

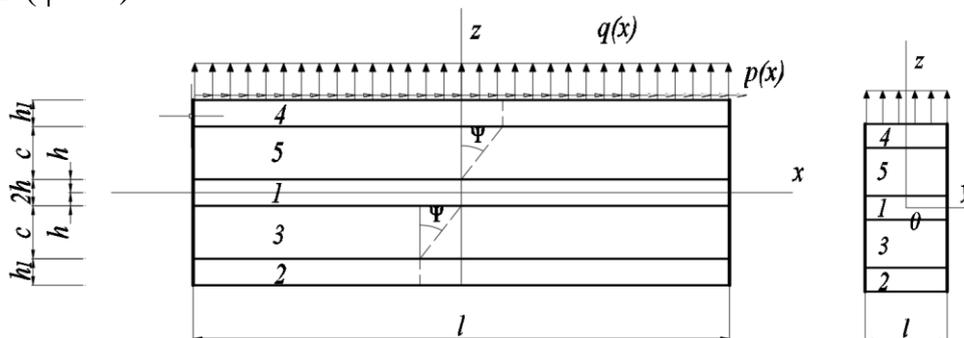
# УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ПЯТИСЛОЙНОЙ БАЛКИ СИММЕТРИЧНОЙ ПО ТОЛЩИНЕ

К.В. Суслов

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Беларусь

В настоящее время многослойные конструкции активно применяются в различных областях промышленности. Методы расчета и постановки краевых задач для трехслойных элементов конструкций исследованы в монографиях [1–5]. Деформирование трехслойных стержней и пластин рассмотрено в работах [6–12]. Пятислойные пластины исследованы в статьях [13–17]. Колебаниях пятислойной круговой пластины несимметричной по толщине.

**Постановка задачи.** Рассматривается упругая пятислойная балка, симметричная по толщине, состоящая из трех несущих слоев (внешние и центральный) и двух заполнителей. В тонких несущих слоях справедливы гипотезы Кирхгофа, в заполнителях – гипотеза Тимошенко о прямолинейности и несжимаемости нормали, которая поворачивается на дополнительный угол  $\psi(x)$ . Постановка начально-краевой задачи приведена в декартовой системе координат, связанной со срединной плоскостью центрального несущего слоя толщиной  $h_1$  (рисунок 1). Искомыми функциями являются прогиб стержня  $w(x)$  и относительный сдвиг  $\psi(x)$  в заполнителях. На торцах балки ( $x=0; l$ ) предполагается наличие жесткой диафрагмы, препятствующей относительному сдвигу слоев ( $\psi = 0$ ).



**Рисунок 1. Расчётная схема пятислойной балки**

Системы уравнений равновесия получены при использовании принципа возможных перемещений Лагранжа, при этом учитывалась работа касательных напряжений  $\tau_{xz}$  в заполнителях:

$$\begin{aligned} a_1 \psi_{,xx} - a_2 w_{,xxx} - a_3 \psi &= 0, \\ a_2 \psi_{,xxx} - a_4 w_{,xxxx} &= -q. \end{aligned}$$

где  $a_i$  – коэффициенты

$$a_1 = \left[ c^2 \left( \frac{2}{3} K_2^+ c + 2K_3^+ h_1 \right) \right]; \quad a_2 = \left[ \frac{1}{3} K_2^+ c^2 (2c + 3h) + K_3^+ h_1 c (h_1 + 2h + 2c) \right];$$

$$a_3 = \left[ 2G^{(3)} c \right]; \quad a_4 = \left[ \frac{1}{3} K_2^+ c^2 (2c + 3h) + K_3^+ h_1 c (h_1 + 2h + 2c) \right]; \quad K_k + \frac{4}{3} G_k \equiv K_k^+;$$

$G_k, K_k$  – модули сдвига и объемного деформирования материала  $k$ -го слоя.

**Заключение.** Полученные уравнения равновесия позволяют исследовать изгиб симметричных по толщине пятислойных стержней.

Работа выполнена при финансовой поддержке ГПНИ «Конвергенция-25».

### Литература

1. Журавков, М.А. Математические модели механики твердого тела // М.А. Журавков, Э.И. Старовойтов – Минск: БГУ, 2021 – 535 с.
2. Zhuravkov, M.A. Mechanics of Solid Deformable Body // М.А. Zhuravkov, Lyu Yongtao, E.I. Starovoitov – Singapore: Springer, 2022. – 317 p.
3. Старовойтов, Э.И. Сопротивление материалов // Э.И. Старовойтов – Гомель, БелГУТ, 2004, 376 с.
4. Старовойтов, Э. И. Механика материалов // Э.И. Старовойтов – Гомель, БелГУТ, 2011, 380 с.
5. Абдусаттаров, А. Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагружениях // А. Абдусаттаров, Э.И. Старовойтов, Н.Б. Рузиева. – Ташкент: «IDEAL PRESS», 2023 – 381 с.
6. Starovoitov, E.I. Deformation of a Step Composite Beam in a Temperature Field / E.I. Starovoitov, Yu.M. Pleskachevskii, D.V. Leonenko, D.V. Tarlakovskii // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Vol. 88, №4. – P. 1023-1029.
7. Старовойтов, Э.И. Деформирование трехслойного стержня в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Механика машин, механизмов и материалов. – 2013. – Т. 22, № 1. – С. 31–35.
8. Лачугина, Е.А. Поперечные колебания пятислойной упругой круговой пластины с жесткими заполнителями / Е.А. Лачугина // Механика. Исследования и инновации. – 2022. – Вып. 15. – С. 212–219.
9. Лачугина, Е.А. Свободные колебания пятислойной круговой пластины с легкими заполнителями / Е.А. Лачугина // Механика. Исследования и инновации. – 2023. – Вып. 16. – С. 111–116.