случае для постоянной Холла получают

$$R_H = \frac{r}{qn}, \quad (10)$$

где численный множитель r (*холл-фактор*) изменяется в пределах от 1 до 2 в зависимости от конкретных свойств объекта и области температур, в которой производится измерение эффекта Холла. В области температур, где рассеяние носителей происходит на акустических колебаниях решетки, $r = 1,17$, в области рассеяния на атомах примеси $r = 1,93$.

Таким образом, если не известен механизм рассеяния носителей заряда, на основании измерений эффекта Холла можно определить концентрацию носителей с точностью до множителя 1–2.

Эффект Холла при смешанной проводимости

Для металлических материалов имеет смысл говорить о носителях заряда одного типа — электронах с отрицательным зарядом. В этом случае могут быть применены все рассуждения, проведенные ранее, где предполагалось протекание через образец носителей одного знака (положительных либо отрицательных) с одинаковыми эффективными массами.

В полупроводниковых материалах обычно рассматривают носители двух типов: электроны и дырки. Заряд дырки равен по величине заряду электрона, но противоположен по знаку, т. е. является положительным. При этом концентрация электронов n_n , как правило, отличается от концентрации дырок n_p . Равенство концентраций ($n_n = n_p$) соответствует только собственному полупроводнику, т. е. полупроводнику без примесных атомов.

Получим выражение для постоянной Холла R_H в образце с двумя типами носителей заряда. Это случай *смешанной* проводимости. Запишем выражение для поперечных (по оси Y) холловских составляющих электрического тока для электронов и дырок. Если учитывать выражение $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, то в соответствии с рис. 2 и 3 полный ток можно представить в виде двух слагаемых:

$$\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_p,$$

или в проекции на ось Y (рис. 4):

$$j_y = -j_{ny} + j_{py}. \quad (11)$$

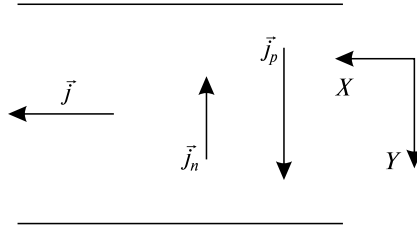


Рис. 4. Холловские составляющие электрического тока для электронов и дырок

Используя выражение $\vec{j} = qn\mu\vec{E}$, где μ – подвижность частиц, из уравнения (11) получим выражение для плотности поперечного холловского тока:

$$j_y = -qn_n\mu_n E_y + qn_p\mu_p E_y.$$

Перейдем от компоненты электрического поля E_y к компоненте E_x , применяя соотношение (5):

$$j_y = -qn_n\mu_n E_x \operatorname{tg} \theta_n + qn_p\mu_p E_x \operatorname{tg} \theta_p.$$

Если считать, что углы θ_n и θ_p настолько малы, что $\operatorname{tg} \theta_n$, $\operatorname{tg} \theta_p$ можно соответственно заменить на θ_n , θ_p , то имеем

$$j_y = -qn_n\mu_n \theta_n E_x + qn_p\mu_p \theta_p E_x.$$

В свою очередь, по формуле (5) углы θ_n , θ_p можно представить через подвижность носителей и магнитное поле, которое в данном случае направлено вдоль положительного направления оси Z . Тогда с учетом знака носителей получаем

$$j_y = -qn_n\mu_n^2 B E_x + qn_p\mu_p^2 B E_x,$$

где $E_x = j_x / \sigma$.

Электрическое поле E_y , соответствующее току j_y , представляется в виде

$$\begin{aligned} E_y = \frac{j_y}{\sigma} &= q \left(n_p \mu_p^2 - n_n \mu_n^2 \right) \frac{B j_x}{\sigma^2} = \\ &= \frac{1}{q} \frac{n_p \mu_p^2 - n_n \mu_n^2}{(n_p \mu_p + n_n \mu_n)^2} B j_x. \end{aligned}$$

Сравнение данного выражения с общим определением напряженности электрического поля в эффекте Холла (2), где $E_H = \frac{V_H}{b} = E_y$, дает выражение для постоянной R_H :

$$R_H = \frac{1}{q} \frac{n_p \mu_p^2 - n_n \mu_n^2}{(n_p \mu_p + n_n \mu_n)^2}. \quad (12)$$

Равенство (12) переходит при $n_n = 0$ (либо при $n_p = 0$) в выражение (8) для постоянной Холла в образце с одним типом носителей.

Для собственного полупроводника $n_n = n_p = n_i$ получаем

$$R_H = \frac{1}{n_i q} \frac{\mu_p - \mu_n}{\mu_p + \mu_n}.$$

При $\mu_p = \mu_n$ имеем $R_H = 0$, при $\mu_p > \mu_n$ получаем $R_H > 0$, для $\mu_p < \mu_n$ имеем $R_H < 0$.

Как видно из выражения (12), в случае смешанной проводимости определение концентрации носителей тока из измеряемой экспериментально постоянной Холла R_H становится невозможно, так как R_H содержит четыре неизвестные величины (n_n , n_p , μ_n , μ_p). В этом случае привлекают дополнительную информацию о характеристиках исследуемого объекта.

Подвижность носителей заряда

Одновременное измерение эффекта Холла и электропроводности образца позволяет определить подвижность μ носителей заряда. При известных геометрических размерах образца из измерений полного электрического сопротивления R можно рассчитать удельную электропроводность σ $\left(R = \frac{\rho l}{S}, \text{ где } \rho = \frac{1}{\sigma} \right)$. Если концентрация носителей заряда n установлена из измерений V_H , то из выражения $\sigma = qn\mu$ получаем $\mu = \frac{\sigma}{qn}$.

Очевидно, что такой простой подход к определению подвижности может иметь место для случая проводника с одним типом носителей заряда либо для образца со смешанной проводимостью, когда число носителей определенного типа является преобладающим.

Подвижность носителей, определяемая из эффекта Холла, в общем случае отличается по величине от подвижности носителей в случае обычной электропроводности. В связи с этим вводят понятие дрейфовой подвижности $\mu_{др}$ и холловской подвижности μ_H . Связано это с тем, что перенос носителей заряда только в электрическом поле (обычная электро-

проводность) и в эффекте Холла, когда одновременно в образце создается скрещенное электрическое и магнитное поле, различен. В первом случае носители перемещаются вдоль электрического поля, во втором — на носители дополнительно действует полученное поле Холла и магнитное поле. Если носителями являются, например, электроны, то уравнение движения в эффекте Холла в плоскости XU для выбранных ранее ориентаций запишется в представлении классической механики в виде

$$\begin{aligned}\frac{dv_x}{dt} &= -\left(\frac{q}{m^*}\right)E_x - \omega_0 v_y, \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\left(\frac{q}{m^*}\right)E_y + \omega_0 v_x,\end{aligned}\tag{13}$$

где m^* — эффективная масса электрона, т. е. масса, которая приписывается электрону в кристаллической решетке; $\omega_0 = qB/m^*$ — частота, с которой электрон описывает окружность (циклотронная частота).

При обычной дрейфовой электропроводности уравнение движения определяется только формулой (13), где второе слагаемое в правой части отсутствует.

Как показывают расчеты, в простых средах, в которых имеет смысл говорить о носителях одного типа, $\mu_{др}$ и μ_H практически совпадают. Однако в средах со смешанной проводимостью различия между ними могут быть существенными.

Следует отметить, что магнитное поле, в принципе, должно изменять электропроводность материала. При этом должны быть различия в продольной и поперечной электропроводности образца.

В заключение укажем экспериментальный метод определения эффективной массы m^* носителей заряда. Если к образцу, кроме магнитного поля, приложено также слабое радиочастотное электромагнитное поле, то при приближении частоты поля к циклотронной частоте ω_0 носители вследствие механизма резонанса начнут поглощать дополнительную энергию. Если этот момент установлен, то по известной ω_0 и величине магнитного поля B определяется m^* .

Экспериментальная установка

Экспериментальная установка (рис. 5) состоит из электромагнита, в зазор которого помещен прямоугольный полупроводниковый образец с нанесенными на него токовыми и холловскими электродами. К токовым электродам через потенциометр подведено постоянное

напряжение от источника питания (БПО), разность потенциалов между холловскими электродами измеряется гальванометром (A_3) . Электромагнит питается от регулируемого потенциометром источника постоянного тока (БПЭ), ток I_2 через электромагнит измеряется амперметром (A_2) . На лицевой панели прибора (слева направо) расположены: миллиамперметр (A_1) для измерения тока I_1 через образец (предельное значение 200 мА), миллиамперметр (A_2) для измерения тока I_2 через электромагнит (предельное значение 100 мА), миллиамперметр (A_3) , используемый в качестве вольтметра для измерения холловской разности потенциалов (предельное значение 100 мВ).

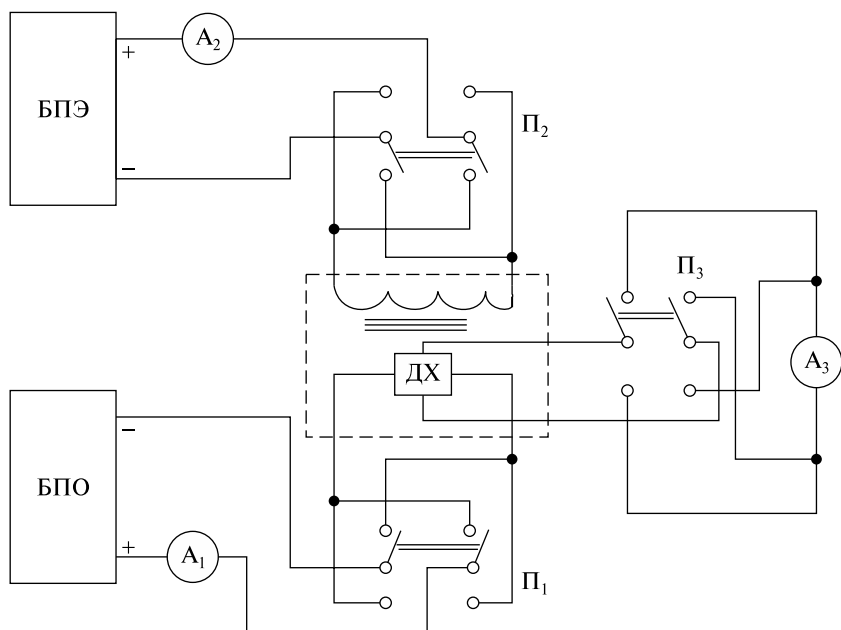


Рис. 5. Блок-схема экспериментальной установки

Переключатель Π_1 предназначен для изменения направления тока, протекающего через образец; переключатель Π_2 изменяет полярность напряжения на электромагните, т. е. обеспечивает изменение направления магнитного поля; переключатель Π_3 позволяет изменять полярность подключения вольтметра к холловским контактам. Нижнему положению переключателей соответствуют необходимые полярности напряжений.

Для датчика Холла (ДХ): $d = 0,2$ мм, $b = 2$ мм, длина $l = 7$ мм; для электромагнита: при токе через электромагнит 75 мА индукция магнитного поля в зазоре равна $0,1$ Тл.

На переднюю панель прибора выведены клеммы, позволяющие измерять сопротивление образца внешним прибором.

Порядок выполнения заданий

1. Включите прибор в сеть, установите переключатели Π_1 , Π_2 , Π_3 в рабочее положение, соответствующее заданным полярностям напряжений.

2. Измерьте холловскую разность потенциалов (милливольтметр A_3) для двух направлений (переключатель Π_1) тока через образец (величина $I_1 = 50, 70, 100, 120, 150$ мА (миллиамперметр A_1)) и двух направлений (Π_2) магнитного поля величиной $B = 0,1$ Тл (при токе через электромагнит $I_2 = 75$ мА (миллиамперметр A_2)).

3. Усредните величину V_H для каждого значения тока I_1 . Постройте график зависимости $V_H(I_1)$ и по нему, используя формулу (9), определите значение постоянной Холла R_H . Установите тип проводимости полупроводника, используемого в датчике.

Пример графика $V_H(I_1)$ для полупроводникового датчика Холла ($d = 0,2$ мм, $b = 2$ мм, длина $l = 7$ мм) представлен на рис. 6. Постоянная Холла $= 0,61 \cdot 10^{-3}$ м³/Кл.

4. Проградуируйте электромагнит по 8–10 значениям тока I_2 в обмотке в интервале $0–100$ мА при заданном значении $I_1 = 100$ мА: измерив в этих точках V_H , рассчитайте, используя формулу (9), величину B (R_H определена в рис. 3) и постройте график зависимости $B(I_2)$.

Пример графика зависимости $B(I_2)$ для полупроводникового датчика Холла: ($d = 0,2$ мм, $b = 2$ мм, длина $l = 7$ мм при $I_1 = 100$ мА) представлен на рис. 7.

5. По экспериментальным данным, используя равенство (10), определите концентрацию основных носителей заряда n в исследуемом датчике, считая холл-фактор r для него равным $1,17$.

6. Измерьте сопротивление полупроводникового образца внешним прибором, подключив его к клеммам на передней панели прибора. Зная геометрические размеры образца, рассчитайте его удельную электропроводность σ ($\sim 2 \cdot 10^3$ (Ом $\cdot$ м)⁻¹) и определите холловскую подвижность μ .

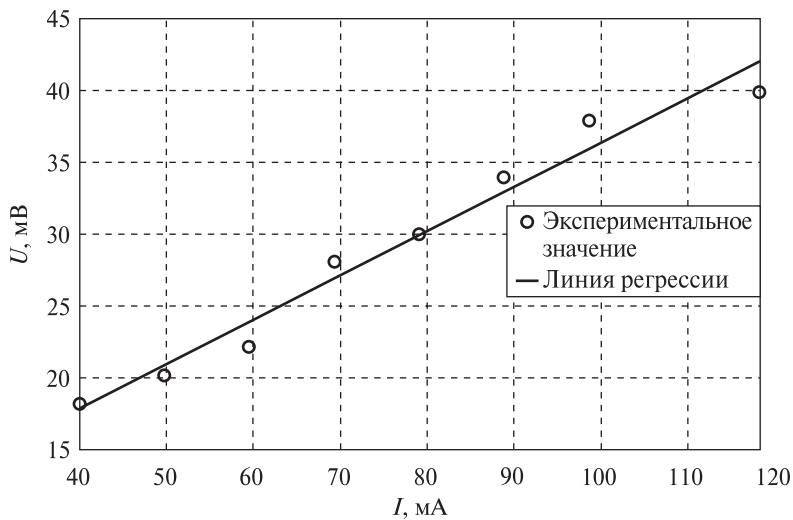


Рис. 6. Пример графика $V_H(I_1)$
для полупроводникового датчика Холла

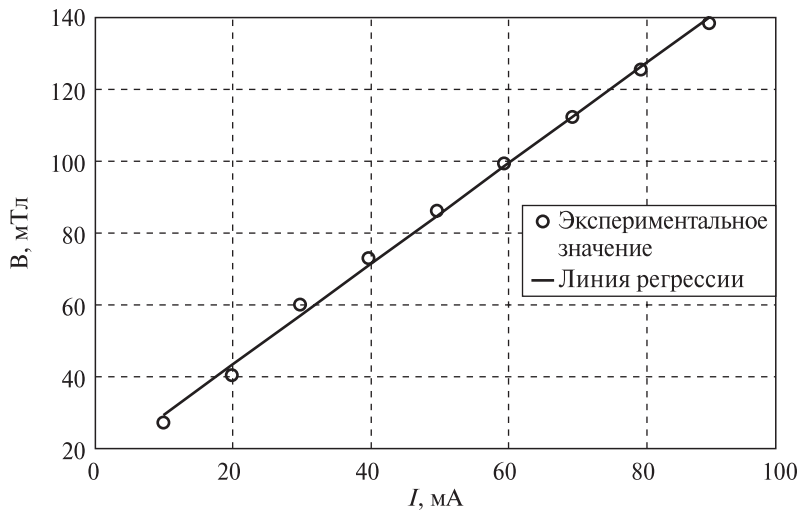


Рис. 7. Пример графика зависимости $B(I_2)$
для полупроводникового датчика Холла

7. Теоретически вычислите холловскую разность потенциалов V_H для одинаковых образцов ($b = 1$ см, $d = 1$ мм) из металла и полупроводника при $T = 300$ К. Необходимо принять:

- для металла $n = 10^{22}$ см $^{-3}$;
- для полупроводника: Si (собственный) $n_n = n_p = 1,5 \cdot 10^{10}$ см $^{-3}$, $\mu_n = 1300$ см 2 /В · с, $\mu_p = 500$ см 2 /В · с; Ge (собственный) $n_n = n_p = 2,0 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$, $\mu_n = 4000$ см 2 /В · с, $\mu_p = 2000$ см 2 /В · с;
- ток через образец $I = 1$ мА, величину магнитного поля $B = 10^3$ Гс = 0,1 Тл.

8. Теоретически рассчитайте температурную зависимость $R_H(T)$. Необходимо принять:

- для Ge (собственного)

$$n_i = n_n = n_p = (3,0 \cdot 10^{32} \text{ Т}^3)^{1/2} \exp\left(-\frac{0,8}{2kT}\right),$$

$$\mu_n = 3800 \left(\frac{300}{T}\right)^{-1,6}, \quad \mu_p = 1800 \left(\frac{300}{T}\right)^{-2,3};$$

- для Si (собственного)

$$n_i = n_n = n_p = (1,5 \cdot 10^{33} \text{ Т}^3)^{1/2} \exp\left(-\frac{1,20}{2kT}\right),$$

$$\mu_n = 1450 \left(\frac{300}{T}\right)^{-2,6}, \quad \mu_p = 500 \left(\frac{300}{T}\right)^{-2,3};$$

- интервал температур 200–400 °К.

9. Полученные экспериментально при выполнении лабораторной работы данные следует рассчитать и проанализировать с помощью компьютерной программы на языке программирования Python 3.8.1. Порядок установки программы приведен на с. 4–5.

10. Порядок оформления отчета представлен на с. 5.

Контрольные вопросы

1. На какие группы делятся вещества по их электрическим свойствам?
2. Что называется плотностью тока? Как она связана с концентрацией и дрейфовой скоростью носителей тока?
3. Запишите выражение для силы Лоренца, действующей на носители заряда. Определите направление силы Лоренца для двух разных направлений тока I и индукции поперечного магнитного поля B .

4. В чем заключается эффект Холла? Как объяснить природу ЭДС Холла?
5. Как расположены эквипотенциальные поверхности при прохождении постоянного тока через образец: а) в отсутствие магнитного поля; б) при включенном магнитном поле?
6. Какой физический смысл имеет постоянная Холла? Запишите выражение для постоянной Холла и расскажите, как ее экспериментально определяют. Каковы единицы измерения подвижности и константы Холла в системе единиц?
7. Какие электрофизические свойства металлов и полупроводников можно исследовать с помощью эффекта Холла?
8. Почему для изучения эффекта Холла используется измерение ЭДС, а не силы тока?
9. Можно ли по значению константы Холла (не имея никакой другой информации о данном образце) определить концентрацию носителей тока в полупроводнике?
10. Почему при изготовлении датчиков Холла используют не металлические материалы, а полупроводниковые?
11. Какие применения в технике находит явление Холла?

Список литературы

- Изучение эффекта Холла : метод. указания к лаб. работе по электричеству / авт.-сост.: А. В. Латышев, А. А. Спиридонов, С. В. Трухан. — Минск : БГУ, 2015.
- Сивухин, Д. В.* Общий курс физики : учеб. пособие : в 5 т. / Д. В. Сивухин. — 4-е изд. — М. : Физматлит, 2002—2005. — Т. 3 : Электричество. — 2004.
- Сидоренко, А. В.* Электричество и магнетизм / А. В. Сидоренко. — Минск : БГУ, 2017.
- Ташлыкова-Бувич, И. И.* Физика : учеб. пособие : в 2 ч. / И. И. Ташлыкова-Бувич. — 2-е изд. — Минск : Выш. шк., 2014. — Ч. 1 : Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм.
- Шимони, К.* Физическая электроника / К. Шимони. — М. : Энергия, 1977.

Лабораторная работа 9

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ДИОДОВ И ВЫПРЯМИТЕЛЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА НА ИХ ОСНОВЕ

Цель: ознакомиться с физическими процессами, происходящими в *n-p*-переходах полупроводников, выпрямительных диодах; экспериментально исследовать вольт-амперную характеристику диода и разработанные на его основе выпрямители переменного напряжения.

Теоретические сведения

Твердые тела в зависимости от электрических свойств можно разделить на три класса: металлы (проводники), полупроводники и диэлектрики. Полупроводники по величине удельной электрической проводимости занимают промежуточное место между металлами и диэлектриками. У проводников удельная электрическая проводимость имеет значения 10^4 – 10^6 См/см, у диэлектриков она менее 10^{-10} См/см, а у полупроводников определяется диапазоном от 10^{-10} до 10^4 См/см (1 См/см (Сименс/сантиметр) = 1 см^3 вещества).

Проводимость полупроводников может в значительной степени изменяться под действием температуры, освещения, давления и т. д. Электропроводность полупроводников определяется их энергетической структурой. В твердом теле, как и в атоме, энергия электрона не может принимать любое значение. Разрешенные значения энергии (уровни энергии) группируются в зоны, из которых рассмотрим две: *валентную зону* и *зону проводимости* (рис. 1).

В валентной зоне и зоне проводимости уровни энергии расположены достаточно густо, расстояние между соседними уровнями $\sim 10^{-23}$ эВ. В полупроводниках дно зоны проводимости отделено от потолка валентной зоны интервалом энергии ΔW_0 , внутри которого, если кристалл идеален и без примесей, разрешенных значений энергии нет, — это *запрещенная зона*.

При температуре $T = 0$ К в полупроводниках все уровни валентной зоны заняты и зоны проводимости свободны. В силу принципа Паули возможны переходы электронов с уровней валентной зоны на свободные уровни зоны проводимости. Для такого перехода необходима энергия, не меньшая, чем ширина запрещенной зоны ΔW_0 , которая, как правило,

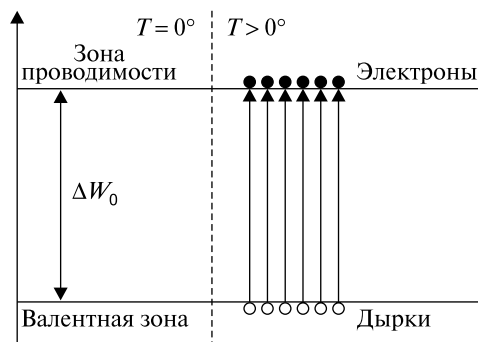


Рис. 1. Зонная структура полупроводника

составляет несколько десятых долей электрон-Вольт. Сообщение электрону такой энергии с помощью самого электрического поля требует полей очень большой напряженности, при которой происходит электрический пробой полупроводника.

При $T \geq 0$ К концентрация электронов, находящихся в зоне проводимости, а вместе с ней и проводимость полупроводника экспоненциально изменяются с температурой:

$$G = G_1 \exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT}\right).$$

Проводимость, возникающая в результате перехода электронов с верхних уровней валентной зоны в зону проводимости, называется **собственной**.

Если в основной кристаллической решетке полупроводника имеются примесные атомы, то в запрещенной зоне образуются локальные энергетические уровни (рис. 2). В зависимости от валентности атомов примеси эти уровни могут быть при $T = 0$ К либо свободны, либо полностью заняты электронами.

На рис. 2 показаны два случая: занятые электронами примесные уровни расположены вблизи дна зоны проводимости (а); свободные от электронов примесные уровни расположены вблизи потолка валентной зоны (б). Расстояние от дна зоны проводимости до примесных уровней ΔW_d в первом случае и от потолка валентной зоны до примесных уровней ΔW_a во втором называется **энергией ионизации примеси**. Примеси можно подобрать так, чтобы эти расстояния были малы по сравнению с шириной запрещенной зоны:

$$\Delta W_a \ll \Delta W_0, \Delta W_d \ll \Delta W_0.$$

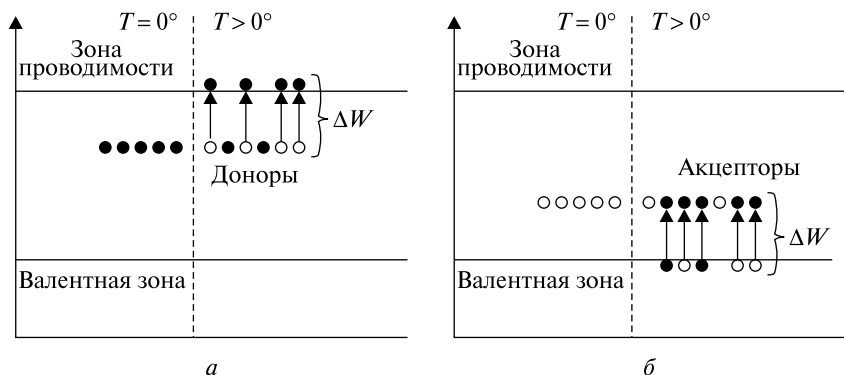


Рис. 2. Энергетическая модель примесного полупроводника при наличии доноров (а) и акцепторов (б)

При нагреве полупроводника с примесью, если оба неравенства выполнены, в первую очередь будут происходить переходы электронов между примесными уровнями и уровнями ближайшей зоны. В первом случае электроны с примесных уровней попадают в зону проводимости, где они становятся способными перемещаться под действием электрического поля: возникает *примесная электронная проводимость*. Примесь, поставляющая электроны в зону проводимости, называется *донорной*.

Во втором случае электроны переходят с верхних уровней валентной зоны на свободные примесные уровни. Часть уровней валентной зоны освобождается, и ее электроны получают возможность перемещаться под действием электрического поля: возникает *примесная дырочная проводимость*. Примесь, захватывающая электроны из валентной зоны (создающая дырки в валентной зоне), называется *акцепторной*.

Полупроводник без примесей называется **собственным полупроводником**. В нем концентрация электронов и дырок одинакова, она определяется выражением

$$n_i^2 = AT^3 \exp\left(-\frac{\Delta W}{kT}\right),$$

где A — коэффициент пропорциональности, $\text{К}^{-3} \cdot \text{м}^{-6}$.

При комнатной температуре концентрация носителей в чистом полупроводнике составляет 10^{16} – 10^{18} см^{-3} вещества. Для собственных полупроводников характерно высокое удельное сопротивление: для германия оно составляет $0,6 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, для кремния — $2,3 \text{ кОм} \cdot \text{м}$. При леги-

ровании полупроводника (введении акцепторной примеси) концентрация основных носителей (дырок) записывается как

$$p_p \approx Na,$$

где Na — концентрация атомов акцепторной примеси.

Получаем полупроводник *p-типа*. Концентрация дырок и электронов при этом удовлетворяет равенству

$$n_p p_p = n_i^2.$$

При введении в собственный полупроводник донорной примеси получаем полупроводник *n-типа*. Концентрация основных носителей электронов в этом случае определяется выражением

$$n_n \approx Ng,$$

где N — число электронов; g — заряд электронов.

Равновесная концентрация неосновных носителей (дырок) определяется из выражения

$$n_n p_n = n_i^2.$$

В случае когда ток переносится электронами и дырками, удельная электрическая проводимость полупроводника записывается как

$$G = e(\mu_n n + \mu_p p),$$

где μ_n и μ_p — подвижность электронов и дырок соответственно; n , p — концентрация электронов и дырок в полупроводнике соответственно.

Электронно-дырочный переход

Область на границе двух полупроводников с различными типами электропроводности называется **электронно-дырочным** или ***n-p*-переходом**.

Работа большинства полупроводниковых приборов основана на использовании одного или нескольких *n-p*-переходов.

При отсутствии на переходе внешнего напряжения происходит диффузия носителей заряда из одного полупроводника в другой. Из полупроводника *n*-типа в полупроводник *p*-типа диффундируют электроны, а в обратном направлении — дырки.

У границы *n-p*-перехода в области *p* возникает отрицательный объемный заряд, а в области *n* — положительный. Между образовавшимися объемными зарядами образуется контактная разность потенциалов $U_k = \varphi_n - \varphi_p$ и электрическое поле E_k . На рис. 3 представлена потенциальная диаграмма *n-p*-перехода, показывающая распределение потенциала вдоль оси Y ,

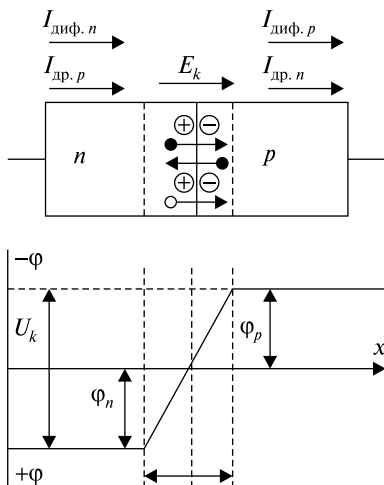


Рис. 3. Электронно-дырочный переход (распределение потенциала)

перпендикулярной плоскости раздела двух полупроводников, где за нулевой потенциал условно принят потенциал граничного слоя. В n - p -переходах возникает потенциальный барьер, препятствующий диффузионному переходу носителей.

Высота барьера равна контактной разности потенциалов и обычно составляет сотые доли Вольта. Одновременно с диффузионным перемещением основных носителей через n - p -переход происходит и обратное их перемещение под действием электрического поля контактной разности потенциалов. Перемещение неосновных носителей (дрейф) (на рис. 3 указано стрелками) создает токи дрейфа $I_{др. n}$ и $I_{др. p}$ электронов и дырок. Некоторая часть основных носителей, обладающих

достаточной энергией, преодолевает пониженный потенциальный барьер. Появляются диффузионные токи основных носителей $I_{диф. n}$, $I_{диф. p}$, т. е. возникает динамическое равновесие $I_{др} = I_{диф}$.

Если к n - p -переходу приложить внешнее поле напряженностью $\vec{E}_{обр}$, совпадающее с полем объемного заряда, то высота потенциального барьера повысится и запирающий слой расширится (рис. 4). При этом сопротивление n - p -перехода велико, и ток $I_{обр}$, обусловленный движением неосновных носителей, мал. Это **закрытый** переход.

Если к n - p -переходу приложить поле напряженностью $\vec{E}_{пр}$, полярность которого совпадает с полярностью основных носителей, то толщина запирающего слоя уменьшается.

Электрическое поле, создаваемое в n - p -переходе прямым напряжением, действует навстречу контактной разности потенциалов (на рис. 5 – противоположное направление векторов $\vec{E}_k$ и $\vec{E}_{пр}$).

Результирующее поле становится слабее, разность потенциалов в переходе уменьшается, т. е. высота потенциального барьера понижается, возрастает диффузионный ток. Ток дрейфа при этом почти не изменяется, так как он зависит только от числа неосновных носителей, попадающих за счет тепловых скоростей на n - p -переход из n и p -областей. При прямом напряжении $I_{диф} > I_{др}$ и прямой ток $I_{пр}$ уже не равен нулю: $I_{пр} = I_{диф} - I_{др}$ (**открытый** переход).

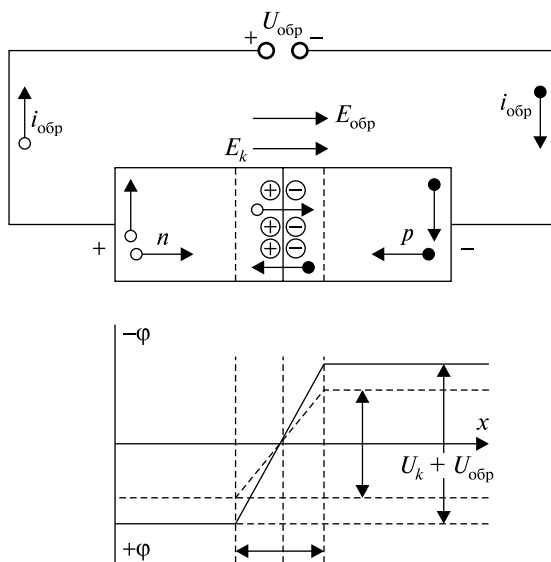


Рис. 4. Закрытый n - p -переход

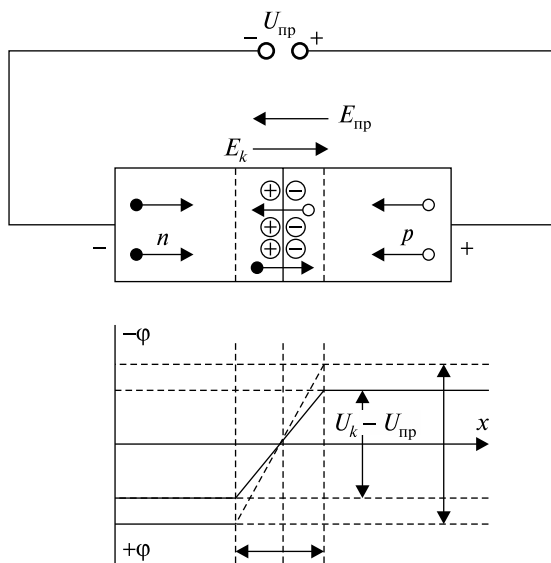


Рис. 5. Открытый n - p -переход

Вольт-амперная характеристика диода

Электронно-дырочный переход представляет собой полупроводниковый диод. При обеспечении n - p -перехода омическими контактами, хорошо проводящими в обоих направлениях, получаем плоскостной

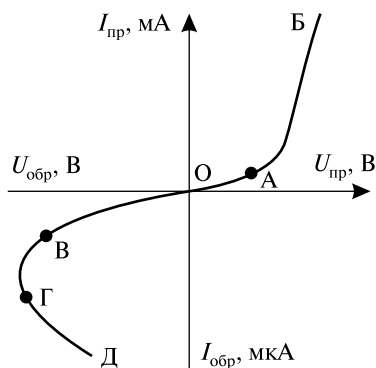


Рис. 6. Вольт-амперная характеристика полупроводникового диода

диод. Нелинейные свойства диода проявляются при рассмотрении его *вольт-амперной характеристики* (ВАХ) — графика зависимости тока от напряжения данного прибора (рис. 6).

На участке ОА ($|\bar{E}| < |\bar{E}_{\text{зап}}|$) прямой ток $I_{\text{пр}}$, определяемый выражением $I_{\text{пр}} = I_{\text{диф}} - I_{\text{др}}$, мал. При увеличении приложенного напряжения ($|\bar{E}| < |\bar{E}_{\text{зап}}|$) на участке АБ, характеризуемом отсутствием запирающего слоя, $I_{\text{диф}} \gg I_{\text{др}}$ и общий прямой ток $I_{\text{пр}}$ является практически диффузионным током основных носителей:

$$I_{\text{диф}} = I_{\text{Н}} \exp\left(\frac{U}{U_T \alpha}\right),$$

где $I_{\text{Н}}$ — обратный ток насыщения; U — напряжение n - p -перехода; α — коэффициент, определяемый материалом полупроводника ($\alpha = 1$ для германия, $\alpha = 1-2$ для кремния); U_T — температурный потенциал:

$$U_T = \frac{kT}{e}.$$

При выполнении $I_{\text{др}} = I_{\text{Н}}$ прямой ток $I_{\text{пр}}$ будет определяться как

$$I_{\text{пр}} = I_{\text{диф}} - I_{\text{др}} = I_{\text{Н}} \left(\exp \frac{U}{U_T \alpha} - 1 \right).$$

На обратной ветви ВАХ на участке ОВ обратный ток $I_{\text{обр}}$ определяется током дрейфа неосновных носителей $I_{\text{др}}$, который равен $I_{\text{Н}}$, т. е.

$$I_{\text{обр}} \approx I_{\text{др}}.$$

На участке ВГ обратной ветви ВАХ возникает пробой n - p -перехода, и обратный ток $I_{\text{обр}}$ резко возрастает. Возможны два вида электрического пробоя: лавинный и зенеровский. Лавинный возникает в слабелегированных полупроводниках, в которых неосновные носители приобретают энергию, достаточную для ионизации атомов, под действием приложенного напряжения U . Зенеровский (туннельный) пробой образуется в сильно легированных полупроводниках, когда за счет энергии поля появляется пара носителей электрон – дырка. Электрический пробой является обратимым, так как при снижении напряжения первоначальные свойства n - p -перехода восстанавливаются.

Области теплового пробоя соответствует участок ГД на обратной ветви ВАХ. Тепловой пробой необратим, так как вследствие перехода нагрева обратным током $I_{\text{обр}}$ и недостаточного теплоотвода его температура возрастает, сопротивление уменьшается, наступает перегрев и тепловое разрушение.

Выпрямительные схемы на полупроводниковых диодах

Процесс выпрямления состоит в преобразовании выпрямителем переменного напряжения в постоянное, которое используется для питания радиоэлектронных устройств.

В выпрямительных схемах используют полупроводниковые диоды как нелинейные устройства, сопротивление которых для прямого направления тока в сотни или тысячи раз меньше, чем для обратного.

Схема однофазного выпрямителя представлена на рис. 7.

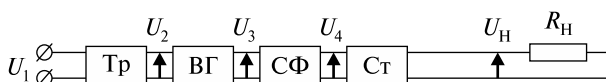


Рис. 7. Структурная схема однофазного выпрямителя

В состав схемы входит трансформатор Тр, изменяющий входное напряжение сети от U_1 до U_2 ; вентильная группа ВГ (один или несколько диодов), преобразующая напряжение U_2 в пульсирующее выпрямленное напряжение U_3 , состоящее из переменной $U_{\text{зпер}}$ и постоянной $U_{\text{зпост}}$ составляющих; сглаживающий фильтр СФ, на выходе которого получается постоянное напряжение U_4 с заданным уровнем пульсаций; стабилизатор напряжения Ст, который поддерживает неизменным нагрузочное напряжение $U_{\text{н}}$ при изменении выпрямленного напряжения или сопротивления нагрузки $R_{\text{н}}$. В зависимости от условий работы и требо-

ваний к выпрямителю отдельные блоки могут отсутствовать. Основные схемы выпрямителей, используемых для питания радиоэлектронной аппаратуры, можно свести к однополупериодному выпрямителю или двухполупериодному мостовому выпрямителю.

Параметрами выпрямителя являются:

- средние значения выпрямленного тока и напряжения: $I_{Н. ср}$ и $U_{Н. ср}$;
- мощность нагрузки: $P_{Н. ср} = U_{Н. ср} I_{Н. ср}$;
- амплитуда основной гармоники: U_{max} ;
- коэффициент пульсаций: $K_{п} = \frac{U_{max}}{U_{Н. ср}}$;
- действующие значения тока и напряжения в первичной и вторичной обмотках трансформатора: I_1, U_1, I_2, U_2 ;
- коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{P_{Н. ср}}{P_{Н. ср} + P_{тр} + P_{д}},$$

где $P_{тр}$ — потери в трансформаторе; $P_{д}$ — потери в диодах.

Для выпрямителей принципиальное значение имеет схема сглаживающего фильтра. Выпрямители, работающие с *емкостным фильтром*, позволяют получить хорошее сглаживание выпрямленного напряжения при малых размерах фильтра. Подобные выпрямители работают в широком диапазоне выпрямленных напряжений (от единиц Вольт до десятков килоВольт). Выпрямители с *индуктивным фильтром* применяются при больших токах нагрузки (свыше 1 А) в широком диапазоне выпрямленных напряжений.

Параметром, характеризующим работу фильтра, является коэффициент сглаживания

$$K_C = \frac{K_{п. вх}}{K_{п. вых}},$$

где $K_{п. вх}$ и $K_{п. вых}$ — коэффициенты пульсаций на входе и выходе фильтра соответственно.

Однополупериодный выпрямитель

Схема однополупериодного выпрямителя включает трансформатор Tr , к вторичной обмотке которого подключены полупроводниковый диод D и нагрузка R_H (рис. 8).

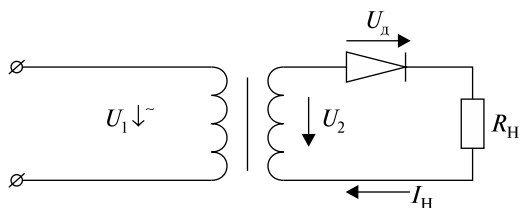


Рис. 8. Схема однополупериодного выпрямителя

Однополупериодную схему обычно применяют в маломощных выпрямителях и в тех случаях, когда не требуется высокая степень сглаживания выпрямленного напряжения. При анализе работы выпрямителя предположим, что диод является идеальным: прямое и обратное сопротивления диода равны 0 и ∞ соответственно, активное сопротивление обмоток трансформатора – 0.

Генератором переменной ЭДС является трансформатор, который при включении в сеть переменного напряжения U_1 наводит во вторичной обмотке напряжение U_2 (рис. 9). В интервалы $(0, T/2)$ и $(T, 3T/2)$ диод открыт, ток нагрузки I_H возникает под действием напряжения U_2 . Диод закрыт в интервалы $(T/2, T)$ и $(3T/2, 2T)$, ток в нагрузке I_H отсутствует ($I_H = 0$), а к закрытому диоду приложено напряжение U_2 .

Определим параметры выпрямителя. Среднее значение выпрямленного тока $I_{H, \text{cp}}$ и напряжения $U_{H, \text{cp}}$ рассчитывается следующим образом:

$$U_{H, \text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T U_H dt = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} U_{2\text{max}} \sin U_{2\text{max}} dt, \quad I_{H, \text{cp}} = \frac{U_{H, \text{cp}}}{R_H} = \frac{U_{2\text{max}}}{R_H \pi_{\text{д. пр}}}.$$

Для определения коэффициента пульсаций используется амплитуда основной гармоники, получаемая при разложении в ряд Фурье напряжения U_H :

$$U_H = U_{H\Phi} \left(1 + \frac{\pi}{2} \cos ut + \frac{2}{3} \cos 2ut - \frac{2}{15} \cos 4ut + \dots \right),$$

тогда $U_{\text{осн. max}} = U_{H, \text{cp}} \frac{\pi}{2}.$

Коэффициент пульсаций $K_{\text{п}}$ запишется в виде $K_{\text{п}} = \frac{U_{\text{осн. max}}}{U_{H, \text{cp}}} = \frac{\pi}{2}.$

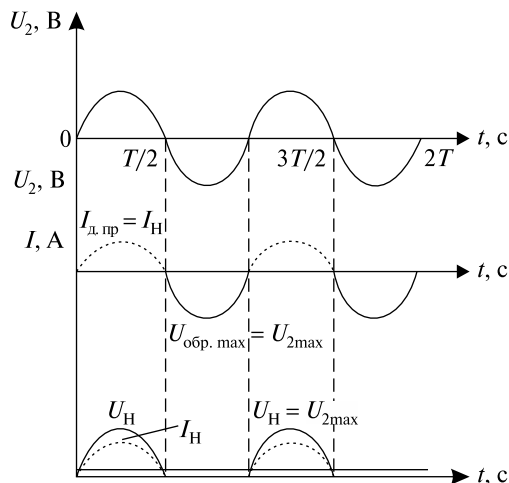


Рис. 9. Диаграммы напряжений и токов
однополупериодного выпрямителя

Однополупериодному выпрямителю свойственна простота конструкции. Однако есть и недостатки, заключающиеся в низких величинах выпрямленных токов $I_{H, \text{cp}}$ и напряжений $U_{H, \text{cp}}$, больших коэффициентах пульсаций $K_{\text{п}}$, значительной величине обратного напряжения диода.

Двухполупериодный мостовой выпрямитель

Двухполупериодная мостовая схема выпрямителя (рис. 10) является более мощной, так как для питания и нагрузки используются оба полупериода напряжения сети.

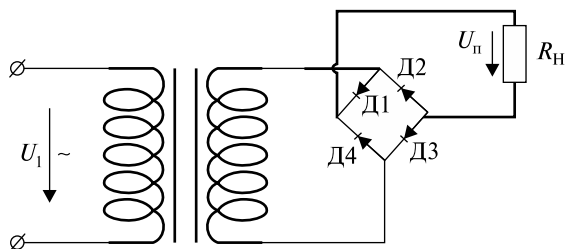


Рис. 10. Схема двухполупериодного
мостового выпрямителя:
Д1–Д4 – диоды

В мостовой схеме обратное напряжение на диоде в два раза меньше, чем в однополупериодной схеме, а частота пульсации выпрямленного напряжения в два раза больше частоты питающей сети, что позволяет уменьшить сглаживающий фильтр. Временные диаграммы напряжений и токов двухполупериодного мостового выпрямителя приведены на рис. 11.

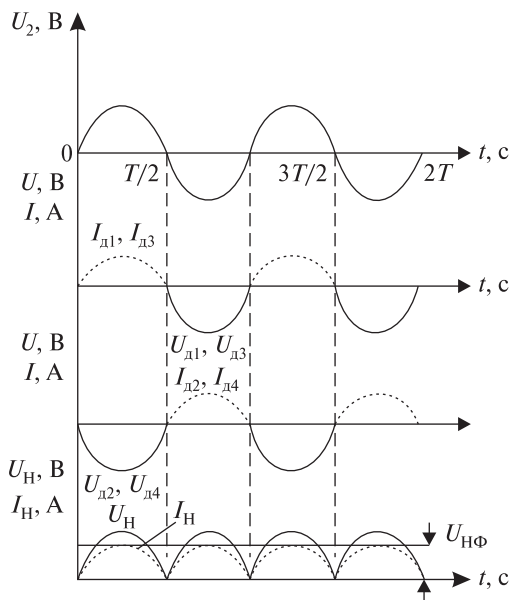


Рис. 11. Временные диаграммы напряжений и токов

Средние значения выпрямленных токов и напряжений оцениваются следующим образом:

$$U_{H. \text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^{-T} U_H dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} U_{2\text{max}} \sin(ut) dt = \frac{2U_{2\text{max}}}{\pi}, \quad I_{H. \text{cp}} = \frac{2}{\pi} \frac{U_{2\text{max}}}{R_H}.$$

Для мостовой схемы выпрямителя находим напряжение основной гармоники (U_{max}), разложив U_H в ряд Фурье:

$$U_H = U_{H\Phi} \left(1 + \frac{\pi}{2} \cos 2ut - \frac{2}{15} \cos 4ut + \dots \right), \quad U_{H. \text{max}} = \frac{2}{3} U_{H. \text{cp}}.$$

Коэффициент пульсаций рассчитывается следующим образом:

$$K_{\text{п}} = \frac{U_{\text{H. max}}}{\frac{2}{3}U_{\text{H. ср}}}.$$

Двухполупериодный мостовой выпрямитель позволяет получить меньший коэффициент пульсаций, чем однополупериодный.

Сглаживающие фильтры

По типу фильтрующего элемента в выпрямителях используют емкостные, индуктивные, индуктивно-емкостные фильтры.

Емкостной фильтр. Данный вид фильтра включается параллельно нагрузке. Схема однополупериодного выпрямителя с емкостным фильтром приведена на рис. 12.

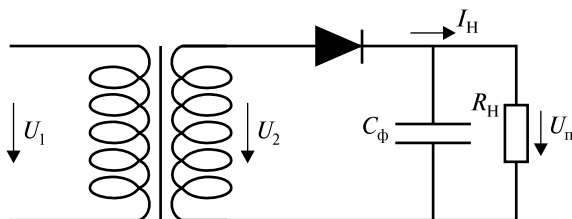


Рис. 12. Схема однополупериодного выпрямителя с емкостным фильтром

Конденсатор C_{ϕ} , включенный на выходе выпрямителя, представляет собой емкостное сопротивление X_C для переменной составляющей выпрямленного тока. Для обеспечения сглаживания пульсаций необходимо, чтобы выполнялось условие

$$X_C = \frac{1}{P\omega_1 C_{\phi}} \ll R_{\text{H}}, \quad (1)$$

где P — коэффициент, показывающий, во сколько раз частота основной гармоники выпрямленного напряжения $f_{\text{осн}}$ больше, чем частота тока f_1 ; $\omega_1 = 2\pi f_1$ — угловая частота сети; R_{H} — сопротивление нагрузки.

Временные диаграммы напряжений и токов однополупериодного выпрямителя с емкостным фильтром показаны на рис. 13.

Конденсатор C_{ϕ} в течение времени от t_1 до t_2 через открытый диод Д заряжается до амплитудного значения напряжения U_2 , так как $U_2 > U_C$.

В это время ток диода $I_d = I_C + I_H$. В течение времени (t_2, t_3) конденсатор C_Φ разряжается на нагрузку R_H , заполняя разрядным током паузу в нагрузочном токе I_H , которая имеется при отсутствии фильтра. В это время напряжение нагрузки U_H снижается до значений, равных значению в момент времени t_3 , при котором $U_C = U_2$, после чего диод вновь открывается, а конденсатор C_Φ заряжается.

Аналогичная схема для мостового выпрямителя и временные диаграммы приведены на рис. 14.

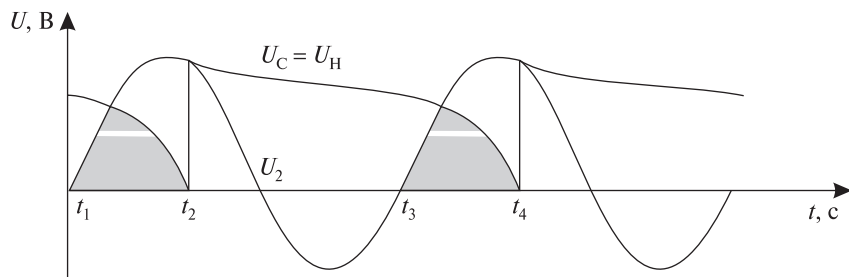


Рис. 13. Временные диаграммы напряжений и токов выпрямителя с емкостным фильтром

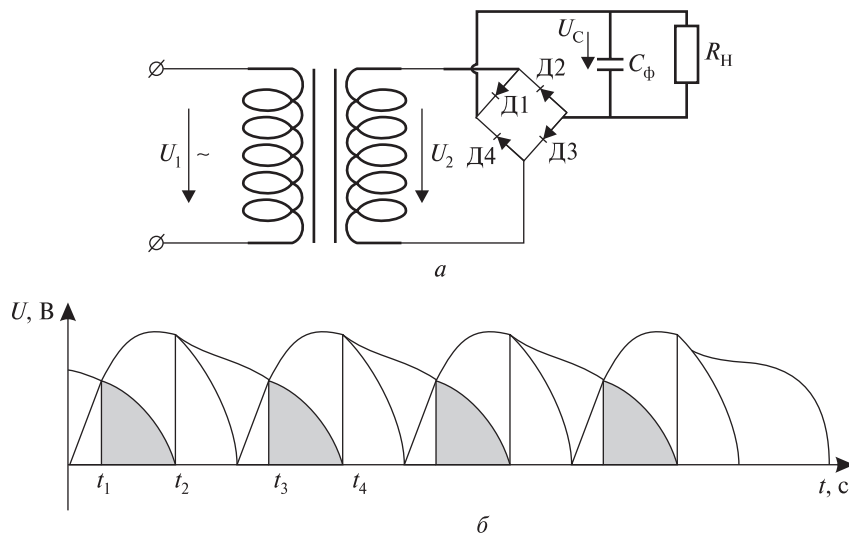


Рис. 14. Схема (а) и временные диаграммы токов и напряжений (б) двухполупериодного мостового выпрямителя

Индуктивный фильтр. Приведены схема однополупериодного выпрямителя с индуктивным фильтром рис. 15, а и его временные диаграммы токов и напряжений рис. 15, б.

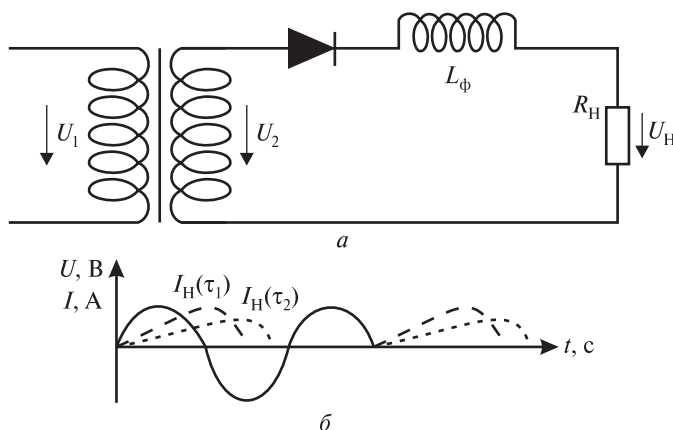


Рис. 15. Схема (а) и временные диаграммы напряжений и токов (б) однополупериодного выпрямителя с индуктивным фильтром

В обмотке дросселя L_ϕ , представляющего собой индуктивный фильтр, протекает пульсирующий ток. Переменная составляющая этого тока создает в сердечнике дросселя переменный магнитный поток, вызывающий ЭДС самоиндукции и препятствующий изменению тока в цепи. Снижение относительных изменений переменной составляющей тока в цепи вызывает уменьшение пульсации напряжения нагрузки U_H .

Для лучшего сглаживания пульсации необходимо выполнение следующего условия:

$$X_Z = P\omega_1 Z_\phi \gg R_H, \quad (2)$$

где X_Z — индуктивное сопротивление дросселя; $P = f_{\text{осн}} / f_1$, $f_{\text{осн}}$ — частота основной гармоники выпрямленного напряжения.

Анализ временных диаграмм (рис. 15, б) показывает, что ток нагрузки I_H получается сглаженным. Длительность импульса I_H увеличивается с ростом постоянной времени $\tau = Z_\phi / R_H$. Это обусловлено тем, что ток в цепи дросселя во время переходного процесса соответствует положительной полуволне выпрямленного напряжения U_H и зависит от t .

Индуктивно-емкостные фильтры. Индуктивные и емкостные фильтры, обладая такими преимуществами, как простота и малые потери

мощности, не имеют достаточно низких коэффициентов пульсации. В связи с этим на практике для получения более высоких коэффициентов сглаживания используют индуктивно-емкостные фильтры. Наиболее простая схема индуктивно-емкостного (Г-образного) фильтра представлена на рис.16.

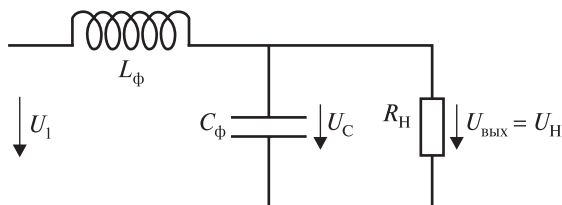


Рис. 16. Схема Г-образного фильтра

Г-образный фильтр состоит из дросселя L_ϕ и конденсатора C_ϕ , причем входным элементом является индуктивность.

При выполнении условия

$$X_C \ll R_H \ll X_L, \quad (3)$$

где $X_C = \frac{1}{\omega C_\phi}$ и $X_L = \frac{1}{\omega L_\phi}$, совместное включение дросселя и конденсатора более эффективно, чем по отдельности.

Общее сопротивление цепи, состоящей из дросселя L_ϕ и нагрузки (при включении параллельно R_H конденсатора C_ϕ) значительно снижается для переменной составляющей выпрямленного напряжения. Вследствие этого переменная составляющая выпрямленного тока, протекающего через дроссель L_ϕ , увеличивается, падение напряжения на нем возрастает. Переменная, составляющая напряжения на зажимах нагрузки, значительно уменьшается по сравнению с ее величиной при раздельном включении конденсатора и дросселя.

Из определения коэффициенты пульсаций на входе и выходе фильтра записывают

$$K_{п. \text{ вх}} = \frac{U_{\max \text{ вх}}}{U_{\phi. \text{ вх}}},$$

где $U_{\max \text{ вх}}$, $U_{\max \text{ вых}}$ — амплитудные значения основной гармоники; $U_{\phi. \text{ вх}}$, $U_{\phi. \text{ вых}}$ — средние значения выпрямленного напряжения на входе и выходе фильтра соответственно.

Если пренебречь активным сопротивлением дросселя, то падение напряжения на нем равно нулю и $U_{\text{ф. вх}} \approx U_{\text{ф. вых}}$. В этом случае коэффициент сглаживания

$$K_C = \frac{K_{\text{п. вх}}}{K_{\text{п. вых}}} = \frac{U_{\text{мах вх}}}{U_{\text{мах вых}}} \frac{U_{\text{ф. вх}}}{U_{\text{ф. вых}}} \approx \frac{U_{\text{мах вх}}}{U_{\text{мах вых}}}. \quad (4)$$

$$K_C = \frac{U_{\text{мах вх}}}{U_{\text{мах вых}}} = \frac{|Z_{\text{вх}}|}{|Z_{\text{вых}}|} = \frac{jX_L - jX_C}{-jX_C} = \frac{X_L}{X_C} - 1. \quad (5)$$

Подставляя в выражение (5) значения X_L , X_C из формул (1) и (2), получаем

$$K_C = (p\omega_1)^2 L_{\text{ф}} C_{\text{ф}} - 1. \quad (6)$$

Поскольку при расчете фильтров обычно коэффициент сглаживания задан и искомыми величинами являются $L_{\text{ф}}$ и $C_{\text{ф}}$, то выражение (6) можно переписать в виде $L_{\text{ф}} C_{\text{ф}} = K_C + 1 / (p\omega_1)^2$.

Расчетными формулами для $L_{\text{ф}}$ и $C_{\text{ф}}$ являются при $f = 50$ Гц

$$L_{\text{ф}} C_{\text{ф}} = \frac{10(K_C + 1)}{p^2} \text{ Гн} \cdot \text{мкФ}, \quad (7)$$

при $f = 400$ Гц

$$L_{\text{ф}} C_{\text{ф}} = \frac{0,16(K_C + 1)}{p^2} \text{ Гн} \cdot \text{мкФ}. \quad (8)$$

Схема П-образного фильтра, приведенного на рис. 17, может состоять из двух простых звеньев: емкостного, состоящего из конденсатора $C_{\text{ф1}}$, и Г-образного, включающего дроссель $L_{\text{ф1}}$ и конденсатор $C_{\text{ф2}}$.

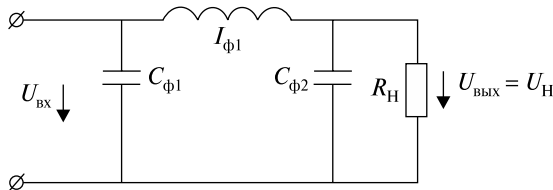


Рис. 17. Схема П-образного сглаживающего фильтра

Расчет П-образного фильтра проводится с использованием соотношений (4), (6)–(8).

Экспериментальная установка

Для построения ВАХ полупроводникового диода используется схема (рис. 18). На ней выведены клеммы 1 для подключения источника напряжения, клеммы 2 для подсоединения амперметра (обычно используется комбинированный прибор), переключатель 3. Переключатель 3 (где $Z_{\text{вх}}$ — полное сопротивление нагрузки и фильтра, $Z_{\text{вых}}$ — полное сопротивление нагрузки и конденсатора фильтра) имеет два положения: крайнее правое соответствует прямому подключению диода, а крайнее левое — обратному включению диода.

При изучении прямой ветви ВАХ устанавливают пределы напряжения 0–15 В, пределы изменения токов 0–300 мА. Для исследования обратной ветви вольт-амперной характеристики используют пределы напряжения 0–100 В, пределы токов 0–100 мА.

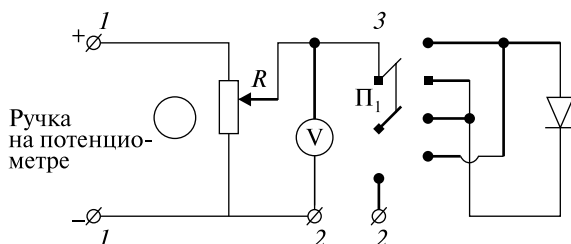


Рис. 18. Схема для исследования вольт-амперной характеристики диода

Схема для изучения основных параметров выпрямителей приведена на рис. 19.

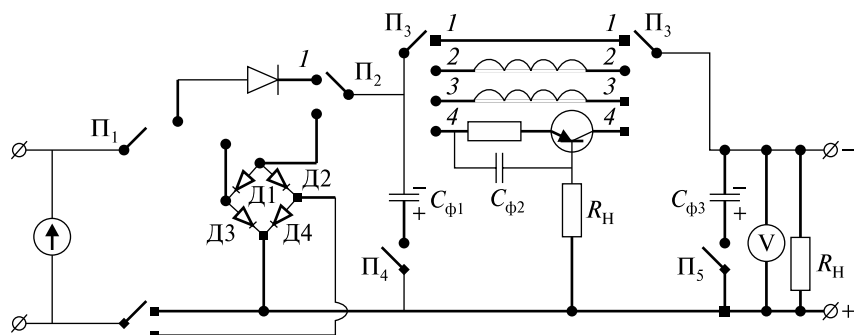


Рис. 19. Схема для изучения основных параметров выпрямителей

На нее выведены: клемма 1 — для подключения генератора; клеммы 2 — для подсоединения ЭЛЮ или вольтметра (или комбинированного прибора); переключатели Π_1 и Π_2 — для подключения однополупериодного выпрямителя (положение переключателей Π_1 и Π_2 — влево) или двухполупериодного выпрямителя (положение переключателей Π_1 и Π_2 — вправо); Π_3 — для подсоединения фильтра (положение 1 — без фильтра, положение 2 — индуктивный фильтр с $Z_{\phi 1}$, положение 3 — индуктивный фильтр с $Z_{\phi 2}$, положение 4 — электронный фильтр на транзисторе), Π_4 и Π_5 — для подключения емкостных фильтров $C_{\phi 1}$ и $C_{\phi 2}$ (положение переключателей Π_4 и Π_5 вверх — фильтр подключен, положение вниз — отключен).

Порядок выполнения работы

Ознакомьтесь с лабораторной установкой и подготовьте ее к работе. Включите в сеть и выставьте необходимые пределы токов и напряжений на используемых приборах.

1. Изучение вольт-амперной характеристики диода

1. Подключите источник питания к клеммам 1–1, амперметр (или комбинированный прибор) — к клеммам 2–2, переключатель Π_1 переведите в крайнее правое положение (см. рис. 18). Установите нужное значение напряжения и ток не более 300 мА.

2. Определите зависимость $I_{\text{пр}} = f(U_{\text{пр}})$. Измерение этой зависимости проводят при изменении напряжений $U_{\text{пр}}$ от 0,2 до 1,5 В с шагом 0,2 В. Результаты занесите в разработанную вами таблицу.

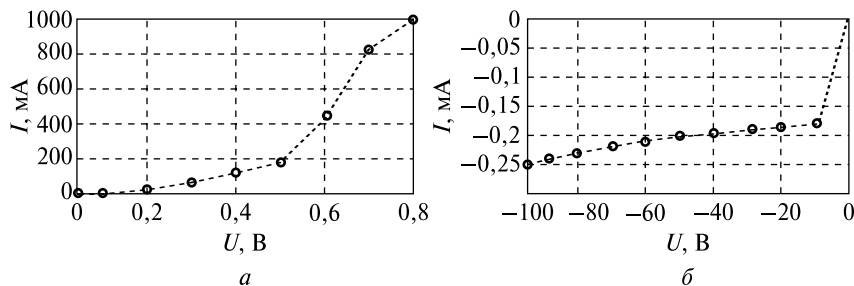


Рис. 20. Пример прямой (а) и обратной (б) ветви ВАХ диода

3. Установите переключатель Π_1 в крайнее левое положение. Выставьте на источнике питания значение $U_{обр} = 10 \text{ В}$.

4. Определите зависимость $I_{обр} = f(U_{обр})$. Для этого изменяйте $U_{обр}$ в пределах от 0 до 100 В с шагом 10 В. Результаты занесите в разработанную вами таблицу (см. п. 2).

5. Постройте вольт-амперную характеристику диода.

Пример прямой и обратной ветви ВАХ диода представлен на рис. 20.

2. Исследование выпрямительных схем на полупроводниковых диодах

1. Соберите схему (см. рис. 19) однополупериодного выпрямителя (рис. 21).

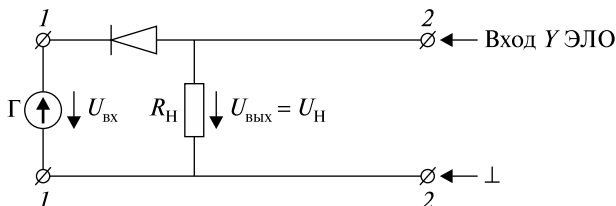


Рис. 21. Схема однополупериодного выпрямителя

Установите переключатели Π_1 , Π_2 в положение «влево», переключатель Π_3 — в положение 1, переключатели Π_4 , Π_5 — в положение «вниз». К клеммам 1–1 подключите генератор и подайте монохроматический сигнал с частотой $f = 100 \text{ Гц}$ и амплитудой $U_{ген} = 6 \text{ В}$.

Зарисуйте осциллограмму напряжений.

Пример осциллограммы синусоидального напряжения генератора $U_{вх}$ с амплитудой $U_{max} = 6,0 \text{ В}$ и частотой $f = 100 \text{ Гц}$ (период $T = 10 \text{ мс}$), напряжения $U_{вых} = U_H$ на нагрузочном сопротивлении R_H представлены на рис. 22.

Измерьте вольтметром постоянного тока (или комбинированным прибором в режиме постоянного напряжения) среднее значение напряжения на нагрузке $U_{H. ср}$.

По осциллограмме определите амплитуду переменной составляющей $U_{H. max}$ (переключатель ЭЛО «1~» устанавливается в положение «~»).

Рассчитайте полученный экспериментально коэффициент пульсации по формуле

$$K_{п}^{эсп} = U_{H. max} / U_{H. ср}.$$

Результат занесите в разработанную вами таблицу.

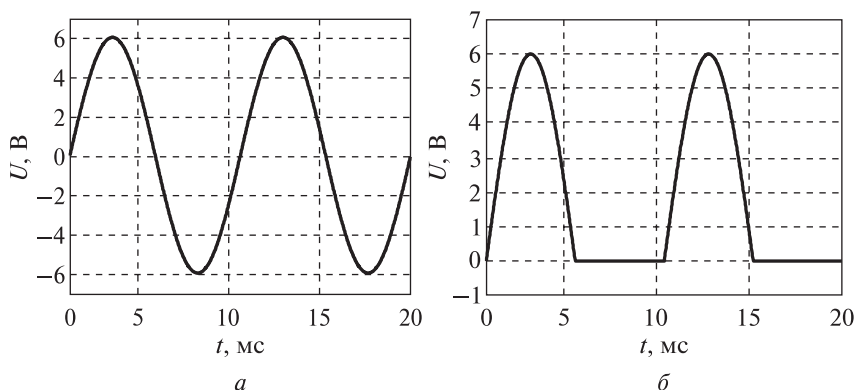


Рис. 22. Пример осциллограммы синусоидального напряжения генератора $U_{\text{вх}}$ (а) и напряжения $U_{\text{вых}} = U_{\text{H}}$ на нагрузочном сопротивлении R_{H} (б)

2. На примере схемы (см. рис. 19) соберите схему *двухполупериодного* мостового выпрямителя (рис. 23).

К клеммам 1–1 подключите генератор и подайте сигнал частотой 100 Гц и амплитудой 6 В. Установите переключатели Π_1 , Π_2 в положение «вправо», переключатель Π_3 – в положение 1, переключатели Π_4 , Π_5 – в положение «вниз».

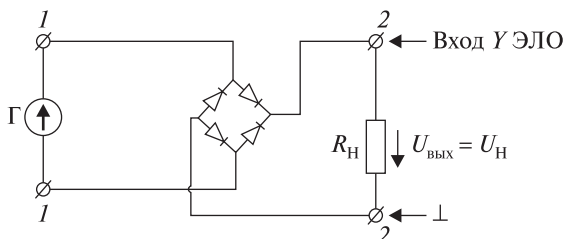


Рис. 23. Схема двухполупериодного мостового выпрямителя

Зарисуйте осциллограммы напряжений: $U_{\text{вх}}$, $U_{\text{вых}} = U_{\text{H}}$.

Пример осциллограммы синусоидального напряжения генератора $U_{\text{вх}}$ с амплитудой $U_{\text{max}} = 6,0$ В и частотой $f = 100$ Гц (период $T = 10$ мс), напряжения $U_{\text{вых}} = U_{\text{H}}$ на нагрузочном сопротивлении R_{H} представлен на рис. 24.

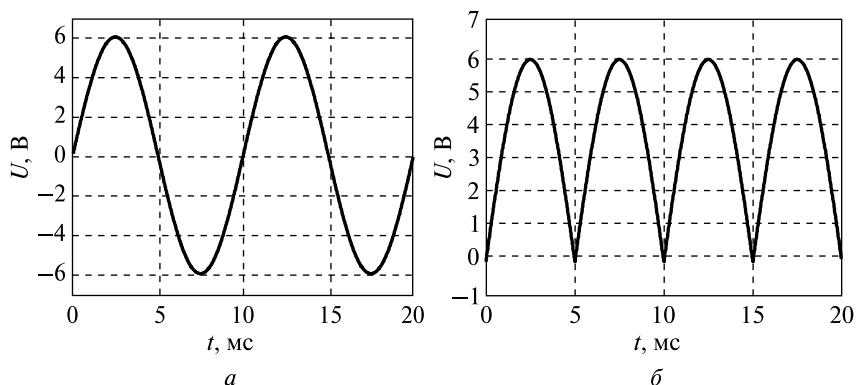


Рис. 24. Пример осциллограммы синусоидального напряжения генератора $U_{\text{вх}}$ (а) и напряжения $U_{\text{вых}} = U_{\text{н}}$ на нагрузочном сопротивлении $R_{\text{н}}$ (б)

Измеряют среднее значение напряжения на нагрузке.

По осциллограмме выходного напряжения определите амплитуду переменной составляющей $U_{\text{н max}}$ (переключатель ЭЛО « $\perp \sim$ » устанавливается в положение « $\sim$ »).

Определите экспериментальный коэффициент пульсаций по формуле

$$K_{\text{п}}^{\text{эксп}2} = U_{\text{н max}} / U_{\text{н ср}}.$$

3. Результат занесите в разработанную вами таблицу (см. п. 1).

3. Изучение сглаживающих фильтров в схемах выпрямления переменного напряжения

1. На примере схемы (см. рис. 19) соберите схему *однополупериодного* выпрямителя с емкостным фильтром $C_{\text{ф1}}$. Для этого переключатели П_1 , П_2 ставят в положение «влево», переключатель П_3 — в положение 1, переключатель П_4 — в положение «вверх», переключатель П_5 в положение «вниз». К клеммам 1–1 подключают генератор и подают сигнал частотой 100 Гц, и амплитудой 6 В. На входе фильтра получают напряжение $U_{\text{ф. вх}} = U_{\text{вых}}$ (см. п. 1 и 2 (с. 147–149)). Вольтметром постоянного тока измерьте постоянную составляющую $U_{\text{н. ф}}$ на выходе фильтра. По осциллограмме напряжения нагрузки $U_{\text{н. ф}}$ определяют амплитуду переменной составляющей $U_{\text{н max}}$.

Экспериментальный коэффициент пульсаций $K_{п. вых}^{эксп}$ рассчитайте по формуле

$$K_{п. вых}^{эксп} = \frac{U_{н. max}}{U_{н. ср}}. \quad (9)$$

Коэффициент сглаживания $K_c^{эксп}$ рассчитайте согласно выражению

$$K_c^{эксп} = \frac{K_{н. вх}^{эксп}}{K_{н. вых}^{эксп}} \quad (10)$$

(см. п. 1 и 2 (с. 147–149)).

Пример осциллограммы напряжения $U_{вых} = U_n$ на нагрузочном сопротивлении R_n с параллельно подключенным емкостным фильтром $C_{ф1}$ для синусоидального напряжения генератора $U_{вх}$ с амплитудой $U_{max} = 6,0$ В и частотой $f = 100$ Гц (период $T = 10$ мс) представлен на рис. 25.

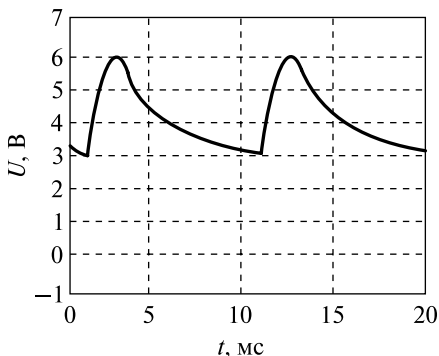


Рис. 25. Пример осциллограммы напряжения $U_{вых} = U_n$ на нагрузочном сопротивлении R_n с параллельно подключенным емкостным фильтром $C_{ф1}$ для синусоидального напряжения генератора $U_{вх}$

2. На примере схемы (см. рис. 19) собирают схему *однополупериодного* выпрямителя с емкостным фильтром $C_{ф2}$. Схему соберите аналогично п. 1, только положение переключателя $П_5$ установите «вверх».

Рассчитайте коэффициент пульсаций на выходе фильтра $C_{ф2}$: $K_{н. вых}^{эксп}$ и коэффициент сглаживания $K_c^{эксп}$ согласно выражениям (9), (10), используя результаты, полученные для емкостного фильтра $C_{ф2}$. Полученные результаты занесите в разработанную вами таблицу.

3. Рассчитайте коэффициент пульсаций и сглаживания согласно выражениям (9), (10) для *двухполупериодного* мостового выпрямителя с емкостными фильтрами $C_{ф1}$ и $C_{ф2}$. Результаты занесите в таблицу выше.

4. Рассчитайте теоретический коэффициент пульсаций:

$$K_{\text{п. вых}}^{\text{теор}} = \frac{U_{\text{н. max}}}{U_{\text{н. ср}}} = \frac{1}{2C_{\text{ф}} p f R_{\text{н}}},$$

где для схем с одно- и двухполупериодными выпрямителями $f = 100$ Гц $\rho = 1$ и $\rho = 2$ соответственно.

5. На примере схемы (см. рис. 19) соберите схему *однополупериодного* выпрямителя (затем *двухполупериодного* мостового выпрямителя) с *индуктивным фильтром* $L_{\text{ф1}}$. Подайте на схему сигнал от генератора с параметрами согласно п. 1. Напряжение на входе фильтра $U_{\text{вх}} = U_{\text{вых}}$ (см. п. 1 и 2 (с. 149–150)), коэффициент пульсаций на входе $K_{\text{п. вх}} = K_{\text{п}}$ (см. п. 1 и 2). Зарисуйте осциллограмму напряжения на выходе $L_{\text{ф1}}$ фильтра: $U_{\text{вых}} = U_{\text{н}}$.

Измерьте среднее значение напряжения на нагрузке $U_{\text{н. ср}}$. По осциллограмме напряжения нагрузки $U_{\text{н}}$ определите амплитуду переменной составляющей напряжения на выходе фильтра $U_{\text{н. max}}$. Определите коэффициент пульсаций $K_{\text{п. вых}}^{\text{экс}}$ и коэффициент сглаживания $K_{\text{с}}^{\text{экс}}$ согласно выражениям (9), (10).

6. Аналогично исследуйте работу *фильтра* $L_{\text{ф2}}$ со схемами выпрямителей.

7. Рассчитайте теоретический коэффициент пульсаций для выпрямителя с индуктивным фильтром по формуле

$$K_{\text{п. вых}}^{\text{теор}} = \frac{U_{\text{н. max}}}{U_{\text{н. ср}}} = \frac{R_{\text{н}} + R_{\text{др}}}{\sqrt{(R_{\text{н}} + R_{\text{др}})^2 + (\omega p L_{\text{ф}})^2}} \cdot K_{\text{п. вх}}^{\text{теор}},$$

где для одно- и двухполупериодного выпрямителей $\rho = 1$ и $\rho = 2$ соответственно.

8. Полученные экспериментально при выполнении лабораторной работы данные следует рассчитать и проанализировать с помощью компьютерной программы на языке программирования Python 3.8.1. Порядок установки программы приведен на с. 4–5.

9. Порядок оформления отчета представлен на с. 5.

Контрольные вопросы

1. Объясните физические процессы, происходящие в электронно-дырочном переходе.
2. Что собой представляет ВАХ полупроводникового диода?

3. Опишите структурную схему выпрямителя переменного напряжения.
4. Перечислите основные электрические характеристики выпрямителя переменного напряжения.
5. Опишите электрическую схему и принцип действия однополупериодного выпрямителя.
6. Опишите электрическую схему и принцип действия мостовой схемы выпрямителя.
7. В чем состоят функции фильтров?
8. Перечислите особенности емкостных и индуктивных фильтров.

Список литературы

Калашников, С. Г. Электричество / С. Г. Калашников. — 6-е изд. — М. : Физматлит, 2003.

Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие : в 5 т. / Д. В. Сивухин. — 4-е изд. — М. : Физматлит, 2002—2005. — Т. 3 : Электричество. — 2004.

Сидоренко, А. В. Электричество и магнетизм / А. В. Сидоренко. — Минск : БГУ, 2017.

Ташлыкова-Бувич, И. И. Физика : учеб. пособие : в 2 ч. / И. И. Ташлыкова-Бувич. — 2-е изд. — Минск : Выш. шк., 2014. — Ч. 1 : Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм.

Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. — 11-е изд. — М. : Академия, 2006.

Электричество : Физический практикум / авт.-сост.: В. А. Саечников [и др.]. — Минск : БГУ, 2002.

Лабораторная работа 10

ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ТЕРМОЭЛЕКТРОННОЙ ЭМИССИИ

Цель: изучить явление термоэлектронной эмиссии, на основании этого явления провести экспериментальное исследование физических постоянных.

Теоретические сведения

Явление **термоэлектронной эмиссии** заключается в испускании электронов с поверхности нагретого твердого тела. В простейшем случае оно проявляется в том, что в электрической цепи с двумя телами (электродами), разделенными вакуумным зазором, обнаруживается электрический ток.

Современные представления о природе термоэлектронной эмиссии в металлах основываются на следующих предположениях. Распределение электронов по энергетическим уровням в металле подчиняется статистике Ферми – Дирака, согласно которой вероятность квантового состояния с энергией E для электронов определяется функцией Ферми – Дирака:

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1}.$$

Графики функции Ферми – Дирака $f(E)$ для нескольких температур представлены на рис. 1. При $T = 0$ $f(E)$ имеет вид разрывной функции. Для всех энергий $E < E_F$ $f = 1$, т. е. все квантовые состояния с такими энергиями заняты электронами. При $T \neq 0$ функция $f(E)$ становится непрерывной и тем более размытой, чем выше температура.

Для металлов E_F составляет порядка нескольких электрон-Вольт (эВ). В связи с этим для комнатных температур и даже более высоких (вплоть до температуры плавления) распределение электронов существенно не отличается от распределения для $T \neq 0$. В то же время, если обозначить через E_0 минимальное значение энергии электрона, способного покинуть объем металла, то в состояниях с энергией $E > E_F$ при $T \neq 0$ будет находиться некоторая часть электронов, концентрация которых увеличивается с ростом температуры (заштрихованная часть на рис. 1).

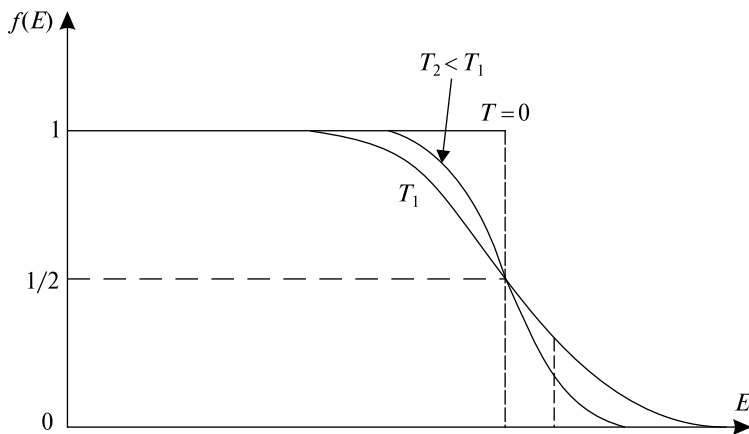


Рис. 1. Функция Ферми – Дирака для металлов

Минимальная работа, которую должен совершить электрон, переходя из объема металла в вакуум, выражается как $A = E_0 - E_F$. Эту величину называют **работой выхода** электрона из металла в вакуум.

Термоэлектронную эмиссию удобно изучать и наблюдать с помощью вакуумного диода, который имеет два электрода (накаленный катод, служащий для эмиссии электронов, и анод, принимающий эти электроны), расположенные в стеклянном, металлическом или керамическом баллоне.

Рассмотрим физические процессы, протекающие в диоде с катодом косвенного накала и плоскими электродами, включенными по схеме (рис. 2). Напряжение («+» на аноде) создает между анодом и катодом электрическое поле, которое при напряжении накала $U_{\text{нак}} = 0$ будет однородным. Когда $U_{\text{нак}} \neq 0$, катод испускает термоэлектроны, которые в пространстве между анодом и катодом создают отрицательный объемный заряд, препятствующий движению электронов к аноду и имеющий наибольшую плотность вблизи катода. Распределение электрического поля становится неоднородным.

Выделяют два режима работы диода:

1) режим **насыщения** ($U_a \geq U_{\text{а. нас}}$). Все электроны, вылетевшие из катода, под действием ускоряющего поля между анодом и катодом долетают до анода. Тогда эмиссионный ток $I_{\text{э}}$ равен анодному току $I_{\text{а}}$ и будет максимальным для данной температуры катода (этот ток называется током насыщения):

$$I_{\text{а}} = I_{\text{э}};$$

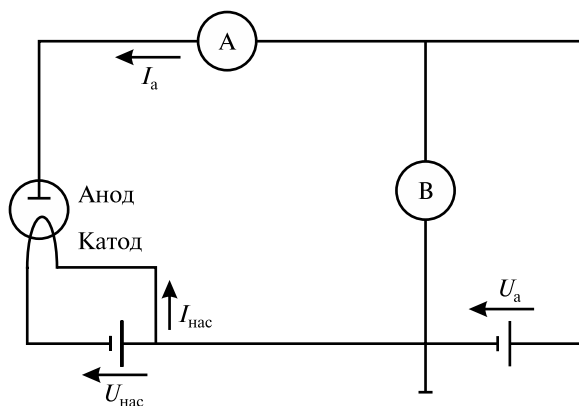


Рис. 2. Схема для изучения явления термоэлектронной эмиссии

2) режим *объемного заряда* ($U_a < U_{a. \text{нас}}$). Вблизи катода имеется объемный заряд, образующий тормозящее для термоэлектрона поле. Электроны с малой энергией не преодолевают этого поля и возвращаются на катод. И только электроны с большой энергией долетают до анода. В этом режиме

$$I_a < I_3.$$

Формула Ричардсона – Дэшмана

С практической точки зрения важно выяснить вопрос о значениях максимальных токов, которые могут быть получены с помощью термоэлектронной эмиссии. Опытным путем установлено, что плотность тока насыщения j_n можно вычислить по формуле

$$j_n = CT^2 \exp\left(-\frac{A}{kT}\right), \quad (1)$$

где C – постоянная, значение которой зависит от характера прохождения электронов через поверхность. Величины C и A для конкретных веществ обычно определяются по температурной зависимости $j_n(T)$. Строго говоря, они не являются константами вещества, так как зависят от ряда внешних факторов (состояния поверхности, величины внешнего поля и т. п.). Для большинства чистых металлов значение C варьируется в интервале от 15 до 350 А/(см² · К²). Работа выхода A , кроме того, является функцией температуры. Соответственно, величину A ,

определяемую по формуле (1), следует рассматривать как некоторую эффективную работу выхода электрона.

Выражение для плотности тока насыщения в явлении термоэлектронной эмиссии называют **формулой Ричардсона – Дэшмана**.

Экспериментально токи насыщения могут наблюдаться при достаточно большой разности потенциалов ($U_a < U_{a. \text{нас}}$).

Вольт-амперная характеристика вакуумного диода.

Формула Богуславского – Ленгмюра

Для вакуумного диода, используемого в качестве объекта исследования, основной особенностью зависимости $I(U)$ является то, что область плато (рис. 3) понижается или повышается при изменении температуры. Таким образом, вакуумный диод обладает *нелинейной* ВАХ.

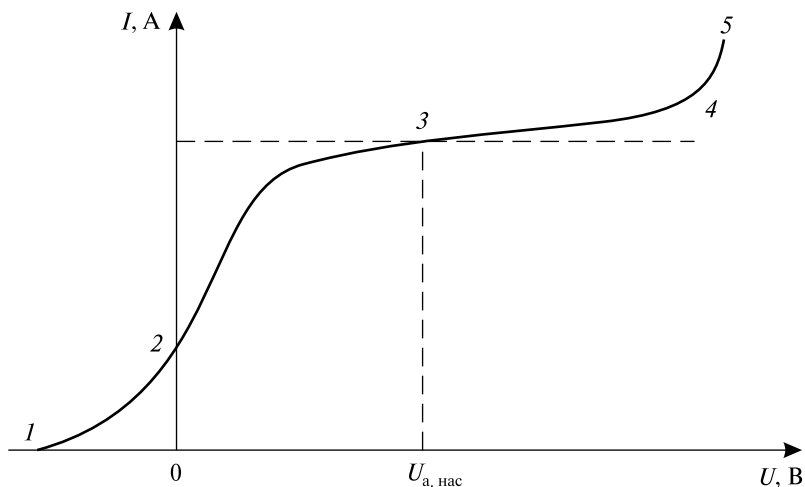


Рис. 3. Вольт-амперная характеристика диода

Рассмотрим отдельные участки подобной зависимости. При напряжении на диоде $U = 0$ в цепи существует электрический ток $I \neq 0$. Термоэлектроны катода вследствие их теплового движения могут достигать анода и без внешнего (тянущего) электрического поля и тем самым создавать электрический ток в цепи. Для того чтобы электрический ток стал равным нулю, надо создать тормозящее электрическое поле (участок 1–2), т. е. потенциал катода должен быть выше потенциала анода. Участок 2–3 представляет наибольший интерес, так как эта область

характеристики диода часто используется на практике. Как показывают измерения, зависимость тока от напряжения в этом случае достаточно хорошо представляется выражением

$$I = BU^{\frac{3}{2}},$$

где B — коэффициент, который зависит от геометрии и формы электродов. В этом случае ток связан с перемещением термоэлектронов под действием «тянущего» электрического поля между катодом и анодом.

На участке 3–4 наблюдается некоторое увеличение тока через диод, которое связывают с уменьшением работы выхода электронов из твердого тела под действием электрического поля (эффект Шоттки). Он существенен для достаточно больших электрических полей у поверхности катода $E > 10$ – 100 кВ. В сильных электрических полях ($E > 10^5$ В/см) к термоэлектронной эмиссии добавляется *автоэлектронная эмиссия*, соответствующая участку 4–5. Такую дополнительную эмиссию связывают с просачиванием электронов через потенциальный барьер, образующийся на границе тела.

Вольт-амперную характеристику вакуумного диода можно рассчитать. Остановимся на наиболее интересном ее участке 2–3. Будем основываться на следующей упрощенной модели:

- начальные скорости электронов, эмитируемых катодом, равны нулю;
- анодный ток далек от насыщения;
- пространственный заряд создает такое распределение потенциала между катодом и анодом, что непосредственно у поверхности катода напряженность поля равна нулю.

Будем считать, что электроды диода представляют собой плоскопараллельные пластины. Используем уравнение Пуассона для расчета распределения поля объемного заряда между катодом и анодом:

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (2)$$

где ρ — плотность объемного заряда, Кл/м³.

Если принять потенциал катода $\varphi_k = 0$, то, обозначив U как напряжение в точке x , запишем выражение (2) в виде

$$\nabla^2 U = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

Поскольку движение электрона происходит в направлении x , данное уравнение можно записать в виде

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}. \quad (3)$$

Известно, что плотность тока вычисляют с помощью выражения

$$j = n|e|v_{\text{др}} = -\rho v_{\text{др}} = -\rho \sqrt{\frac{2|e|}{m_e}} U,$$

где n — концентрация электронов $\left(n = -\frac{\rho}{|e|}\right)$; $v_{\text{др}}$ — дрейфовая составляющая скорости электронов, приобретаемая ими под действием электрического поля между катодом и анодом, определяемая из выражения $\frac{1}{2} m_e v_{\text{др}}^2 = eU$.

Подставив ρ в выражение (3), получим

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m_e}{2|e|}} U^{\frac{3}{2}}.$$

Умножив обе части данного уравнения на $\frac{dU}{dx}$, получим

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dx} \left(\frac{dU}{dx} \right)^2 = \frac{j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m_e}{2|e|}} 2 \frac{d}{dx} (U)^{\frac{3}{2}}.$$

Интегрируя данное уравнение и используя граничное условие $\frac{dU}{dx} = 0$, при $U = 0$ получим

$$\frac{dU}{dx} = 2 \left[\frac{j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m_e}{2|e|}} \right] U^{\frac{3}{2}}.$$

После повторного интегрирования и подстановки граничного условия $U = 0$ при $x = 0$ получим

$$U^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{4} \frac{j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m_e}{2|e|}} x^2.$$

Подстановка $U = U_a$ при $x = d$ дает

$$U_a^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{4} \frac{j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m_e}{2|e|}} d^2.$$

Обозначив S площадь катода, получим зависимость $I_a = f(U_a)$ для диода с плоскими электродами:

$$I_a = \frac{9}{4} \varepsilon_0 \left(\frac{2|e|}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}} U_a^{\frac{3}{2}} \frac{S}{d^2} \text{ или } I_a = B_{\text{пл}} U_a^{\frac{3}{2}},$$

где $B_{\text{пл}}$ — геометрический параметр диода, вычисляемый как

$$B_{\text{пл}} = \frac{9}{4} \varepsilon_0 \left(\frac{2|e|}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{S}{d^2}.$$

Аналогично, решив уравнение

$$\begin{aligned} \nabla^2 U &= \frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} = \\ &= -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \end{aligned}$$

можно найти зависимость $I_a(U_a)$ для диода с цилиндрическими электродами:

$$I_a = B_{\text{ц}} U_a^{\frac{3}{2}}, \quad (4)$$

где $B_{\text{ц}}$ — геометрический параметр для цилиндрического диода, зависящий от длины электродов, их радиусов и количества.

Таким образом, экспериментальные зависимости ВАХ могут быть получены теоретически. Такую зависимость называют **законом трех вторых** или **формулой Богуславского — Ленгмюра**.

Определение физических постоянных при исследовании эффекта термоэлектронной эмиссии

Экспериментально измеряя ВАХ диода при различных значениях напряжения накала $U_{\text{нак}}$ (рис. 4), можно определить некоторые физические постоянные.

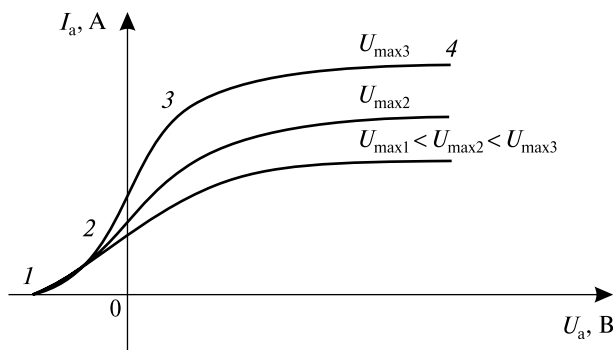


Рис. 4. Экспериментальные ВАХ диода

Определение удельного заряда электрона. Нелинейный участок 2–3 ВАХ диода соответствует режиму объемного заряда. На этом участке анодный ток I_a ограничен отрицательным пространственным зарядом электронного облака, окружающего катод. Если для этого участка ВАХ по экспериментальным данным построить функциональную зависимость $I_a = f\left(U_a^{\frac{3}{2}}\right)$ (рис. 5), то линейность графика докажет выполнение формулы Богуславского – Ленгмюра, а тангенс угла наклона α_1 определит геометрический параметр $B_{ц}$.

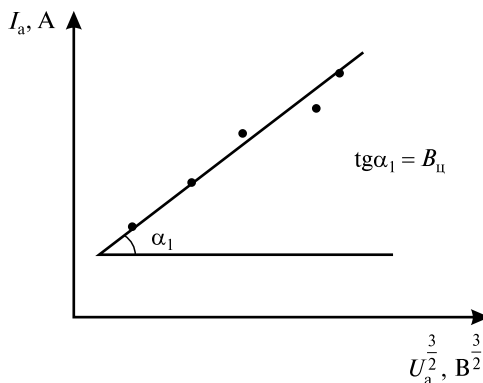


Рис. 5. График функциональной

зависимости $I_a = f\left(U_a^{\frac{3}{2}}\right)$

Для коаксиальных цилиндрических электродов геометрический параметр будет равен

$$B_{\text{ц}} = \frac{2\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{|e|}{m_e}} \varepsilon_0 G, \quad (5)$$

где $G = f(r_a, r_k, l, n)$ – характеристический параметр, постоянный для данного диода.

Из выражения (5) можно получить формулу для расчета величины удельного заряда электрона:

$$\frac{|e|}{m_e} = \left(\frac{9B_{\text{ц}}}{2\sqrt{2}\varepsilon_0 G} \right)^2. \quad (6)$$

Точное значение удельного заряда электрона равно $1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$.

На точность результатов расчета из экспериментальных данных может влиять ряд факторов: асимметрия электродов, наличие остатков газа в баллоне вакуумного диода, неравенство нулю скоростей имитируемых катодом электронов.

Определение работы выхода. Для участка 3–4 ВАХ (см. рис. 4) анодный ток I_a ограничен только температурой катода (режим насыщения). Зависимость тока насыщения термоэлектронной эмиссии от температуры катода и работы выхода запишется в виде

$$I_a = CST^2 e^{-\frac{A}{kT}}, \quad (7)$$

где C – модифицированная постоянная эмиссии, учитывающая возврат части электронов в металл; S – поверхность катода, м^2 .

Логарифмируя (7), получаем:

$$\ln \frac{I_a}{T^2} = \ln(CS) - \frac{A}{k} \frac{1}{T}.$$

Если построить график зависимости $\ln(I_a/T^2)$ от $1/T$, получим прямую линию, угловой коэффициент которой равен A/k . Определив его, можно рассчитать работу выхода A :

$$A = -k \operatorname{tg} \alpha = -k \Delta \left(\ln \left(\frac{I_a}{T^2} \right) \right) / \Delta \left(\frac{1}{T} \right). \quad (8)$$

Такой метод определения работы выхода называется методом прямой Ричардсона (рис. 6), где приведена зависимость $\left(\ln(I_a/T^2)\right)$ от обратных значений температуры (в Кельвинах).

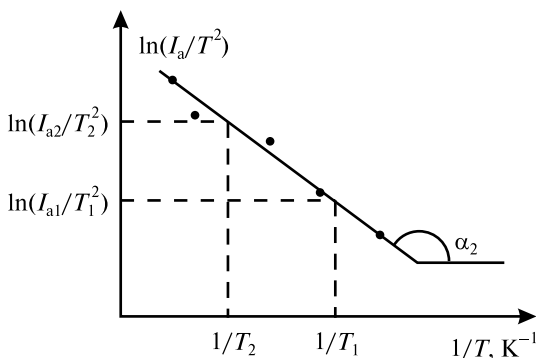


Рис. 6. Определение работы выхода A методом прямой Ричардсона

Температуру катода T можно экспериментально определить по сопротивлению нити следующим образом:

$$R_T = U_{\text{нак}} / I_{\text{нак}}. \quad (9)$$

Для чистых металлов в рабочем диапазоне температур изменение сопротивления описывается эмпирическим выражением

$$\Delta R_T = R_T - R_0 \approx \alpha R_0 \Delta T \quad (10)$$

где $\alpha = \frac{1}{273} \text{K}^{-1}$ — термический коэффициент сопротивления; R_0 — сопротивление холодной нити накала при комнатной температуре T_0 ; R_T — сопротивление нити при температуре T :

$$T = T_0 + \frac{R_T - R_0}{\alpha R_0}.$$

Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 7. Вакуумный диод размещен в корпусе К. Цепь накала диода состоит из накального трансформатора, запитываемого автотрансформатором. На передней

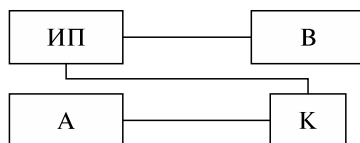


Рис. 7. Схема экспериментальной установки

панели корпуса размещен регулятор напряжения накала. Напряжение U_n и ток I_n накала определяются встроенными в корпус К приборами по шкалам измерений, размещенным на передней панели. Анодная цепь исследуемой лампы включает в себя источник постоянного напряжения ИП, контролирует который вольтметр В. Ток анода I_a измеряется амперметром А (или комбинированным прибором в режиме измерения постоянного тока).

Порядок выполнения работы

1. Измерение ВАХ при различных значениях температуры

Ознакомьтесь с лабораторной установкой и подготовьте ее к работе.

1. Включите источник накала. Установите напряжение накала $U_n = 1,8$ В. Измерьте ток накала I_n .

Изменяя значение анодного напряжения U_a в диапазоне 1–20 В с шагом $\Delta U_a = 2$ В и в диапазоне 20–40 В с шагом $\Delta U_a = 10$ В, снимите ВАХ $I_a = f(U_a)$. Результаты занесите в разработанную вами таблицу.

2. Повторите измерения, указанные в п. 1, для напряжений накала $U_n = 2$ В и 2,3 В, результаты занесите в разработанную таблицу (см. п. 1).

3. Постройте графики зависимости $I_a = f(U_a)$ для трех значений U_n .

Примеры графиков $I_a = f(U_a)$ для трех значений $U_{n1} = 1,8$ В, $U_{n2} = 2,0$ В, $U_{n3} = 2,3$ В представлены на рис. 8.

2. Проверка формулы Богуславского – Ленгмюра

Для нелинейного участка 2–3 (см. рис. 4) постройте графики зависи-

мости $I_a = f\left(U_a^{\frac{3}{2}}\right)$ для трех значений: $U_{n1} = 1,8$ В, $U_{n2} = 2,0$ В, $U_{n3} = 2,3$ В

(см. рис. 5) — и по тангенсу угла наклона α_1 , согласно выражению (4), определите геометрический параметр диода $B_{\text{ц}}$.

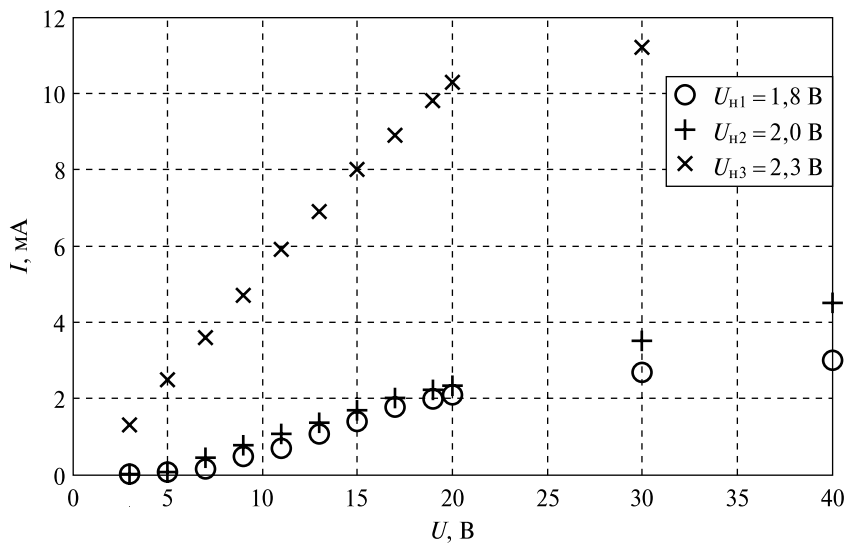


Рис. 8. Примеры графиков $I_a = f(U_a)$

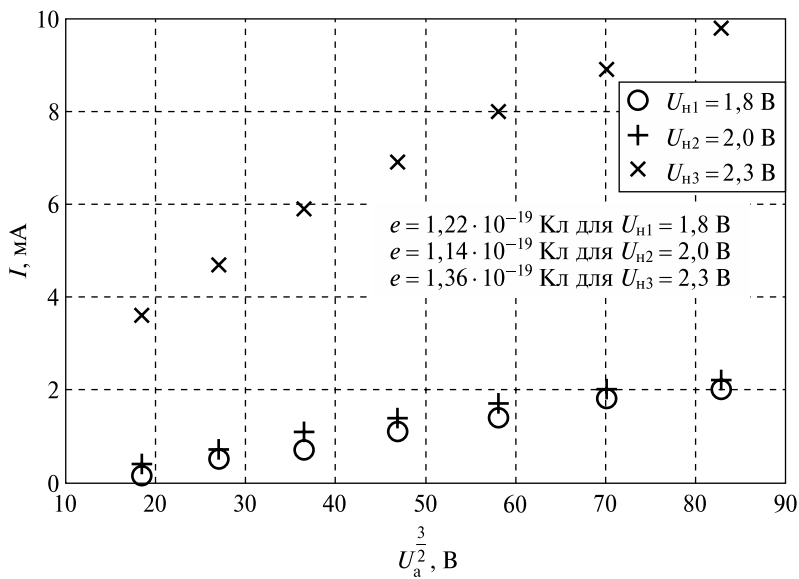


Рис. 9. Примеры графиков $I_a = f\left(U_a^{\frac{3}{2}}\right)$

Примеры графиков $I_a = f\left(U_a^{\frac{3}{2}}\right)$ для трех значений: $U_{H1} = 1,8 \text{ В}$, $U_{H2} = 2,0 \text{ В}$, $U_{H3} = 2,3 \text{ В}$ – представлены на рис. 9.

3. Определение удельного заряда электрона

Используя значение характеристического параметра лампы G (например, $G = 878,7$) и определенный ранее геометрический параметр $B_{\text{ц}}$ для диода с цилиндрическими электродами, по формуле (6) вычислите удельный заряд электрона $\left|\frac{e}{m}\right|$. Определите заряд электрона e .

Примеры значений заряда электрона, полученных при обработке графиков $I_a = f\left(U_a^{\frac{3}{2}}\right)$ для трех значений, представлены на рис. 9.

4. Определение работы выхода электрона

1. Для используемых при выполнении работы значений U_H рассчитайте по формулам (9), (10) температуру катода.

2. На ВАХ диода выберите значение $U_a > U_{\text{нас}}$ (участок 3–4, рис. 4), при котором для всех значений U_H диод находится в режиме насыщения. Постройте график зависимости $\ln\left(\frac{I_a}{T^2}\right) = f\left(\frac{1}{T}\right)$. Определите тангенс угла наклона α_2 и, согласно выражению (8), работу выхода A .

Пример графика зависимости $\ln\left(\frac{I_a}{T^2}\right) = f\left(\frac{1}{T}\right)$, полученного при обработке трех точек ВАХ $I_a = f(U_a)$ (см. рис. 8) и значениях анодного напряжения $U_a = 40 \text{ В}$, показан на рис. 10.

3. Полученные экспериментально при выполнении лабораторной работы данные следует рассчитать и проанализировать с помощью компьютерной программы на языке программирования Python 3.8.1. Порядок установки программы приведен на с. 4–5.

4. Порядок оформления отчета представлен на с. 5.

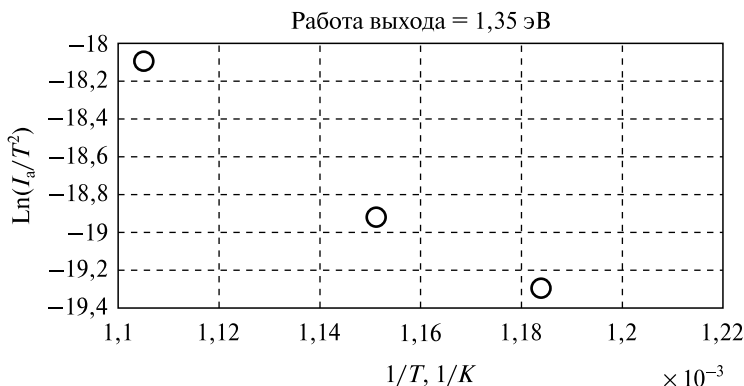


Рис. 10. Пример графика зависимости $\ln\left(\frac{I_a}{T^2}\right) = f\left(\frac{1}{T}\right)$

Контрольные вопросы

1. В чем заключается явление термоэлектронной эмиссии?
2. Сформулируйте закон Богуславского – Ленгмюра.
3. Расскажите о методике определения удельного заряда электрона $\left|\frac{e}{m}\right|$.
4. Расскажите о методике определения работы выхода A из металла.

Список литературы

- Матвеев, А. Н.* Электричество и магнетизм / А. Н. Матвеев. — М. : Высш. шк., 1983.
- Сидоренко, А. В.* Электричество и магнетизм / А. В. Сидоренко. — Минск : БГУ, 2017.
- Ташлыкова-Бувеч, И. И.* Физика : учеб. пособие : в 2 ч. / И. И. Ташлыкова-Бувеч. — 2-е изд. — Минск : Высш. шк., 2014. — Ч. 1 : Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Подготовка к выполнению и оформление лабораторных работ.....	4
<i>Лабораторная работа 1.</i> Измерение электрических величин с помощью осциллографа	6
<i>Лабораторная работа 2.</i> Изучение электростатического поля и его параметров.....	21
<i>Лабораторная работа 3.</i> Изучение закона Ома для цепей переменного тока	35
<i>Лабораторная работа 4.</i> Переходные процессы в электрических цепях	51
<i>Лабораторная работа 5.</i> Зависимость электропроводности от температуры	68
<i>Лабораторная работа 6.</i> Исследование характеристик ферромагнетиков	87
<i>Лабораторная работа 7.</i> Резонансные явления в цепях переменного тока	98
<i>Лабораторная работа 8.</i> Изучение эффекта Холла.....	114
<i>Лабораторная работа 9.</i> Исследование полупроводниковых диодов и выпрямителей электрического тока на их основе	128
<i>Лабораторная работа 10.</i> Изучение явления термоэлектронной эмиссии	153

Учебное издание

Сидоренко Алевтина Васильевна
Трухан Сергей Васильевич
Спиридонов Александр Александрович и др.

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ ПРАКТИКУМ

Учебно-методическое пособие

Редактор *Е. Н. Кравченко*
Художник обложки *М. А. Сарасек*
Технический редактор *В. П. Явуз*
Компьютерная верстка *Е. В. Севрук*
Корректор *И. В. Сазонова*

Подписано в печать 30.09.2024. Формат 60×84/16. Бумага офсетная.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 9,76. Уч.-изд. л. 11,1.
Тираж 165 экз. Заказ 586.

Белорусский государственный университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/270 от 03.04.2014.
Пр. Независимости, 4, 220030, Минск.

Республиканское унитарное предприятие
«Информационно-вычислительный центр
Министерства финансов Республики Беларусь».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 2/41 от 29.01.2014.
Ул. Кальварийская, 17, 220004, Минск.